



TITLE:

地中に埋設された管状構造物の振動特性と地震応答に関する研究(Dissertation_全文)

AUTHOR(S):

高田, 至郎

CITATION:

高田, 至郎. 地中に埋設された管状構造物の振動特性と地震応答に関する研究. 京都大学, 1974, 工学博士

ISSUE DATE:

1974-09-24

URL:

<https://doi.org/10.14989/doctor.k1529>

RIGHT:

地中に埋設された管状構造物の 振動特性と地震応答に関する研究

昭和 49 年 4 月

高 田 至 郎

地中に埋設された管状構造物の 振動特性と地震応答に関する研究

昭和 49 年 4 月

高 田 至 郎

目 次

第 1 章	緒 論	1
1.1	概 説	1
1.2	研究の現状と問題点	3
1.2.1	理論的研究	3
1.2.2	実験的研究	5
1.3	本研究の概要	6
第 2 章	管状構造物の横断面内における振動特性	9
2.1	概 説	9
2.2	波動論による横断面内での振動特性の解析	10
2.2.1	入射せん断波動	10
2.2.2	地盤内への散乱波および構造物内波動	12
2.2.3	数値計算結果と慣性力についての検討	16
2.3	有限要素法による横断面内での振動特性の解析	22
2.3.1	解析モデルの検討	22
2.3.2	振動解析と結果の検討	27
2.4	結 語	30
第 3 章	管状構造物の長手方向における振動特性	34
3.1	概 説	34
3.2	管状構造物の縦振動	34
3.2.1	入射波動	34
3.2.2	地盤運動の解析	35
3.2.3	構造物の縦振動解析	37
3.2.4	数値計算結果とその考察	39
3.3	管状構造物の横振動	42
3.3.1	入射波動	42
3.3.2	地盤運動の解析	42

3.3.3	構造物の横振動解析	43
3.3.4	数値計算結果とその考察	46
3.4	両端の運動が拘束された管状構造物の縦振動	47
3.4.1	構造物-地盤の連成振動解析	47
3.4.2	数値計算結果とその考察	55
3.5	両端の運動が拘束された管状構造物の横振動	59
3.5.1	地盤運動の解析	59
3.5.2	構造物の横振動解析	61
3.5.3	数値計算結果とその考察	64
3.6	表層地盤内に埋設された管状構造物の横振動	66
3.6.1	SH波による表層地盤内波動	66
3.6.2	構造物の横振動解析	70
3.6.3	数値計算結果とその考察	72
3.7	結 語	79
第 4 章	地盤構成急変部での波動伝播特性に関する理論解析	82
4.1	概 説	82
4.2	地盤剛性急変部の波動伝播特性	83
4.2.1	波動伝播解析	83
4.2.2	数値計算とその考察	89
4.3	層厚急変部の波動伝播特性	96
4.3.1	波動伝播解析	96
4.3.2	数値計算とその考察	100
4.4	結 語	106
第 5 章	模型実験による管状構造物の振動解析	108
5.1	概 説	108
5.2	地盤剛性の急変する部位に埋設された管状構造物の模型振動実験	109
5.2.1	実験概要	109
5.2.2	定常加振実験結果とその考察	114

5.2.3	衝撃波による振動実験結果とその考察	119
5.3	地盤層厚の急変する部位に埋設された管状構造物の模型振動実験	122
5.3.1	実験概要	122
5.3.2	定常加振実験結果とその考察	123
5.3.3	衝撃波による振動実験結果とその考察	130
5.4	開口部近傍における管状構造物の模型振動実験	134
5.4.1	実験概要	134
5.4.2	定常加振実験結果とその考察	136
5.4.3	衝撃波による振動実験結果とその考察	138
5.5	結 語	144
第 6 章	管状構造物の地震応答解析と耐震性	147
6.1	概 説	147
6.2	フーリエ変換手法による管状構造物の地震応答解析	148
6.2.1	周波数伝達関数の誘導	148
6.2.2	地震応答解析	151
6.2.3	数値計算と最大ひずみ振幅	152
6.3	地震波形による管状構造物のひずみ算定	157
6.3.1	簡便法によるひずみ算定	157
6.3.2	地震加速度波形の積分	157
6.3.3	積分結果の整理と最大ひずみ振幅	160
6.4	地中に埋設された管状構造物の耐震性に関する考察	165
6.5	結 語	167
第 7 章	結 論	169
参 考 文 献		173

付 録	内部振動源による管状構造物の振動とその伝播	178
A . 1	概 説	178
A . 2	有限要素法による振動解析	179
A . 2 . 1	解析モデルの検討	179
A . 2 . 2	振動解析と結果の考察	182
A . 3	波動伝播に関する振動実験	196
A . 3 . 1	模型地盤振動実験と結果の考察	197
A . 3 . 2	実地盤振動実験と結果の考察	208
A . 4	結 語	216
参 考 文 献	218

第1章 緒 論

1.1 概 説

近年、都市機能の中樞を担うといっても過言ではない土木構造物が地中に数多く建設されつつある。エネルギー供給源としての水道管、ガス管、石油管、送電管などの管路類や、輸送手段としての地下鉄、沈埋トンネル、地下高速道路も都市生活にとっては欠くことのできないものである。さらに、情報伝達手段の電話ケーブル等も地中に埋設されつつあり、さらには上述の機能を統括的に果たす役割としての大型共同溝の建設についても検討されている現状にある。

これらの地中土木構造物はその機能がきわめて重要であるだけに、ひとたび地震による被害を受ければ、構造物自体の破損はもとより、その影響が広範囲に及んで市民生活を脅かし、さらに人命にも多大の被害を及ぼすことは疑いない。

わが国のように地震が頻発し、しかも上述の地中土木構造物が数多く建設されている大都市が太平洋岸側に位置し、そして、その周辺にとくに地震発生頻度が多くなっていることを考え合わせれば、それら構造物の耐震性を議論することは現在における耐震工学の重要な課題の一つであるといわねばならない。

ガス管、水道管から沈埋トンネルのようなものまでその規模においては相当に異なっているが、本論文においては、一応これら土木構造物の耐震性が同様の基礎概念でもって議論されうるものと考えて、上述に掲げたような構造物を一括して地中にある管状構造物と呼ぶことにする。そして、できる限り、あらゆる構造物に共通する耐震性に関する基礎概念を引き出すことを目的としながら研究を進め、その具体的な規模が何らかの形で要求される場合には、沈埋トンネル程度のものを念頭において問題の処理を進めることにする。

地中にある管状構造物は従来の土木構造物と比較して、次の諸点に特徴を有しているものと考えられる。第1に、その周囲がすべて地盤に取り巻かれており、その機能遂行上、当然のことながら構造物の内部は空洞となっている。そのため管状構造物の単位長さ当りの質量は比較的小さく、慣性力も小さいと考えられ、地盤と構造物のいわゆる相互作用によってその振動特性が決定されるというよりも、むしろ地盤の動きそのものに支配される特性をもっているといえよう。第2に、管状構造物は地表面下の比較的浅い位置に埋設され、地表面と平行に長手方向に拡がりをもっていることである。この長手方向各点の動きを明確にして始めて管状構造物の振動特性や耐震性が検討されることになる。長手方向における管状構造物の動きに相異を生ぜしめる原因としては、埋設されている地盤層の特性や、入射波動の問題など種々考えられる。この第2の特徴は、従来地震動を地中あるいは地表面上の

1 点の動きとしてとらえてきたものを、さらに平面的な拡がりを考慮して、波動伝播の立場から考えていく必要のあることを示唆しているともいえる。

このような特徴を有する管状構造物は確かに、従来の土木構造物の耐震設計に関する概念では十分に処理できない面がある。例えば、このような長い管状構造物に対して地震入力是如何に考えればよいのか、加速度を中心とした考え方でいいのかどうか、等々である。

本論文は上述のことを念頭に置きながら、地中にある管状構造物の振動特性を解析、検討するとともに、その耐震性について論及したものである。

なお、地下鉄や沈埋トンネル、石油管などは最近になって、本格的な工事が進められたこともあって、過去に大地震による被害を受けた事例はほとんど見受けられない。そこで、災害例の比較的多い水道管について、近年のわが国におけるいくつかの大地震の場合について調べれば以下のようなようである。

関東大震災（大正12年9月）では鑄鉄水道管の被害は地盤の固有周期の小さい関東ローム層の山の手と固有周期の大きい下町との中間の所で継手部分の破損が多かったことが報告されている。また、この地震では神奈川県秦野町では陶製の水道管の被害は、埋設深さが1.2 mあったものが30%の被害、2.4 mのものは無被害であった。

福井地震（昭和23年6月）では福井市の北方約5 kmの震源地から出た波動は福井市内の南北方向に埋設された水道管に曲げ変形による破損をもたらしたといわれている。¹⁾

新潟地震（昭和39年6月）では液状化などのはげしい地盤変動で地下2 m程度に埋設されていたガス管、上下水道管、送電管などは折損等による大きな被害を受けた。その際普通の硬さの地盤地域では軸方向の圧縮と引張による被害と推定されており、ゆるい砂地盤では波動伝播による曲げ変形を受け、管継目における抜け落ちの被害が多かったといわれている。²⁾ また、1968年十勝沖地震（昭和43年5月）のときの青森市における水道管にも多大の被害を受け、これは地盤の相対変位によるものであることが報告されている。¹⁾

外国における最近の例では、San Fernando 地震（1971年2月）においてはロサンゼルス北方から出た地震動は南北方向に埋設された水道管に多くの被害を与えたことが報告されている。³⁾

以上のことから地震時における地中にある管状構造物の被害原因は、次の3点に分類して考えることができよう。1つは地盤の液状化、地すべり、断層などによって地盤自体が破壊し、それに伴って管が被害を受けるものである。2つには、管状構造物の長手方向にそって振動特性が異なり、相対変形によって被害が生じるもの、第3には波動伝播によるもので、表面波、実体波などが管状構造物の長手方向に伝播して、変形を生ぜしめ、管材料の破壊や継手付近での破壊を引き起すものである。

また、その被害状況も圧潰、引き抜け、折損、等々多種多様であり、今後の多くの震害資料の集積

が期待される。

1.2 研究の現状と問題点

管状構造物の耐震性に関する研究は、ここ数年来のものであり、その耐震設計法についても未だ十分に確立されておらず、個々の構造物に応じた対策が考えられている現状にある。しかし、地中にある管状構造物の振動特性を解明し、一般的な動的耐震設計法を確立しようとする動きは、最近とみに活発化してきており、管状構造物の動特性に関して、多くの点で研究者の意見が一致してきている。

本節においては従来の研究を理論的研究と実験的研究に大別して紹介すると同時に、それらの研究手法および成果について著者の考えを述べ、本論文の研究位置を明確にしておこうとするものである。

1.2.1 理論的研究

理論的な解析計算による方法はいずれにしても解析用の適当な力学モデルを設定して解析計算するものであり、手法的には次の3つの流れがある。1つは有限要素法による応答解析である。2次元有限要素法を用いて横断面内における構造物の応答特性を調べたものには浜田⁴⁾、後藤・高田⁵⁾らの研究があり、3次元有限要素法で解析を試みたものには武藤・内田・津川⁶⁾、後藤⁷⁾らのものがある。後藤の研究は大次元マトリックスの計算に工夫をこらしたモデルを提案している。第2の手法は多質点系モデルを用いた応答計算である。この方法でも種々のモデルが提案されている。浜田・泉⁸⁾は地盤の振動を1次振動のみとしてその動きを構造物に伝達するようなモデルを提案し、桜井・高橋⁹⁾は多入力系の解析に適したモデルによって応答計算を行なっている。また、小池¹⁰⁾はTransfer Matrix Methodを用いて解析できる多質点系のモデルを用いている。いずれにしてもこれらの多質点系モデルは管状構造物の応答特性を考慮して地盤と構造物の連成振動を解析するのではなく、地盤振動を構造物に伝達するようなモデルを設定し、構造物の応答を解析・計算するという手法をとっているといえよう。次に第3の手法は管状構造物を連続弾性体のはりとみなし、はりの縦振動、横振動を解析する方法である。その際、周辺的地盤を質量・バネ・ダッシュポットにおきかえて解析する手法と周辺的地盤をも連続弾性体とみなして波動論を用いる手法とに分類される。前者は、桜井ら¹¹⁾、青木¹²⁾らによってなされている。また、後者の手法は小坪・川人・村田¹³⁾、後藤・土岐・高田^{14),15),16)}によって解析・計算が進められている。この第3の手法の特徴は、地盤-構造物の振動系を連成振動系として相互作用を考慮して解析していることにある。地盤を質点系に置換する方法では計算が簡単なために一般の地震動に対する応答も計算されているが、地盤モデルの決定とその諸定数を如何に定めるかが問題となってくる。一方、波動論による解析は現象をかなり忠実に追うことは

できるが、周波数領域のみの応答特性しか検討できず、解析しうるモデルが限定されてくるきらいがある。

これまで波動理論による土-基礎構造物系振動解析には田治見¹⁷⁾、後藤・土岐・高田¹⁸⁾、秋吉¹⁹⁾らの研究があるが、やはり時間領域の応答計算には波動論による解析結果の近似式によって周辺地盤の影響を考慮するという手法をとっている。本論文の応答計算においては上述した3つの応答計算手法とは異なった独自の手法を用いている。すなわち、第6章で詳述するように、地盤-管状構造物系を波動論によって連成振動系として解析し、その結果より周波数伝達関数を求めて、それと外力としての地震波をフーリエ変換したものを乗じて、その後逆フーリエ変換を施すことによって時間応答を求めている。この計算にはF.F.T. (Fast Fourier Transform) を用いることによって高速にかつ精度よい解を得ている。この手法はある条件のもとで周波数域での計算が可能で時間応答計算が困難な問題に広く活用されよう。本論文では新たに上述の手法を示し、応答計算を行なって従来の手法による計算結果と比較している。

以上、理論計算による管状構造物の地震応答解析手法について概観したが、その耐震性を検討する別の有力な理論的手法に設計スペクトル法ともいわれるべきものがある。

この設計スペクトル法はカリフォルニアのBARTトンネルの設計に際しHousner が提唱したもので、その後、青木¹²⁾、金子²⁰⁾らによって検討がなされている。設計スペクトル法の基本的な考え方は地震時に管状構造物は埋設付近の地盤と同様の動きをし、高々地盤の変位量が構造物変位量の上限値を与えるであろう、ということにある。したがって強震時の地盤変位を推定して、その強制変位が加わった場合に管状構造物に生じるひずみを簡単なはり理論によって計算して行こうとするものである。そして実際にスペクトルを作成する手法は種々に考えられているが、例えば衣浦港連絡道路トンネルの耐震設計用に用いられるスペクトルは以下のように考えられた。²¹⁾

ある地点で観測された強震記録を、ある一定の速度で一方向に地表面に沿って伝播する架空の波動から得られたものと考え、その一定の速度を表層地盤のS波の波速とすれば、その地点の地盤のひずみを推定できるというのである。その理由の一つには基盤層から表層へと入射して来た波動の波長と表層内に位相差を生ぜしめると考えられる波動の波長とは関連があること、さらに、Love波、Rayleigh波などの表面波を考慮したとしての波速、運動成分から考えても上述の仮定によるひずみ値が上限値を与えることを指摘している。そして、強震記録を直接に積分して変位を求め、それに管状構造物の振動特性を考慮してハイパスフィルターをかけたものを出力し、時間と変位の関係から目視によって正弦波とみなした場合の周期と振幅を読みとっている。そして種々の強震記録から同様の作業を繰り返して、得られた値をもとに周期と変位振幅の関係の包絡線として設計スペクトルを得ている。

この考え方はある周期をもつ波動が地盤にどの程度の変位を生ぜしめるのかを推定し、波速が知られているのでそれより波長を計算し地盤変形を求めようとするものであって、地震時における地盤の運動変位が管状構造物の耐震性を考える上で基本的な要素と見なされているものである。

ここで上述のスペクトルを求める場合の仮定と同様に地表面に沿って x 方向に波速 v で伝播する波動 $u(x, t)$ を考えて次式のように表示する。

$$u(x, t) = f(t - x/v) \quad \dots\dots\dots (1.2.1)$$

これより地盤に生じるひずみについてみれば、進行方向に振動する波動成分をもつ場合であれば縦ひずみ ϵ_A は次式となる。

$$\epsilon_A = \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{1}{v} \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{V}{v} \quad \dots\dots\dots (1.2.2)$$

上式は時間 t と空間 x における微係数の交換則より容易に得られる。また、 V は地盤の運動速度である。

同様にして、進行方向と直角方向に振動する波動成分の場合には曲げひずみ ϵ_B は曲率半径 ρ の逆数として得られるので、

$$\epsilon_B = \frac{1}{\rho} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = \frac{A}{v^2} \quad \dots\dots\dots (1.2.3)$$

ここに、 A は地盤の運動加速度を表わしている。式 (1.2.2) , (1.2.3) より地盤に生じる縦ひずみは地盤の運動速度に比例し、曲げひずみであれば地盤の運動加速度に比例することがわかる。すなわち、上述の設計スペクトルにおいては地盤の運動変位振幅と波長の関係から地盤のひずみ、構造物のひずみを算出してくるわけであるが、式 (1.2.2) , (1.2.3) によって地盤の速度、加速度と構造物に生じるひずみの関連を考えていく方がより適切ではないかと考えられる。そのためにはもちろん、地盤と構造物が一体となって振動するという考え方に立つことには変わりはない。設計変位スペクトルとの関連についていえば、例えば地盤の運動速度を問題にするのであれば、変位スペクトル曲線のこう配が速度を表わすことになるので、それを論議していかなければならないことになる。

1.2.2 実験的研究

実験的研究を大別すれば、室内模型実験によるもの、野外模型実験によるもの、実構造物での地震観測によるものに分類される。

室内模型による実験は田村²²⁾、後藤²³⁾、岩崎²⁴⁾らによってなされ、地盤と構造物との剛性比を考慮

して相似律を検討し、いずれも地盤材料にはゼラチン、管状構造物材料にはゴムまたは塩化ビニールを用いて模型を作製して、その振動特性を調べている。これらの実験において対象とされているものは沈埋トンネル程度のものである。そしてその結果、管状構造物は周辺の地盤と一体となって振動しその固有振動特性が引き起されないことで各研究者の意見の一致をみている。

また、野外の実地盤に大規模な模型管を埋設し、それに人工的な攪乱を与えた場合の応答を測定した青木²⁵⁾らによる研究や同様な那須²⁶⁾らの研究がある。

一般に、上述した模型実験においてはいずれの場合も相似律の問題がきわめて重要となってくる。しかし、模型実験ですべての相似条件を満足することはもとより困難であり、計測結果をそのまま耐震設計へと持ち込むためには数多くの解決されねばならない問題点が残されている。例えば、模型地盤の境界の影響や入力振幅の問題、地盤の非線形要素の評価の仕方などである。

そのような問題に取り組むために、実際に設計施工された沈埋トンネルなどの構造物に計測機器を配置して地震の来襲を待って地震応答を観測するという方法も田村²⁷⁾らによって実施されつつある。このような方法によってデータを得ることは今後ますます必要となってくるものと考えられ、新設構造物のいくつかには地震応答観測機器の設置が強く要望される。

本論文の第5章における3種類の実験は前述の模型実験での諸成果を取り入れつつ、振動性状が急変すると推察される部位における管状構造物の振動特性を明らかにしていくという観点から実施されたものである。

1.3 本研究の概要

本論文は、地中に埋設された管状構造物の耐震設計に関する基礎概念を確立するための有力な資料を得ることを目的として研究された結果を取りまとめたものである。すなわち、弾性波動理論による解析手法を中心としつつ、有限要素法や実験的手法をも援用して、その振動特性を明らかにすることに努めた。

本論文においては、管状構造物の耐震性を考慮する際に、地震時に管状構造物は周辺地盤と同様な挙動を示すが、構造物自体のもつ剛性によってその応答は地盤運動よりもいくぶん低減されるであろうこと、したがって地盤運動に何らかの係数を乗じることによって、地中管状構造物の応答値が決定されるという基本的な立場をとっている。もし、上述のことが明らかにされれば、管状構造物が埋設されている地盤の運動性状を把握していくことが何よりも重要となってくる。とくに振動性状が急変するような部位では構造物に大きな相対変形が生じることは十分に予想されるところであり、その特性を明確にする必要も生じてくる。

このような考えに立って本論文の各章が構成されている。すなわち、各章の関連についていえば、第2章、第3章では構造物の軸直角断面内および長手方向の運動を波動論、F.E.M.によって解析し、構造物剛性による入力損失と地盤運動との関連を明らかにしている。そして、第4章、第5章では振動性状が一様でない系の動的特性を解析的、実験的に明らかにしようと努めた。そして第6章では、前章までに定常地震波について得られた結果を利用して、非定常地震応答を解析している。

さらに各章の内容の概略を述べれば以下のようなものである。

第2章では、管状構造物の長手方向に直交する2次元断面内での地盤－構造物系の動的特性を明らかにして、慣性力の影響について調べた。2.2では弾性波動論を用いて地盤内構造物がせん断波を受ける際の応答を解析した。そして、2.3では有限要素法によって弾性表層地盤が水平振動を行なうときに、その地盤内に埋設された構造物の挙動を検討している。

第3章では、管状構造物の長手方向をも含めた系を対象にして、主に弾性波動理論によって振動解析を進め、剛性による地震入力損失について考察を加えた。3.2、3.3においては、上述の観点から管状構造物の長手方向にそれぞれ縦波、横波が進行する際の地盤運動と構造物の運動との関連について論じ、そして、3.4、3.5では管状構造物の両端での運動が拘束されている場合の振動性状を明らかにした。また、3.6では表層地盤内に管状構造物が埋設されており、横振動を行なうときの地盤挙動との関係について考察を進めた。

前章までの検討によって、管状構造物の運動は地盤運動によって近似しうることが知られたので、第4章では地盤構成要素が急変する場合の地盤の動特性について波動理論による解析を実施した。4.2では地盤剛性が急変する部位での波動伝播特性について2つの地盤モデルを用いて検討している。また、4.3では、層厚がステップ状に変化する地盤モデルでの波動伝播特性について検討を行なった。4.2、4.3いずれの節でも任意の地震波形が地盤の変化部を伝播する際の地盤運動について調べている。

第5章では、第4章と関連して振動性状急変部における管状構造物の特性を検討する意味で室内模型実験を実施した。5.2、5.3ではそれぞれ地盤の剛性または層厚が急変している弾性地盤模型をゼラチンで作成し、その中に合成ゴムで作った構造物模型を埋め込んで、定常加振実験および衝撃波による振動実験を行ない、構造物に生じるひずみの測定を行なった。また、5.4ではアクリルアマイド系のグラウト剤で作成した地盤模型中に、地上への開口部を有する地中トンネル模型を合成ゴムで作成し、同じく定常加振実験と衝撃波による振動実験を実施して開口部付近の構造物の動きを計測している。

第6章では、管状構造物の非定常地震応答を解析する新たな手法を示し、従来から用いられている

応答ひずみを推定する簡便法による結果との比較検討を行なった。すなわち、6.2では波動理論によって得られた解を周波数伝達関数とみなすことによって、管状構造物の長手方向に進行する非定常地震波動による応答ひずみを解析した。そして、6.3では簡便法を用いれば、構造物に生じる曲げひずみと軸ひずみとはそれぞれ地盤の運動加速度、速度を知れば求められるので、加速度波形を積分して応答ひずみに換算した。そして、上述の周波数伝達関数法による結果との相違について論じた。

最後に第7章では前章までの結果をまとめると同時に、管状構造物の耐震性に関する著者の基本的な考え方を述べた。

また、地中に埋設された管状構造物の内部に振動源がある場合について、周辺地盤への振動伝播プロセスをF.E.M.を用いて解析し、また、室内および野外模型実験を実施していくつかの資料が得られたので本論文の付録として示した。

第2章 管状構造物の横断面内における振動特性

2.1 概 説

第1章緒論でも述べたように、地中に埋設された管状構造物はその単位長さ当りの質量がきわめて小さい。水道、ガス、石油管のような比較的小規模な構造物はもちろんのこと、地下鉄、沈埋トンネルなどの比較的大規模な構造物であっても、構造物内部がその機能遂行上、空洞となっていることもあって、重量構造物と呼べるものではない。このことは、地中に埋設された構造物基礎などの土木構造物と相違する点であり、このような構造物の耐震設計にこれまで用いられてきた考え方をそのまま援用できないおおきな理由であると考えられる。すなわち、静的震度法の考え方に代表されるように、地震時に構造物に作用する地震力は構造物の質量に入力地震動の加速度を乗じて得られる。このようにして求められる地震力は慣性力と呼ばれ、一般に、対象とする振動系の動的特性を決定する上できわめて重要な要素であろうことはよく知られている。

しかし、前述のように管状構造物はその質量が小さく、慣性力も小さいものと推定され、地盤中に埋設された管状構造物の動的特性は構造物のもつ慣性力に支配されることはなさそうに思われる。

そこで本章では管状構造物の動特性に与える慣性力の影響を検討するという立場より振動解析を行った。

解析モデルはいずれも管状構造物の長手方向に直交する2次元断面内に設定して、地盤と構造物の動的相互作用を解析した。次章では構造物のもつ剛性の影響について管状構造物の長手方向をも含んだモデルについて検討を行なうが、本章では管状構造物の長手方向の変形の影響を除外して慣性力が系全体の振動特性に与える影響を検討していくという意味で上述の2次元断面モデルを用いた。

本章2.2では弾性波動理論によって、無限弾性体地盤内に埋設された管状構造物が沿直下方より入射するせん断波を受ける場合の系の応答を解析し、数値計算の結果より種々考察を加えた。また、

2.3では表層地盤内に埋設された管状構造物モデルを設定し、基盤面の各地点が一様な水平方向入力を受ける際の振動特性を有限要素法(F.E.M.)によって解析した。2.3においてF.E.M.を用いたのは、解析モデルで地表面ならびに基盤面の境界があることによって、波動理論による解析が困難であることによるものである。2.3では系の振動特性に及ぼす慣性力の影響について考察すると同時に、構造物の埋設深さの違いによって各応答にどの程度の差異を生じるのかについても検討を加えた。

最後の2.4では上述の研究によって得られた結果を取りまとめ、さらに問題点を列挙して本章の結語とした。

2.2 波動論による横断面内での振動特性の解析

2.2.1 入射せん断波動

Fig. 2.2.1に示すように、管状構造物長手方向に直交する $x-y$ 平面内において、2次元の広がりを持つ弾性地盤中に内径 b 、外径 a の弾性管が埋設されているものとする。図のように座標系を定め、 x の正の方向に向かって横波が入射する場合の構造物の応答特性について、弾性波動論によって解析を行なう。

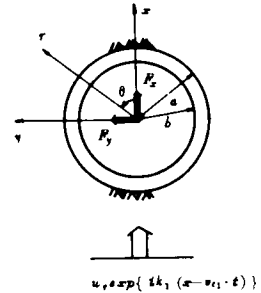


Fig. 2.2.1 解析モデル

このような振動系を考えると、構造物に到達した波動は一部は管の表面で反射されて散乱波となって地盤中を伝播し、一部は構造物管体内に屈折波として伝播して、地盤反力の影響を受けながら構造物に変形を生ぜしめる結果となる。このような系の問題については以前に岡本¹⁾らが周辺地盤に対しては波動論を用いてトンネル覆工部分に作用する振動圧の算定を行ない、その振動圧による覆工部分の変形については、アーチ理論を適用して系の応答特性を求めて考察を加えている。一方、本文においては周辺の地盤だけでなく同時に管状構造物の変形解析においても波動論を用いて、その動的特性を検討することにする。

最初に入射波動としては $x-y$ 平面内での変位成分のみを有し、波動進行方向に直交する運動を行なうものとする。すなわち、地盤内横波を次のように表示する。

$$v = u_g \cdot \exp\{ik_1(x - v_{t1} \cdot t)\} \quad \dots\dots\dots (2.2.1)$$

上式中、 u_g, k_1, v_{t1} はそれぞれ横波の変位振幅、波数、伝播速度を表わす。以後、添字1は地盤関係の物理定数、変数を表わし、2は管状構造物関係のそれらとする。

式(2.2.1)の変位 v を極座標における半径方向成分 v_r と接線方向成分 v_θ とに分離していく。

式(2.2.1)を書き直せば次式となる。

$$v = u_g \cdot \exp\{ik_1(r \cos \theta - v_{t1} \cdot t)\} \quad \dots\dots\dots (2.2.2)$$

上式中 $e^{ik_1 r \cos \theta}$ は Bessel の微分方程式の解であり、Bessel 関数 $J_m(k_1 r)$ を用いて次式のように表わせる。

$$e^{ik_1 r \cos \theta} = \sum_{m=0}^{\infty} C_m \cdot \cos m\theta \cdot J_m(k_1 r) \quad \dots\dots\dots (2.2.3)$$

係数 C_m を決定するために、上式の両辺に $\cos m'\theta$ を乗じて $-\pi \sim \pi$ まで積分し、余弦関数の直交性

を利用すれば次式をうる。

$$C_m J_m(k_1 r) = \epsilon_m \frac{1}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{ik_1 r \cos \theta} \cos m\theta \cdot d\theta \quad \dots\dots\dots (2.2.4)$$

ここに, $\epsilon_m = 1$ ($m=0$), $\epsilon_m = 2$ ($m \geq 1$)

一方, $J_m(z)$ を積分表示すれば²⁾

$$J_m(z) = \frac{1}{\pi i^m} \int_0^{\pi} e^{iz \cos \theta} \cos m\theta \cdot d\theta \quad \dots\dots\dots (2.2.5)$$

上式と式(2.2.4)を比較することによって, $C_m = \epsilon_m \cdot i^m$ より次の関係式をうる。

$$e^{ik_1 r \cos \theta} = \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cdot i^m \cdot \cos m\theta \cdot J_m(k_1 r) \quad \dots\dots\dots (2.2.6)$$

上の関係を用いて v_r が次のように求まる。

$$\begin{aligned} v_r &= v \cdot \sin \theta \\ &= u_g \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cdot i^m \cdot J_m(k_1 r) \cos m\theta \cdot \sin \theta \cdot e^{-ik_1 v_{t1} \cdot t} \\ &= u_g \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cdot i^m \cdot J_m(k_1 r) \cdot \frac{1}{2} \{ \sin(m+1)\theta - \sin(m-1)\theta \} e^{-ik_1 v_{t1} \cdot t} \\ &= u_g \sum_{m'=1}^{\infty} \epsilon_{m'-1} \cdot i^{m'-1} \cdot J_{m'-1}(k_1 r) \cdot \frac{1}{2} \sin m'\theta \\ &\quad - u_g \sum_{m'=-1}^{\infty} \epsilon_{m'+1} \cdot i^{m'+1} \cdot J_{m'+1}(k_1 r) \cdot \frac{1}{2} \sin m'\theta \\ &= \frac{1}{2} u_g \{ J_0(k_1 r) \sin \theta + \sum_{m=2}^{\infty} \epsilon_{m-1} \cdot i^{m-1} \cdot J_{m-1}(k_1 r) \sin m'\theta \\ &\quad + J_0(k_1 r) \sin \theta + \sum_{m=1}^{\infty} 2 \cdot i^{m'+1} \cdot J_{m'+1}(k_1 r) \sin m'\theta \} \\ &= \frac{1}{2} u_g \sum_{m=1}^{\infty} 2 \cdot i^{m-1} \{ J_{m-1}(k_1 r) + J_{m+1}(k_1 r) \} \sin m\theta \cdot e^{-ik_1 v_{t1} \cdot t} \\ &= u_g \sum_{m=1}^{\infty} \epsilon_m \cdot i^{m-1} \cdot m \cdot \frac{J_m(k_1 r)}{k_1 r} \sin m\theta \cdot e^{-ik_1 v_{t1} \cdot t} \\ &\quad \dots\dots\dots (2.2.7) \end{aligned}$$

また、 v_θ についても同様の手法によって次のような結果をうる。

$$v_\theta = v \cdot \cos \theta$$

$$= u_\theta \sum_{m=0}^{\infty} \epsilon_m \cdot i^{m-1} \frac{\partial J_m(k_1 r)}{\partial (k_1 r)} \cos m\theta \cdot e^{-ik_1 v_{t1} \cdot t} \dots\dots\dots (2.2.8)$$

2.2.2 地盤内への散乱波および構造物内波動

次に構造物表面で散乱される波動について考えれば、その散乱された波動は縦波、横波として地盤中を伝播していくことになる。これらの解は地盤内での波動方程式を変数分離法によって解き、構造物の外方に向って進行する波動を表わす解を採用すればよい。これより地盤内の変位 u_1, v_1 はこの散乱波動と式 (2.2.7), (2.2.8) の入射波を加え合わせることによって次式のように得られる。

$$u_1 = v_r + \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ A_m \frac{\partial H_m^{(1)}(k_1 r)}{\partial r} - B_m \frac{H_m^{(1)}(k_1 r)}{r} \right\} \sin m\theta \cdot e^{-i\omega t}$$

\dots\dots\dots (2.2.9)

$$v_1 = v_\theta + \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ m A_m \frac{H_m^{(1)}(k_1 r)}{r} - B_m \frac{\partial H_m^{(1)}(k_1 r)}{\partial r} \right\} \cos m\theta \cdot e^{-i\omega t}$$

上式中 $k_1 = \omega/v_{t1}$, $k_1 = \omega/v_{l1}$ は地盤中での横波と縦波の波数を表わし、 ω は入射波の円振動数 v_{t1} , v_{l1} は横波、縦波の伝播速度を表わす。

次に構造物の変位 u_2, v_2 については管の外面 $r=a$ より構造物内へ屈折された波動と内面 $r=b$ で構造物内へ全反射された波動との和として、次のように表わせる。

$$u_2 = \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ M_m \frac{\partial H_m^{(2)}(k_2 r)}{\partial r} - N_m \frac{H_m^{(2)}(k_2 r)}{r} + R_m \frac{\partial H_m^{(1)}(k_2 r)}{\partial r} - S_m \frac{H_m^{(1)}(k_2 r)}{r} \right\}$$

$$\cdot \sin m\theta \cdot e^{-i\omega t}$$

$$v_2 = \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ m M_m \frac{H_m^{(2)}(k_2 r)}{r} - N_m \frac{\partial H_m^{(2)}(k_2 r)}{\partial r} + m R_m \frac{H_m^{(1)}(k_2 r)}{r} - S_m \frac{\partial H_m^{(1)}(k_2 r)}{\partial r} \right\}$$

$$\cdot \cos m\theta \cdot e^{-i\omega t}$$

\dots\dots\dots (2.2.10)

上式中 $k_2 = \omega/v_{t2}$, $k_2 = \omega/v_{l2}$ は構造物内の横波、縦波の波数を表わす。

式 (2.2.9), (2.2.10) の変位よりそれぞれの直応力 σ およびせん断応力 τ を求めると次のようになる。

$$\begin{aligned}\sigma_r^{(1)} = & 2 \mu_1 \frac{e^{-i\omega t}}{r^2} \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} [A_m \{ (m^2 + m - \frac{1}{2} k_1^2 r^2) H_m^{(1)}(h_1 r) - h_1 r \cdot H_{m-1}^{(1)}(h_1 r) \} \\ & + B_m \{ (m^2 + m) H_m^{(1)}(k_1 r) - m k_1 r \cdot H_{m-1}^{(1)}(k_1 r) \} + \frac{u g \epsilon_m i^{m-1}}{k_1} \{ (m^2 + m) J_m(k_1 r) \\ & - m k_1 r J_{m-1}(k_1 r) \}] \sin m\theta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_\theta^{(1)} = & 2 \mu_1 \frac{e^{-i\omega t}}{r^2} \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} [A_m \{ (-m^2 - m + h_1^2 r^2 - \frac{1}{2} k_1^2 r^2) H_m^{(1)}(h_1 r) + h_1 r \cdot H_{m-1}^{(1)}(h_1 r) \} \\ & + B_m \{ (-m^2 - m) H_m^{(1)}(k_1 r) + m k_1 r \cdot H_{m-1}^{(1)}(k_1 r) \} - \frac{u g \epsilon_m i^{m-1}}{k_1} \{ (m^2 + m) J_m(k_1 r) \\ & - m k_1 r J_{m-1}(k_1 r) \}] \sin m\theta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\tau_{r\theta}^{(1)} = & 2 \mu_1 \frac{e^{-i\omega t}}{r^2} \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} [A_m \{ -(m^2 + m) H_m^{(1)}(h_1 r) + m h_1 r \cdot H_{m-1}^{(1)}(h_1 r) \} + B_m \{ (-m^2 - m \\ & + \frac{1}{2} k_1^2 r^2) H_m^{(1)}(k_1 r) + k_1 r \cdot H_{m-1}^{(1)}(k_1 r) \} - \frac{u g \epsilon_m i^{m-1}}{k_1} \{ (m^2 + m - \frac{1}{2} k_1^2 r^2) J_m(k_1 r) \\ & - k_1 r J_{m-1}(k_1 r) \}] \cos m\theta\end{aligned}$$

..... (2.2.11)

$$\begin{aligned}\sigma_r^{(2)} = & 2 \mu_2 \frac{e^{-i\omega t}}{r^2} \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} [M_m \{ (m^2 + m - \frac{1}{2} k_2^2 r^2) H_m^{(1)}(h_2 r) - h_2 r \cdot H_{m-1}^{(2)}(h_2 r) \} \\ & + N_m \{ (m^2 + m) H_m^{(2)}(h_2 r) - m k_2 r \cdot H_{m-1}^{(2)}(k_2 r) \} + R_m \{ (m^2 + m - \frac{1}{2} k_2^2 r^2) H_m^{(1)}(h_2 r) \\ & - h_2 r \cdot H_{m-1}^{(1)}(h_2 r) \} + S_m \{ (m^2 + m) H_m^{(1)}(k_2 r) - m k_2 r \cdot H_{m-1}^{(1)}(k_2 r) \}] \sin m\theta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\sigma_\theta^{(2)} = & 2 \mu_2 \frac{e^{-i\omega t}}{r^2} \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} [M_m \{ (-m^2 - m + h_2^2 r^2 - \frac{1}{2} k_2^2 r^2) H_m^{(2)}(h_2 r) + h_2 r \cdot H_{m-1}^{(2)}(h_2 r) \} \\ & + N_m \{ (-m^2 - m) H_m^{(2)}(k_2 r) + m k_2 r \cdot H_{m-1}^{(2)}(k_2 r) \} + R_m \{ (-m^2 - m + h_2^2 r^2 - \frac{1}{2} k_2^2 r^2) \\ & \cdot H_m^{(1)}(h_2 r) + h_2 r \cdot H_{m-1}^{(1)}(h_2 r) \} + S_m \{ (-m^2 - m) H_m^{(1)}(k_2 r) + m k_2 r \cdot H_{m-1}^{(1)}(k_2 r) \}] \\ & \cdot \sin m\theta\end{aligned}$$

$$\tau_{r\theta}^{(2)} = 2 \mu_2 \frac{e^{-i\omega t}}{r^2} \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} [M_m \{ -(m^2 + m) H_m^{(2)}(h_2 r) + m h_2 r \cdot H_{m-1}^{(2)}(h_2 r) \} + N_m \{ (-m^2$$

$$\begin{aligned}
& -m + \frac{1}{2} k_2^2 r^2 \} H_m^{(2)}(k_2 r) + k_2 r H_{m-1}^{(2)}(k_2 r) \} + Rm \{ (-m^2 - m) H_m^{(1)}(h_2 r) + m h_2 r \\
& \cdot H_{m-1}^{(1)}(h_2 r) \} + Sm \{ (-m^2 - m + \frac{1}{2} k_2^2 r^2) H_m^{(1)}(k_2 r) + k_2 r H_{m-1}^{(1)}(k_2 r) \} \} \cdot \cos m \theta \\
& \dots\dots\dots (2.2.12)
\end{aligned}$$

以上の式中の Am, Bm, Mm, Nm, Rm, Sm , の 6 個の未定定数はこの振動系の境界条件より決定される。
すなわち, $r = b$ においては応力の拘束を受けていないこと, および $r = a$ では構造物と地盤の間に
すべりがなく変位と応力が連続であることの両方で次式のように表示される。

$$\left. \begin{aligned}
r = b : \sigma_r^{(2)} = \tau_{r\theta}^{(2)} &= 0 \\
r = a : \sigma_r^{(1)} = \sigma_r^{(2)}, \quad \tau_{r\theta}^{(1)} = \tau_{r\theta}^{(2)}, \\
u_1 = u_2, \quad v_1 = v_2
\end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (2.2.13)$$

式 (2.2.9) ~ 式 (2.2.12) を式 (2.2.13) に代入することによって各未定定数を決定することが
できるが, この場合次の 6 元の複素係数連立方程式を解く必要がある。

$$\{ a_{ij} \} \cdot \{ X_j \} = \{ b_i \} \quad (i, j = 1 \sim 6) \dots\dots\dots (2.2.14)$$

上式で $\{ X_j \}$ は未定定数列ベクトルであり, $\{ a_{ij} \}, \{ b_i \}$ は以下に示す諸式で表示される。

$$\left. \begin{aligned}
a_{11} &= -\frac{\mu_1}{\mu_2} \{ (m^2 + m - \frac{1}{2} k_1^2 a^2) H_m^{(1)}(h_1 a) - h_1 a \cdot H_{m-1}^{(1)}(h_1 a) \} \\
a_{12} &= -\frac{\mu_1}{\mu_2} \{ (m^2 + m) H_m^{(1)}(k_1 a) - m k_1 a \cdot H_{m-1}^{(1)}(k_1 a) \} \\
a_{13} &= \{ (m^2 + m - \frac{1}{2} k_2^2 a^2) H_m^{(2)}(h_2 a) - h_2 a \cdot H_{m-1}^{(2)}(h_2 a) \} \\
a_{14} &= \{ (m^2 + m) H_m^{(2)}(k_2 a) - m k_2 a \cdot H_{m-1}^{(2)}(k_2 a) \} \\
a_{15} &= \{ (m^2 + m - \frac{1}{2} k_2^2 a^2) H_m^{(1)}(h_2 a) - h_2 a \cdot H_{m-1}^{(1)}(h_2 a) \} \\
a_{16} &= \{ (m^2 + m) H_m^{(1)}(k_2 a) - m k_2 a \cdot H_{m-1}^{(1)}(k_2 a) \} \\
a_{21} &= -\frac{\mu_1}{\mu_2} \{ (-m^2 - m) H_m^{(1)}(h_1 a) + m h_1 a \cdot H_{m-1}^{(1)}(h_1 a) \} \\
a_{22} &= \frac{\mu_1}{\mu_2} \{ (-m^2 - m + \frac{1}{2} k_1^2 a^2) H_m^{(1)}(k_1 a) + k_1 a \cdot H_{m-1}^{(1)}(k_1 a) \}
\end{aligned} \right\}$$

$$\begin{aligned}
a_{23} &= \{ (-m^2 - n) H_m^{(2)}(h_2 a) + m h_2 a \cdot H_{m-1}^{(2)}(h_2 a) \} \\
a_{24} &= \{ (-m^2 - m + \frac{1}{2} k_2^2 a^2) H_m^{(2)}(k_2 a) + k_2 a \cdot H_{m-1}^{(2)}(k_2 a) \} \\
a_{25} &= \{ (-m^2 - m) H_m^{(1)}(h_2 a) + m h_2 a \cdot H_{m-1}^{(1)}(h_2 a) \} \\
a_{26} &= \{ (-m^2 - m + \frac{1}{2} k_2^2 a^2) H_m^{(1)}(k_2 a) + k_2 a \cdot H_{m-1}^{(1)}(k_2 a) \} \\
a_{31} &= - \{ h_1 a \cdot H_{m-1}^{(1)}(h_1 a) - m H_m^{(1)}(h_1 a) \} , \\
a_{32} &= m H_m^{(1)}(k_1 a) \\
a_{33} &= \{ h_2 a \cdot H_{m-1}^{(2)}(h_2 a) - m H_m^{(2)}(h_2 a) \} \\
a_{34} &= -m H_m^{(2)}(k_2 a) \\
a_{35} &= \{ h_2 a \cdot H_{m-1}^{(1)}(h_2 a) - m H_m^{(1)}(h_2 a) \} \\
a_{36} &= -m H_m^{(1)}(k_2 a) \\
a_{41} &= -m H_m^{(1)}(h_1 a) \\
a_{42} &= \{ k_1 a \cdot H_{m-1}^{(1)}(k_1 a) - m H_m^{(1)}(k_1 a) \} \\
a_{43} &= m H_m^{(2)}(h_2 a) \\
a_{44} &= - \{ k_2 a \cdot H_{m-1}^{(2)}(k_2 a) - m H_m^{(2)}(k_2 a) \} \\
a_{45} &= m H_m^{(1)}(h_2 a) \\
a_{46} &= - \{ k_2 a \cdot H_{m-1}^{(1)}(k_2 a) - m H_m^{(1)}(k_2 a) \} \\
a_{51} &= 0 \\
a_{52} &= 0 \\
a_{53} &= \{ (m^2 + m - \frac{1}{2} k_2^2 b^2) H_m^{(2)}(h_2 b) - h_2 b \cdot H_{m-1}^{(2)}(h_2 b) \} \\
a_{54} &= \{ (m^2 + m) H_m^{(2)}(k_2 b) - m k_2 b \cdot H_{m-1}^{(2)}(k_2 b) \}
\end{aligned}
\left. \vphantom{\begin{aligned} a_{23} \\ a_{24} \\ a_{25} \\ a_{26} \\ a_{31} \\ a_{32} \\ a_{33} \\ a_{34} \\ a_{35} \\ a_{36} \\ a_{41} \\ a_{42} \\ a_{43} \\ a_{44} \\ a_{45} \\ a_{46} \\ a_{51} \\ a_{52} \\ a_{53} \\ a_{54} \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (2 \cdot 2 \cdot 15)$$

$$a_{55} = \{ (m^2 + m - \frac{1}{2} k_2^2 b^2) H_m^{(1)}(h_2 b) - h_2 b \cdot H_{m-1}^{(1)}(h_2 b) \}$$

$$a_{56} = \{ (m^2 + m) H_m^{(1)}(k_2 b) - m k_2 b \cdot H_{m-1}^{(1)}(k_2 b) \}$$

$$a_{61} = 0$$

$$a_{62} = 0$$

$$a_{63} = \{ (-m^2 - m) H_m^{(2)}(h_2 b) + m h_2 b \cdot H_{m-1}^{(2)}(h_2 b) \}$$

$$a_{64} = \{ (-m^2 - m + \frac{1}{2} k_2^2 b^2) H_m^{(2)}(k_2 b) + k_2 b \cdot H_{m-1}^{(2)}(k_2 b) \}$$

$$a_{65} = \{ (-m^2 - m) H_m^{(1)}(h_2 b) + m h_2 b \cdot H_{m-1}^{(1)}(h_2 b) \}$$

$$a_{66} = \{ (-m^2 - m + \frac{1}{2} k_2^2 b^2) H_m^{(1)}(k_2 b) + k_2 b \cdot H_{m-1}^{(1)}(k_2 b) \}$$

$$b_1 = u_g \epsilon_m \nu^m \frac{\mu_1}{\mu_2} \{ (m^2 + m) J_m(k_1 a) - m k_1 a \cdot J_{m-1}(k_1 a) \}$$

$$b_2 = u_g \epsilon_m \nu^m \frac{\mu_1}{\mu_2} \{ (-m^2 - m + \frac{1}{2} k_1^2 a^2) J_m(k_1 a) + k_1 a \cdot J_{m-1}(k_1 a) \}$$

$$b_3 = -m u_g \epsilon_m \nu^m J_m(k_1 a)$$

$$b_4 = -u_g \epsilon_m \nu^m \{ k_1 a \cdot J_{m-1}(k_1 a) - m J_m(k_1 a) \}$$

$$b_5 = 0$$

$$b_6 = 0$$

2.2.3 数値計算結果と慣性力についての検討

$k_1 a$ を無次元周波数として用いれば上式で求めた構造物の変位，応力の応答量 f_T は次式のように無次元量で示される。

$$f_T = f_T \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}, \frac{\rho_1}{\rho_2}, \nu_1, \nu_2, \frac{b}{a}, k_1 a \right) \quad \dots\dots\dots (2.2.16)$$

ここに， μ ：せん断弾性定数， ρ ：密度， ν ：ポアソン比である。

また，変位に関する量はすべて入射波動の振幅 u_g で除して $u_2^* = u_2 / u_g$ のように表示し，応力については $\sigma_r^{*(2)} = \sigma_r^{(2)} / (\nu k_1 u_g)$ のように無次元量で表示することにする。

ここで計算に
用いた数値は

$$\rho_1/\rho_2 = 0.8,$$

$$\nu_1 = 0.4, \quad \nu_2$$

$$= 0.15 \text{ とし他}$$

の値は以下のお

の図の中に

示したものを

用いた。級数解の

収束については

誤差が0.5%以

下となるように

変位については

第5項まで、応

力については第

10項までの和と

して求めた。

Fig. 2.2.2

Fig. 2.2.3は

地盤との接触面

$r = a$ における

構造物の半径方

向、接線方向の

変位と $k_1 a$ との

関係を示したも

のである。図中

の θ は応答値を

求めた点の構造

物の位置を示し

ている。

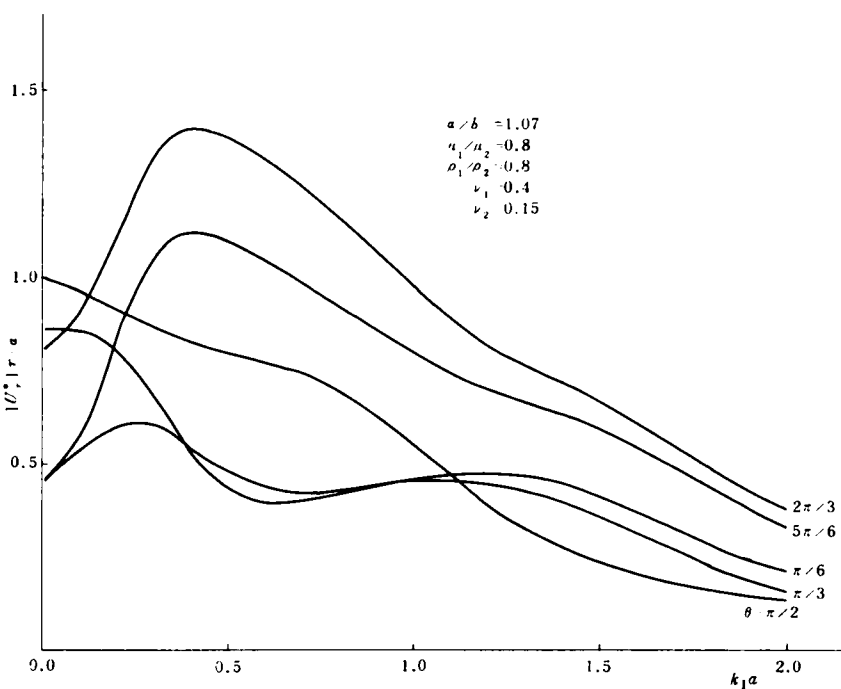


Fig. 2.2.2 半径方向変位の共振曲線

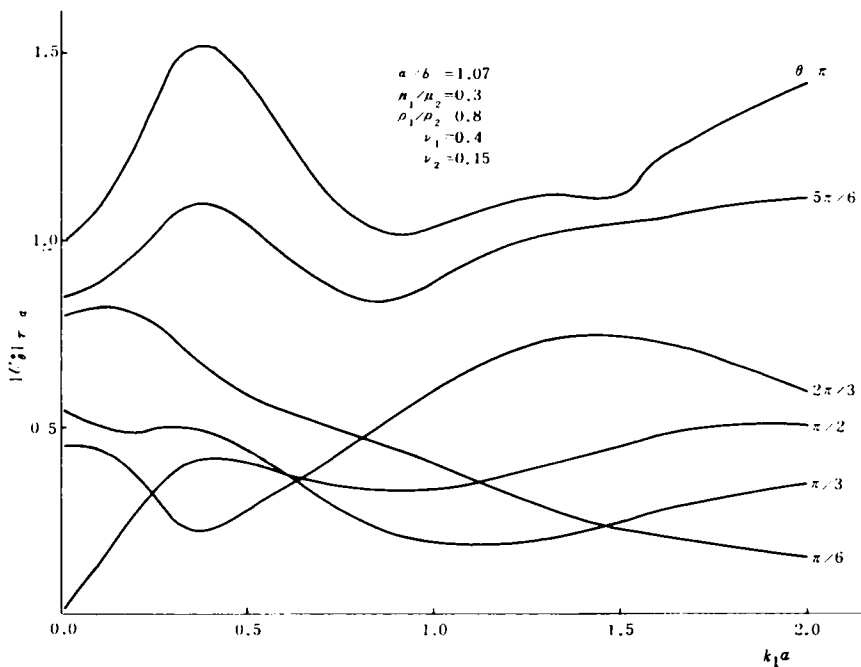


Fig. 2.2.3 接線方向変位の共振曲線

これらの周波数応答曲線は、いずれも周波数の変化に対して応答値の変化割合は大きくなく、特定の振動数にとくに鋭敏に反応するという傾向は出ていない。この結果は地盤が構造物の動きを拘束しているものによる

と考えられる。
 上述の解析における仮定が妥当な限りにおいては構造物の長手方向に直交する面内での振動においては地盤の運動によって構造物の応答特性が大きく左右されるものと考えられる。

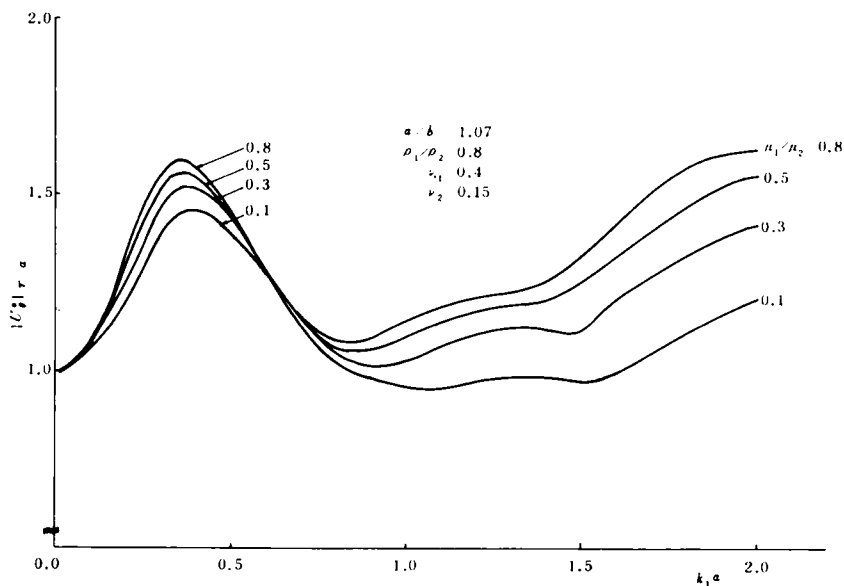


Fig. 2.2.4 接線方向変位の共振曲線

Fig. 2.2.4 は、同じく地盤と構造物の接触面 $r = a$ における接線方向変位 ($\theta = \pi$) の周波数特性を示したものであり、剛性比をパラメーターに選んでいる。剛性比が減少すれば応答値も減少する傾向にあることが

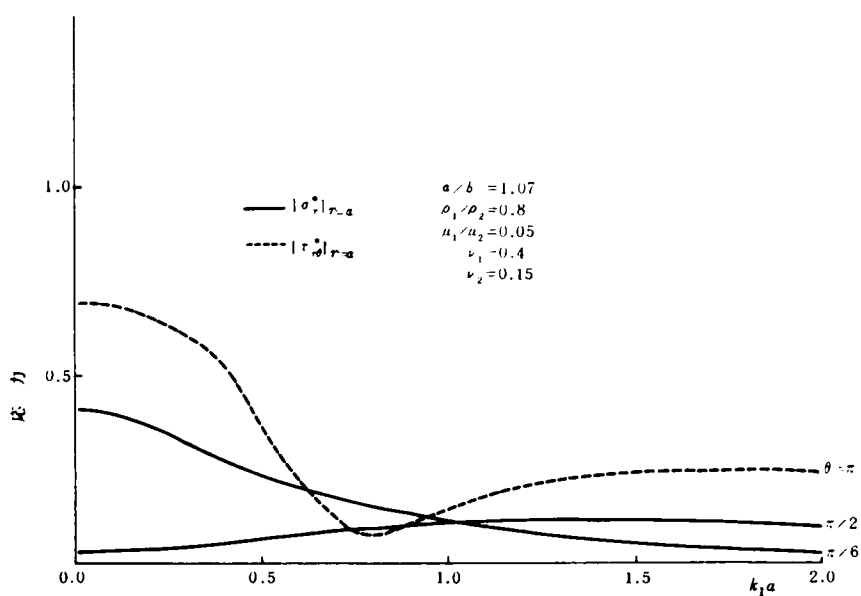


Fig. 2.2.5 応力の共振曲線

知られる。

Fig. 2.2.5は、 $r=a$ における σ_r^* 、 $\tau_{r\theta}^*$ の周波数特性を求めたものである。 $k_1 a \rightarrow 1.0$ の範囲では応力値はほぼ一定値となっている。ここで取り扱っている系は変位振幅一定の入射波動を考慮しており、 $k_1 a$ の増加にしたがって加速度はその2乗に比例して増加していることになっている。したがって、Fig. 2.2.5の $k_1 a \rightarrow 1.0$ の領域では入力加速度が増大しても応答応力の値は増加しないという結果が示されており、これより構造物に生じる応力は少なくとも入力加速度の大きさに支配されることはないと解される。

Fig. 2.2.6

は構造物の管厚の相異が $\tau_{r\theta}^*$ の応答に及ぼす影響を周波数域で図示したものである。管厚パラメーター a/b の増加は管体の厚み l^* の増加と考えられ、 a/b が大きくなれば構造物自体は変形しにくくなり、逆に変形を

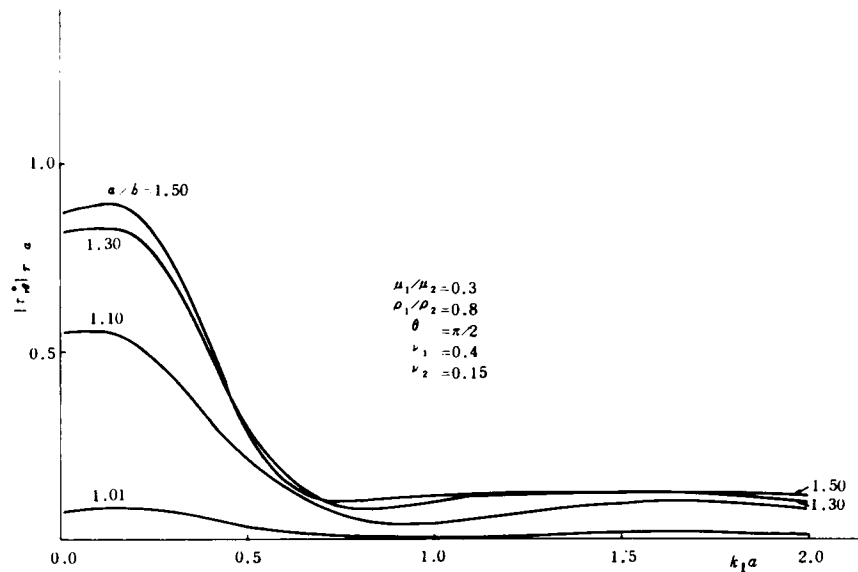


Fig. 2.2.6 接線方向応力の共振曲線

拘束する地盤反力が大きな値となってくるので $\tau_{r\theta}^*$ が増加してくるものと考えられる。

Fig. 2.2.7は u_r^* 、 u_θ^* についてその応答値の実数部、虚数部の円周方向分布を示したものである。 $r=a$ における値であり、外側に正値を内側に負値を示してある。 $k_1 a$ の値によって若干異なるが u_θ^* は $\theta = 0, \pi$ の方向で、 u_r^* は $\theta = \pi/4, 3\pi/4$ の方向でそれぞれ最大応答値をもつことが知られる。

Fig. 2.2.8には、 $r=a$ における応力 $|\sigma_r^*|$ 、 $|\tau_{r\theta}^*|$ の分布を示した。(a)は $\mu_1/\mu_2 = 0.8$ (b)は $\mu_1/\mu_2 = 0.3$ としてそれぞれの場合の応答値を示した。 $k_1 a = 0.1, 1.5$ として周波数の影響も同時に検討した。この結果より応力の分布形状は剛性比にはあまり関係なく、周波数によって左右

されることがわかる。応力についても $|\tau_{r\theta}^*|$ は $\theta = 0, \pi$ の方向で、 $|\sigma_r^*|$ は $\theta = \pi/4, 3\pi/4$ の方向で最大値を示している。

Fig. 2.2.9 はこれまでの計算結果より、構造物の最大変位最大応力に与える剛性比の影響を調べたものである。剛性比の増加とともに最大変位は若干ながら増加する傾向にあり、最大応力は急激に減少することが知られる。剛性比の増加ということと構造物の剛性が低下して柔らかくなったものと解釈すれば、構造物の最大応答変位は増大し、管体の変形が許されているので最大応力は減少することになり、上述の結果を説明することができる。

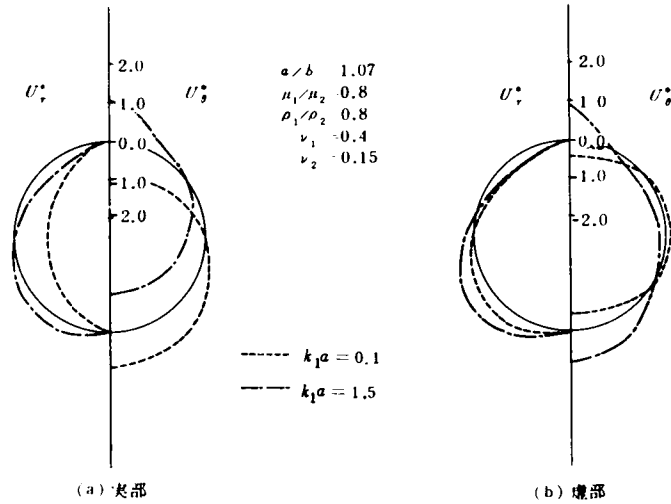


Fig. 2.2.7 変位の円周方向分布

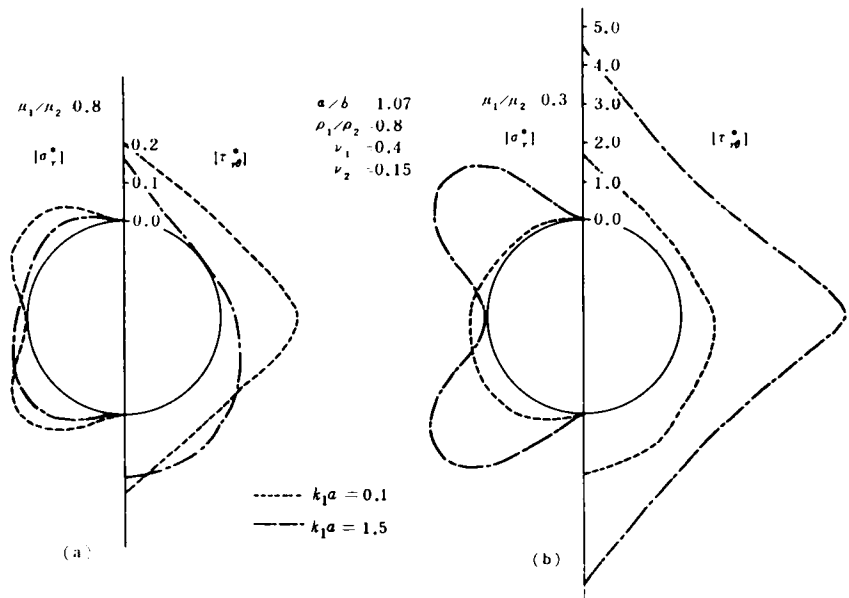


Fig. 2.2.8 応力の円周方向分布

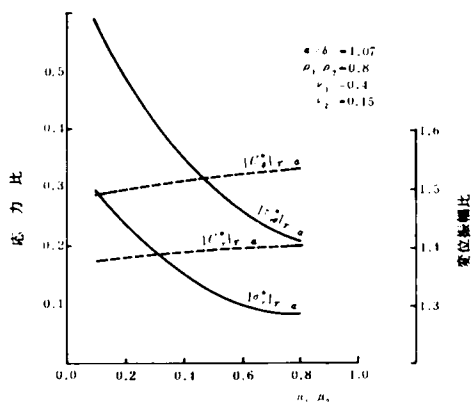


Fig. 2.2.9 剛性比と応答値の関係

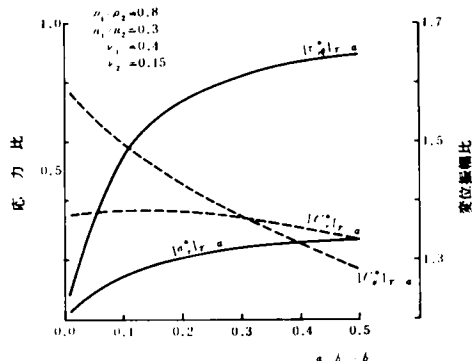


Fig. 2.2.10 管厚と応答値の関係

Fig. 2.2.10は構造物の最大変位，最大応力に与える管厚 b の影響について調べたものである。図より管厚の増加とともに接線方向の変位は減少し，応力は増大するという結果が得られ，前述の剛性比の影響とはほぼ逆の関係になっていることが知られる。管厚が増せば，構造物の剛性が増加することと考え合わせれば当然の結果であろう。

最後に，一例として地盤内にコンクリート下水道管が埋設されているような場合を対象として，本節での仮定が許されるものとして計算例を示す。

地盤については $E_1 = 0.23 \times 10^4 \text{ kg/cm}^2$ ， $\rho_1 g = 2.0 \text{ gr/cm}^3$ ， $\nu_1 = 0.40$ （このとき $v_{t1} = 200 \text{ m/sec}$ ），コンクリート管については $b = 100 \text{ cm}$ ， $a = 107 \text{ cm}$ ， $E_2 = 2.1 \times 10^5 \text{ kg/cm}^2$ ， $\rho_2 g = 2.3 \text{ gr/cm}^3$ ， $\nu_2 = 0.15$ とする。また，入射波動については $u_g = 1 \text{ cm}$ ， $\omega = 10 \text{ rad/sec}$ 場合について計算する。これらの諸数値のとき $a/b = 1.07$ ， $\rho_1/\rho_2 = 0.87$ ， $\mu_1/\mu_2 = 0.01$ ， $k_1 a = 0.05$ となる。Fig. 2.2.5などより構造物に生じる最大変位，最大応力は $|u_r^*| = 0.16$ ， $|u_\theta^*| = 0.29$ ， $|\sigma_r^*| = 0.39$ ， $|\tau_{r\theta}^*| = 0.70$ となる。

これら無次元量を実際の量に換算すればそれぞれ， $u_r = 0.16 \text{ cm}$ ， $u_\theta = 0.29 \text{ cm}$ ， $\sigma_r = 1.0 \text{ kg/cm}^2$ ， $\tau_{r\theta} = 1.75 \text{ kg/cm}^2$ となる。これより，構造物が地震波などを受けた際の動的な応答値は，土被りや自重による静的な変位量に比較して必ずしも小さな値ではないことが知られる。

2.3 有限要素法による横断面内での振動特性の解析

2.3.1 解析モデルの検討

有限要素法 (F.E.M.) を用いる場合、振動系の運動方程式はマトリックス表示を用いて次のように書ける。

$$[M]\{\ddot{\delta}\} + [C]\{\dot{\delta}\} + [K]\{\delta\} = \{P\} \quad \dots\dots\dots (2.3.1)$$

ここに、 $[M]$ は自重による mass matrix, $[K]$ は系の stiffness matrix, $\{P\}$ は与えられた節点荷重を表わす vector, $\{\delta\}$ は未知の節点変位 vector である。

$[K]$ の要素 stiffness matrix $[K]^e$ は材料の変位とひずみの関係を与える matrix $[B]$ および応力とひずみの関係を与える matrix $[D]$ を用いることによって、三角形の要素分割を用いるときには周知の次式で表わされる。

$$[K]^e = [B]^T \cdot [D] \cdot [B] \cdot A \cdot t \quad \dots\dots\dots (2.3.2)$$

ここに、 $[B]^T$ は $[B]$ の転置 matrix, A, t は要素の面積と厚さを表わす。

また、mass matrix $[M]$ は質量分配 matrix を用いて計算する consistent mass matrix と分割要素の質量を節点に集中させる lumped mass matrix の考え方があるが、本解析では分割要素の質量を重心と頂点との距離に反比例させて各頂点に分配させる手法を用いた。³⁾ 次に damping matrix $[C]$ についてはその合理的な決定がむずかしく、系の最大応答値に直接影響するだけに慎重な取り扱いが要求される。Zienkiewicz⁴⁾ は相対速度に対する抵抗が物体の各点で与えられた場合には consistent mass matrix の考え方と同様にして matrix $[M]$ を用いて $[C]$ を求める方法を提案している。山田・松村³⁾ は各要素に粘性係数を定数 c^* の形で与え、それを1/3ずつ節点に等分に分配して damping matrix $[C]$ を求めている。あるいは、式 (2.3.1) を直接に計算するかわりに modal analysis の手法によって各行ごとに独立させて mode 間に連成が生じない形にし、減衰定数の形で減衰を見込んでこれから逆に damping matrix を決定するという方法もある。⁵⁾ 本解析では文献3)によって $[C]$ を決定し、応答計算結果から $[C]$ に用いる各要素の適切な c^* を検討することにした。

本章では上述の F.E.M. を用いて表層地盤内に埋設された管状構造物の振動特性について検討し、とくに、構造物のもつ慣性力が系の運動に与える影響について調べるが、まず最初に、本節ではその際に設定すべき適切な解析モデルについて検討する。

最初に、構造物が埋設されていない地盤層のみのモデルについて境界条件、側方領域の大きさ、分

割の仕方の影響について述べる。

Fig. 2.3.1にはモデルの一例を示した。節点数35、三角形要素数48で境界条件は下端部は上下、水平方向とも固定、側方の境界条件は上下方向には固定、水平方向には自由となっている。そして地盤は均質で一様としポアソン比0.40、ヤング係数 $2,000 \text{ kg/cm}^2$ 、単位

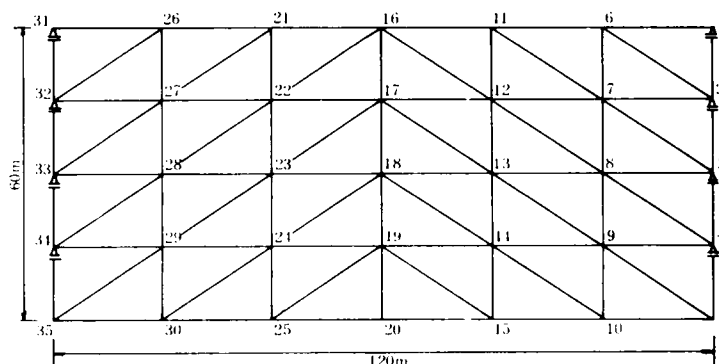


Fig. 2.3.1 地盤層モデル分割図

体積重量は 2.0 gr/cm^3 を用いた（このとき横波速度は約 190 m/sec ）。F.E.M.によりこのモデルについて非減衰固有円振動数、固有モードを計算したものがFig. 2.3.2である。この場合は1次、2次、3次のモードがそれぞれ水平、上下、ロッキングのモードとなっている。1次固有円振動数は図中の 7.556 rad/sec である。一方、層厚 H 、横波速度 v_t の一層地盤のせん断1次固有円振動数 ω_g は周知の次式で与えられる。

$$\omega_g = \pi \cdot v_t / 2H \quad \dots\dots\dots (2.3.3)$$

上式より計算される連続体地盤の ω_g は 7.478 rad/sec であり、F.E.M.による値とかなり良い一致を示している。また、モードについてもFig. 2.3.2に見るようにせん断モードに近い形状となっている。

F.E.M.は対象とする問題が半無限の領域にわたるものであっても、有限領域で近似して取り扱っていかなければならない。それに付随して境界付近をどのように取り扱うかは常に問題とされ、できる限り境界で波動が進行し、特異な運動を引き起こさないような状態をつくり出す境界条件が必要とされる。これまでも柴田・土岐・菅野⁶⁾、Lysmer⁷⁾らによって境界条件が種々に研究されている。

本文では入力点となる地盤層の下端部では、剛な基盤上に表層地盤が存在するとの仮定のもとに上下方向、水平方向の動きとも拘束し、変位がゼロとなるようにした。また、側方の境界条件は3種類のモデルを用いて固有値（固有振動数）と固有モードを求めて連続体として取り扱った場合のそれらと比較検討を行なった。

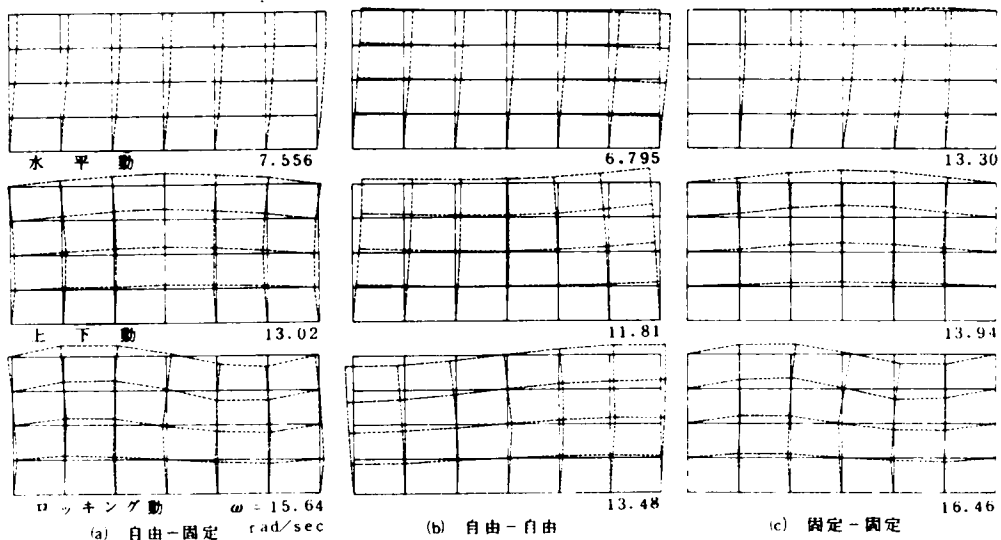


Fig. 2.3.2 固有値およびモード

Fig. 2.3.2 (a), (b), (c)は、それぞれのモデルでの水平、上下、ロッキング振動の固有円振動数とモードを示したものである。境界条件は(a)は水平方向は自由、上下方向は固定、(b)は両方向とも自由、(c)は両方向とも固定の場合についての計算結果である。水平振動については、(b)の場合はモードはせん断型となっているが、固有円振動数は連続体計算値よりも若干小さくなっている。(c)の場合についてはモード、固有円振動数とも連続体の場合とはかなりかけ離れたものである。上下振動、ロッキング振動数については(a)と(c)の場合にはモード、固有円振動数ともに類似しており、(b)の場合には固有円振動数は小さな値となり、モードも(a), (c)とは異なっている。

次節で解析を試みるモデルについては地盤の1次固有振動数が卓越し、高次のモードは引き起されにくいだろうことと(a)のモデルの1次固有振動数が式(2.3.3)で求めた値とよく一致することを考え合わせれば、側方の境界条件としては水平方向は自由、上下方向は固定の条件を用いるのが比較的妥当であろうと考えられる。

次に地盤層の横幅が固有値に与える影響について検討する。水平方向に無限に広がる層を有限な幅で限定するわけであるから、当然にその影響は考えねばならない。そこで、地盤層の厚さを40mで一定とし横幅を60, 90, 120 mと変化させて側方の境界条件が水平方向は自由、上下方向は固定の場合について固有振動数とモードを求めた。そしてFig. 2.3.3には横幅と1次、2次、3次の固有振動数との関連について図示した。図の縦軸は横幅が60mのときの値に対しての比率として表示している。水平振動については横幅の変化につれての固有振動数比の変化はほとんどなく、連続体計算値0.989

に接近していく傾向もみられない。また、上下振動については、横幅が増加すれば固有振動数は減少し、90m、120mでは収束した値を示している。ロッキング振動については120mまでととても収束した値は示さずに、この側方境界の条件を用いる限りはさらに大きく横幅をとる必要のあることを示している。上述したように1次の水平振動が卓越するような場合には、Fig. 2.3.3の結果から120mもとれば十分であるように思われる。^{山田³⁾松村}らの研究によれば2次元F.E.M.を用いる場合、横幅は層厚の2倍以上が適切であることも指摘されている。

次に分割の仕方の影響について検討する。Fig. 2.3.4に示すように層厚40m、横幅60mで分割法の異なる3種類のモデルについて計算を行なった。それぞれの要素数は32、24、16となっている。固有振動数、モードを計算した結果、上下方向の分割を4のままとし、水平方向の分割を4分割から3分割にした場合には、各次数の固有振動数は若干小さくなる程度でその影響は小さい。また、水平方向の分割を4のままとし、上下方向を4分割から2分割にした場合にも固有振動数は小さくなるがその影響も少ないことが知られた。1次モードについての計算結果を見れば、分割数が16要素から32要素になるにつれて式(2.3.3)で計算した連続弾性体での値に接近していくが、その3者の差異はわずかである。ここで取り扱っているような均質一様なモデルを対象にする限りにおいては、分割数が少なくても連続体としての計算とかけ離れた値となることは考えられない。

以上はモデルの検討であり、減衰を考慮しない非減衰固有振動数とモードについて述べてきた。次に、上述した α^* をいかに選ぶべきかについて検討を加える。

各要素に粘性係数を定数 α^* の形で与え、それを1/3ずつ節点に等分に分配して damping matrix $[C]$ を組立てていくのでマトリックス $[C]$ の各要素とも値をもってくる。したがって各次振動の間に連成を生じ、modal analysisの手法によって

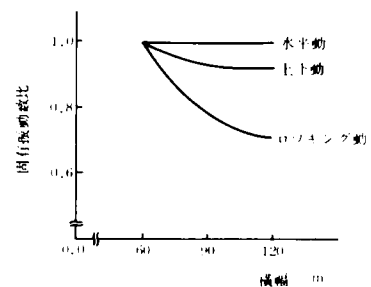


Fig. 2.3.3 横幅の影響

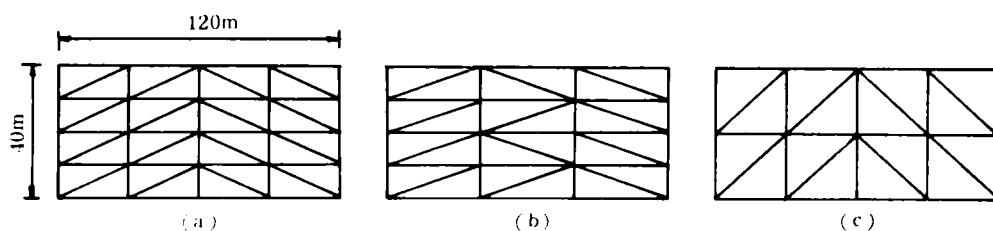


Fig. 2.3.4 分割の種類

式(2.3.1)を各次独立な運動方程式に変換することは困難である。ゆえに各要素に与えた c^* が減衰定数何%に相当するのかを式の上から類推していくことはむずかしい。そこで、実際に Fig. 2.3.1 のモデルについて地盤層下端部より水平方向に一定加速度 100 gal の正弦波入力を与えて地盤運動の共振曲線を求め減衰定数を推定してみる。

Fig. 2.3.5 は Fig. 2.3.1 の節点 No. 1 と No. 4 における水平方向の変位共振曲線である。そして地盤の諸定数は図中に示した値を用いて $c^* = 500 \text{ t} \cdot \text{sec}/\text{m}$ の値を各三角形要素に与えている。図より知られるように共振曲線は $f = 1.2 \text{ Hz}$ に共振点を持ち、この値は表層地盤層のせん断1次固有円振動数 7.556 rad/sec (1.202 Hz) と一致している。また、他の振動数では応答値がピークをもつことなくせん断振動が卓越していることが知られる。この図の共振曲線より $1/\sqrt{2}$ 法によって等価粘性減衰定数を求めると $h = 0.13$ となる。また、同様のモデルで $c^* = 1,500 \text{ t} \cdot \text{sec}/\text{m}$ としてその共振曲線より h を求めると 0.22 に相当する。これらはもちろん共振曲線の形状が1自由度系のそれに類似していることを利用しての近似解ではあるが、これまでにも研究されている地盤の減衰定数値⁸⁾⁹⁾とも考え合わせれば c^* が 500 ~ 1,500 $\text{t} \cdot \text{sec}/\text{m}$ の値は各要素に与えるものとしては妥当であると考えられる。

さらに Fig. 2.3.6 は地盤層の深さ方向における応答変位の分布形状を示したもので、図中の f は入力の振動数を表わしている。各振動数とも地盤変位はほぼせん断型のモードとなっていることが知られる。

以上、解析モデルを決定する際に検討されるべき要素について地盤層のみのモデルを例として述べた。

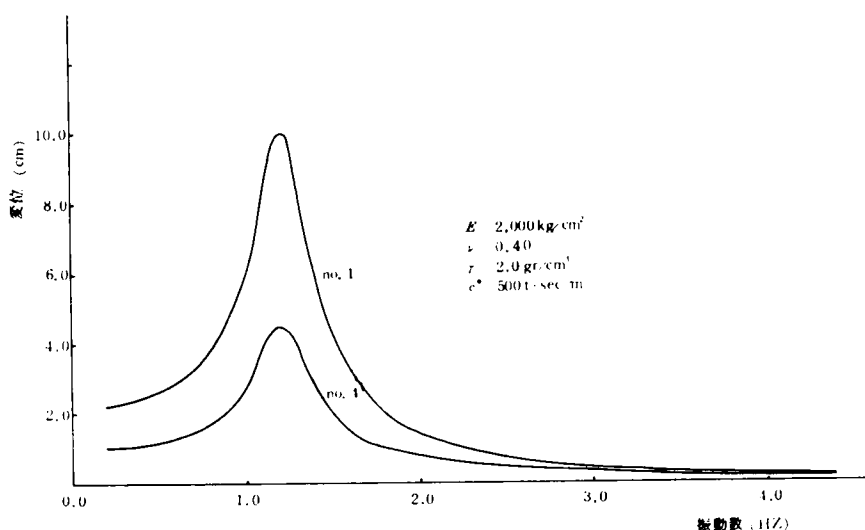


Fig. 2.3.5 地盤変位の共振曲線

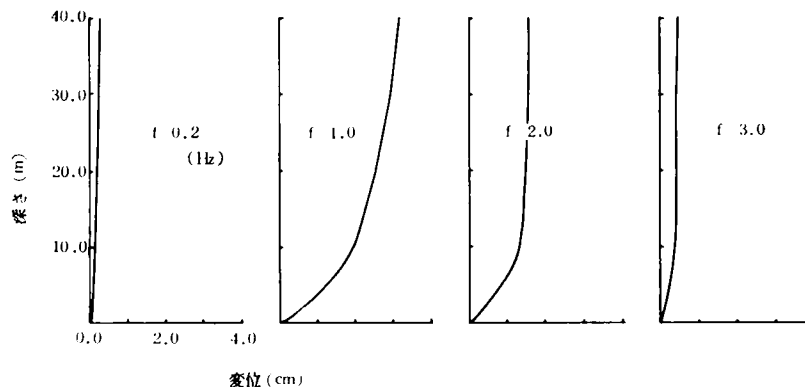


Fig. 2.3.6 地盤内変位分布

2.3.2 振動解析と結果の検討

本節では表層地盤内に埋設された管状構造物の管軸直角2次元断面内での振動特性について調べる。前節のモデルでは無限弾性体地盤内に埋設された構造物を設定し、その系が鉛直下方より入射してくるせん断波を受ける際の応答特性を波動理論によって解析した。その際、解析可能な境界条件を設定するという意味で地表面の影響を考慮することができなかった。本節のF.E.M.による解析においては、3種類のモデルを用いて埋設深さを5, 10, 20mと変化させ、地表面の存在の影響を検討した。また、入力としては地盤層下端部に一様に定常正弦波を作用させて、構造物のもつ慣性力が系全体の動特性に及ぼす影響をもたらすかを調べた。Fig. 2.3.7には埋設深さ5mの場合の地盤層、構造物の形状、寸法と分割法を示している。

地盤の諸定数は前節で示したものと同様でヤング係数 $E_1 = 2,000 \text{ kg/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu_1 = 0.40$ 、単位体積重量 $\rho_1 g = 2.0 \text{ gr/cm}^3$ 、横波速度 $v_{H1} = 190 \text{ m/sec}$ である。構造物についてはFig. 2.3.7に示すように中空断面とせず、コンクリート製の中空正八角形断面のものを設定した。その理由の一つはF.E.M.を用いる都合上、中空断面とした場合には分割が非常に複雑となって計算の精度を上げるには多くの三角形要素を必要とすること、また、他の理由は本章の目的が管状構造物のもつ慣性力が果して系全体の振動特性にどこまで影響を与えるかを検討することであり、中空断面とした場合には構造物のもつ質量が最大となって、もっとも大きい慣性力を見込んでいることになるからである。

構造物の物理諸定数は弾性定数 $E_2 = 210,000 \text{ kg/cm}^2$ 、ポアソン比 $\nu_2 = 0.15$ 、単位体積重量 $\rho_2 g = 3.30 \text{ gr/cm}^3$ をとっている。

最初に3種類のモデルについて固有円振動数、固有モードを求めた結果について述べる。

Fig. 2.3.8 (a), (b), (c)には3種類のモデルについてそれぞれ1次（水平振動）、2次（上下振

動), 3次(ロッキング振動)

の各モードと右下端部に各振動次の固有円振動数を示した。地盤モデルの側方境界条件は前節の検討結果より水平方向は自由, 上下方向は固定としている。

最初に構造物埋設の有無が系全体の振動特性に与え

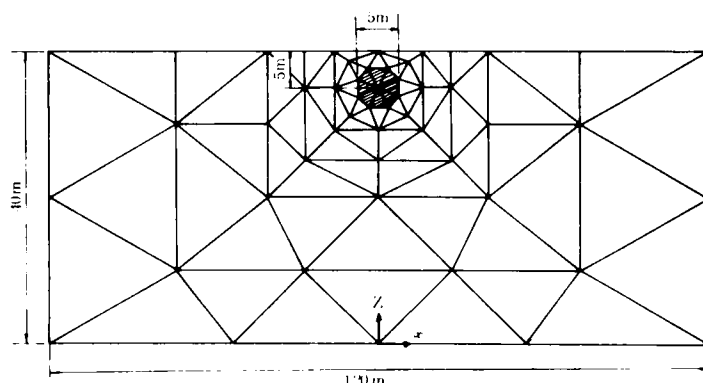


Fig. 2.3.7 地盤-構造物モデルの分割図

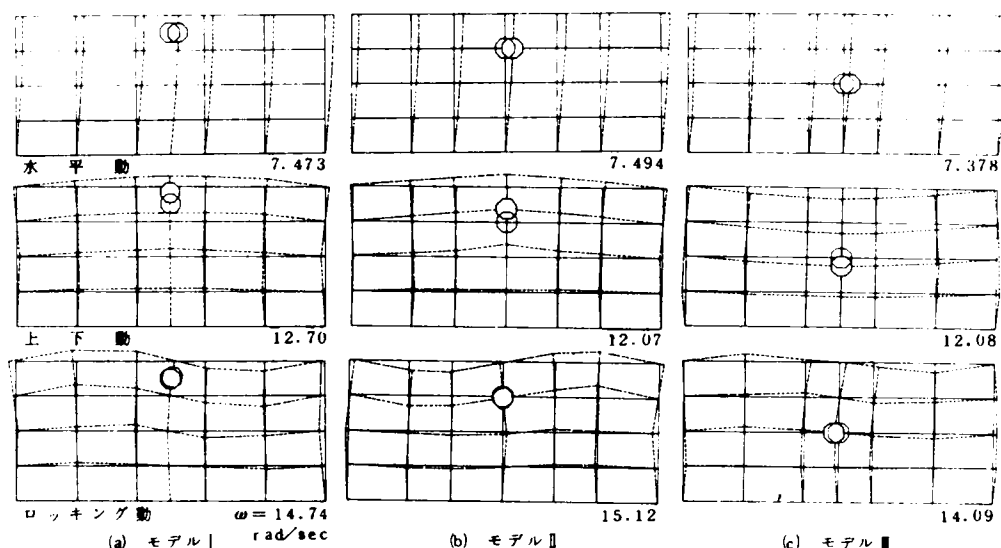


Fig. 2.3.8 固有値およびモード

る影響について考察する。前出 Fig.2.3.2.(a)と Fig.2.3.8 (a)を比較すれば1次の固有円振動数では両者は1%の差で非常に近い値となっている。2次, 3次の固有円振動数でも2~3%の差である。両振動系の要素分割が異なっていることを考え合わせれば, この程度の構造物の埋設によっても地盤の固有振動数はほとんど変化しないものとみなしてよい。また, 各次の振動モードについても地盤のみの場合とほとんど変りがないことが知られる。さらに高次の固有振動数と固有モードを検討した結果でも構造物自体の固有振動であると思われるものは見い出せなかった。

次に, Fig. 2.3.8(b), (c)については構造物の埋設深さが10m, 20mであり深い位置に設置された場合に相当するが, このときにも構造物自体が地盤の運動とは異なる独自の揺れ方をするのではなく

埋設地点の地盤の動きとほとんど同様であることが知られ、その地盤の動きは構造物が埋設されていないときの Fig. 2.3.2(a)の振動性状と大差はない。

上述の結果は層厚40mの表層地盤中に直径5m程度の構造物が埋設されている場合のものであり、構造物は地盤とほとんど同様の動きをすることが知られた。すなわち、系全体の振動特性に及ぼす構造物のもつ慣性力の影響がきわめて小さく、構造物固有の振動は引き起され得ないことが知られた。実際には管状構造物は内部が空洞となっているものであり、上述の解析よりもその質量をさらに小さく見積る必要があることを考えると、地中に埋設された管状構造物の運動は埋設地点の地盤運動でほとんど近似できるものと考えられる。

この結果は管状構造物の耐震性を考える上できわめて重要であり、地震時における地盤内部の運動性状を知ることが強調されるゆえんである。

次に定常正弦波入力を作用させて応答計算を行なった結果について述べる。

Fig. 2.3.9は、各モデルにおける構造物頂部の変位の共振曲線を求めたものである。各共振曲線とも地盤層の1次固有振動数に相当する振動数でピークをもっており、他の振動数ではとくにピークをもたず、構造物の固有振動数も現われていない。また、それぞれの共振曲線は前節で検討した構造物の埋設されていない地盤のみのモデルを用いた場合の構造物頂部の深さに相当する地点での地盤変位の共振曲線とほとんど一致することがわかった。この結果は前述の固有モードの検討からも知りうる場所である。

次に構造物周辺に作用する応力について検討する。Fig. 2.3.10(a),(b),(c)は埋設深さの異なる3種類の振動モデルについてそれぞれ σ_x , σ_y , τ_{xy} の応力分布を図示したものである。地盤層の固有振動数付近である $f=1.0$ Hzの場合の計算結果である。 σ_x , σ_y , τ_{xy} はいずれの埋設深さの場合にも加振方向(x方向)と45°の方向に応力の集中がみられ、この傾向は埋設位置が深くなるにしたがって顕著となってくる。

本解析においては土の単位体積重量は 2.0 gf/cm^3 を用いており、仮に土かぶりによる静的な圧力が地中の構造物に作用しているものとすれば、5, 10, 20mの深さでは1.0, 2.0, 4.0 kg/cm^2 となる。一方、Fig. 2.3.10の結果より、例えば σ_x についてみると最大応力はそれぞれの埋設深さの構造物周辺では0.4, 0.7, 1.0 kg/cm^2 であることが知られる。この結果からも、振動時に地中にある構造物に作用する振動圧は静的な圧力に比較して必ずしも小さくはなく、しかも、深い位置に埋設された場合はほど大きな振動圧が発生することが知られる。深い位置ほど大きな振動圧が発生するのは地中における振動時のひずみ分布と関連があることは明らかであろう。

以上の応答計算結果より、地中に埋設された構造物の応答変位については深い地中に埋設されたも

のほど小さくなる
が、逆に構造物に
作用する振動圧は
大きくなってくる
ことが知られ、地
中の深い場所に埋
設するほど耐震的
に安全であるとは
必ずしもいい得な
いことがわかる。

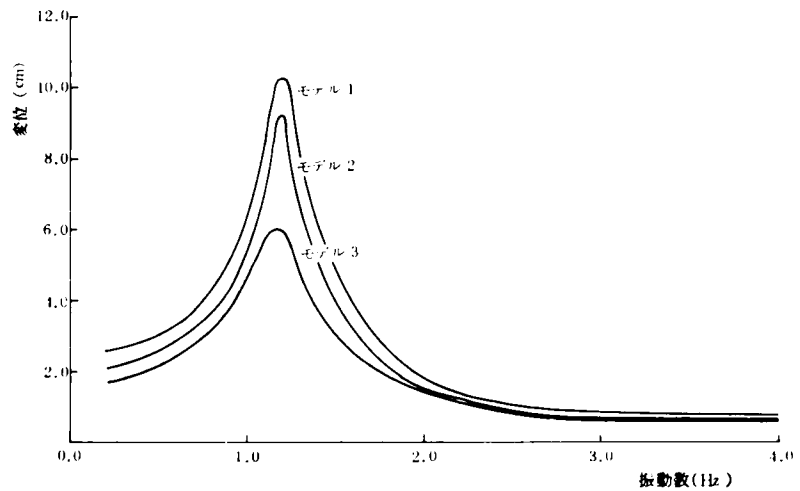


Fig. 2.3.9 構造物変位の共振曲線

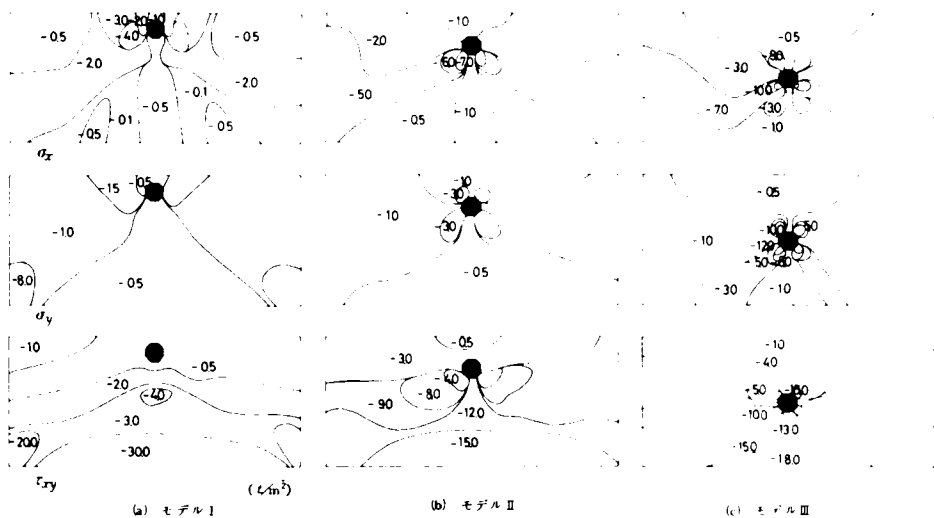


Fig. 2.3.10 地盤内応力分布

2.4 結 語

本章においては管状構造物の慣性力とその振動特性に及ぼす影響を検討する目的で、2.2では弾性波動論を用いて弾性地盤中にある構造物が、鉛直下方から進行してくるせん断波を受ける際の応答を解析し、さらに、2.3ではF.E.M.を用いて弾性表層地盤が水平運動を行なうときに、その地盤内に埋設された構造物の振動特性を解析した。

本章で対象とした管状構造物モデルはいずれもその直径が数m程度の規模を有するもので、その管軸直角断面内の挙動を把握することに努めた。2.2ではすべての物理量が無次元化されており、さらに規模の異なる断面の構造物であっても、地盤ならびに構造物が弾性的挙動を示し、地盤と構造物の接触面でずれが生じないという仮定が許される限りはこの手法によって管状構造物の振動特性が知られ、有益な資料が与えられるものと思う。さらに、本章の2.3の解析に用いたF.E.M.の電子計算機用プログラムは2次元問題の線型振動解析には広範囲に利用され、例えば境界条件、三角形要素の物理諸定数、平面応力、平面ひずみなどが自由に選択できるような汎用プログラムである。

本章の解析によって得られた研究成果を以下に列挙する。

1) 弾性地盤内にある管状構造物が鉛直下方から入射するせん断波動を受けるときの地盤－構造物系の連成振動を弾性波動論によって解析しうることを示し、その振動特性が地盤と構造物の剛性比、密度比およびそれぞれのポアソン比、管径比、そして入射波動の無次元化振動数によって表示されることを明らかにした。

2) せん断波動が入射する際に、地中にある管状構造物の管軸直角断面内における変位や応力の応答値が地盤の運動加速度に支配されることはなさそうであり、換言すれば構造物のもつ慣性力とその振動特性を左右する要因となり得ないものと考えられる。

3) 管軸直角断面内における管状構造物の周波数領域での振動解析結果によって、構造物の変位や応力の共振曲線はある特定の振動数とくに鋭敏に反応することがないことが知られ、地中にある管状構造物が共振状態になる可能性は少ないものと推察される。このことは構造物を取り囲む周辺の地盤の挙動によって管状構造物の動的挙動がほとんど決定されてしまっており、構造物のもつ固有振動特性が引き起されることが少ないことを示すものである。

4) 管状構造物がせん断波動を受けるとき、その管軸直角断面内の振動解析によって、構造物の剛性 μ_2 と地盤の剛性 μ_1 の比 μ_1/μ_2 が増加すれば、構造物に発生する応力は減少することが知られた。しかし、構造物の変位については μ_1/μ_2 が増加してもほとんど変化しないか、逆に若干増加する傾向にある。本文2.2の数値計算結果でも述べたように剛性比 μ_1/μ_2 の増加を地盤の剛性が一定であり、構造物の剛性が低下して柔らかくなったと解釈すれば、変形は増大するが応力はかえって減少する。すなわち、地盤の変形に追従するような管の変形が許される場合には、その反力として受ける力は減少することが知られる。

5) 管状構造物がせん断波動を受けるとき、その管軸直角断面内の振動解析によれば、構造物の外径 a と内径 b の比 a/b が増加すれば、構造物に生じる応力は増加し、変位は減少する傾向にある。とくに、応力と a/b との関係についていえば $(a-b)/b < 0.1$ の範囲では両者は1次比例の関係にあ

り、 $(a-b)/b = 0.1$ では応力は一定値に漸近していく。 $(a-b)/b$ の増加を管厚が大きくなって変形しにくい構造物を対象としていると解釈すれば、前述4)と同様の考察がなされる。

6) 同モデルの解析による構造物と地盤との接触面における応力分布は、入射波の振動数によって若干の相違はあるが、おおむね、直応力 $|\sigma_r|$ は波の進行方向と $\pi/4$ および $3\pi/4$ の方向にその最大値を有し、せん断応力 $|\tau_{r\theta}|$ は波の進行方向とそれに直角な方向に最大値をもつことが知られた。

7) F.E.M.を解析手法として用いる場合、解析モデルの境界条件、側方領域の大きさ、分割の仕方などについて検討した結果、次の事項が知られた。すなわち、地盤層の水平振動を取り扱うとき、側方の境界条件は水平方向が自由、上下方向は固定の条件が適している、横方向の領域は深さ方向の少なくとも2倍以上が必要であり、均質地盤で複雑な形状を対象としない限りは多少分割の仕方が異なっても、その結果得られる振動特性には大差がない。

8) 表層地盤中に埋設された管状構造物の2次元断面内における振動特性をF.E.M.によって解析した結果によれば、振動系全体に与える構造物の質量効果はほとんどなく、表層地盤のみで構造物が埋設されていない場合と振動特性はほとんど変化しない。そして構造物自体の固有振動特性が現われず、埋設地点の地盤と同様な挙動を示すことが知られた。この結果は系全体の振動特性に与える構造物のもつ慣性力の影響がきわめて小さいことを示しており、管状構造物の運動は埋設地点の地盤運動で近似できるものと考えられ、その耐震性には地震時における地盤内部の運動性状（加速度、速度、変位、ひずみなど）を的確に把握することが何よりも強調される。

9) F.E.M.による2次元振動解析の結果、地中に埋設された構造物の応答変位については、深い地中に埋設されるほど小さな値となるが、逆に構造物に作用する振動圧は深い位置に埋設されるほど大きくなっていくことが知られた。すなわち、地中の深い位置に埋設された構造物ほど耐震的に有利であるとは必ずしもいい難いことが知られる。

10) 本章第2節の解析モデルより、横波速度200 m/secの地盤中に直径が2 mのコンクリート管が埋設されており、加速度100 galのせん断波が入射するときに構造物に生じる直応力 σ_r は約 1 N/cm^2 となる。一方、40 mの層厚をもつ同様の地盤中に直径5 mの同材料の管が埋設されており、基盤面に一様に100 galの水平方向入力があるとき、水平方向の直応力 σ_r は10 mの埋設深さでは、F.E.M.による結果を用いると約 0.7 N/cm^2 となる。解析モデルが異なり、応答値ももちろん異なってくるが弾性波動論とF.E.M.による結果は似かよった値を示している。また、これらの値は普通に考えられる静的な地圧力と比較して必ずしも小さな値ではなく、管状構造物の2次元断面内における耐震的な検討にも動的解析の必要があるものと考えられる。

以上、本章の各節の解析における研究成果を列挙して示したが、少なくとも、地中に埋設された管状構造物の管軸直角2次元断面内における動的挙動は周辺地盤の運動に支配され、構造物の固有振動が引き起されることはなさそうであるといえる。

以下に本章の問題点、今後の課題等を取りまとめて示しておく。

1) 解析の都合上、第2節では無限弾性体地盤内に埋設された管状構造物のモデルを取り扱ったが実際には地表面による波動の反射も重要であり、土かぶり厚の影響も考慮に入れた解析手法の開発が必要である。

2) F.E.M.では側方の境界条件の工夫によって、波動逸散効果も組み込めるようなモデルを考案する必要がある、基盤面も完全に剛ではなく、より実地盤に近いモデルで検討する必要がある。

3) 弾性波動論、F.E.M.いずれも地盤および構造物を線形弾性的な挙動を示すものとして、適当な弾性諸定数、減衰定数を仮定して解析を進めているが、この解析手法による結果が適用される範囲をより明確にするとともに、地盤構成材料の動的な性質の解明にもとずいた諸数値の使用がなされねばならない。また、その結果によっては非線形領域における問題の解明が望まれる。

4) さらに多くの具体的な計算例によって、管状構造物の耐震性を検討する上での有益な資料を作り上げていく必要があるだろう。

第3章 管状構造物の長手方向における振動特性

3.1 概 説

前章における2次元振動解析の結果、地震時に管状構造物のもつ慣性力の影響は、さほど大きくはなく、構造物の固有振動特性はほとんど引き起されることが知られた。本章ではさらに管状構造物の長手方向をも含めた系を対象として、主に弾性波動論によって振動解析を進め、剛性の影響について検討する。慣性力による影響が小さいことが明らかにされた結果、管状構造物は周辺の地盤と全く異なった運動をするとは考えられない。しかし、また逆に、地盤と全く同等な挙動を示すとも考えられない。すなわち、管状構造物は縦振動、横振動いずれの運動をするにしても、周辺地盤とは異なった剛性を有するために、地盤の運動が見掛け上は低減されたような振動性状を示すものと推察される。このような現象をここでは管状構造物の剛性による地震の人力損失と呼ぶことにする。本章3.2, 3.3においては上述の観点から管状構造物の長手方向にそれぞれ縦波、横波が進行する際の地盤運動と構造物の運動との関連について論じて人力損失がどの程度になるのかを調べた。

また、3.4, 3.5においては、管状構造物の両端での運動が拘束されていて、地盤運動の近似という考え方によっては、管状構造物の運動を論じ得ない場合についての解析を行なった。そして、地震人力損失という観点から結果の考察を行なった。このような解析モデルを設定することによって、実際には、地下鉄道におけるプラットフォーム、沈埋トンネルにおける換気塔部、ガス管・水道管などのマンホール部などの接合部分での管状構造物の耐震性を検討する一助とした。

また、3.6においては表層地盤内に管状構造物が埋設されており、横振動を行なうときの振動特性について波動論による解析を進めた。基盤面にある入射角をもって進行してくる波動は表層地盤内では見掛け上、水平方向に伝播し、表面波であるLove波と同様な性質をもつ波動となることを利用して表層地盤の運動と管状構造物の関連について検討を行なった。最後に3.7では本章での研究成果を列挙して、剛性による地震動の人力損失についての概念を整理するとともに、今後に残された課題について記述した。

3.2 管状構造物の縦振動

3.2.1 入射波動

Fig. 3.2.1に示すように無限弾性体地盤内に円筒座標系 (r, θ, x) を設定し、管状構造物が図のように埋設されているものとする。この地盤—構造物系のモデルが、構造物長手方向に伝播し、同じ方向にのみ運動成分をもつ波動を人力として受け、管状構造物が縦振動を行なう場合について波動論

によって解析を進める。

このような波動の設定は本章 1 の概説でも述べたように構造物鉛直下方より入射してくるものとみなす普通地震波動の取扱いと異なっている。これは管状構造物の構造的・特性から考えて構造物に最も大きい変形を生ぜしめる地盤の動きは、構造物長手方向においてその運動に位相差をもつような場合であり、長手方向に伝播する波動を入力とすることはこのような状況を想定していることになる。

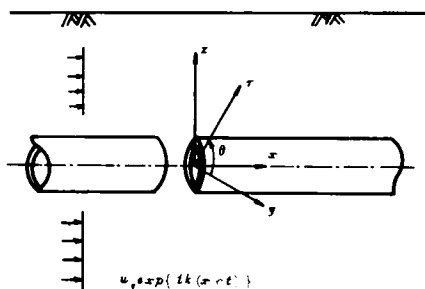


Fig. 3.2.1 解析モデル

x 方向に運動成分をもち、 x の正の方向に伝播し、管状構造物から十分離れた場所での波動による地盤変形を次のように表示する。

$$v^d = u_g^d \exp\{ik^d(x - c^d t)\} \quad \dots\dots\dots (3.2.1)$$

ここに、 u_g^d 、 k^d 、 c^d はそれぞれ長手方向に伝播する縦波的波動の変位振幅、波数、見掛け速度を表わしている。

実際、地震時において式 (3.2.1) の時間項で示されているような地表面に沿って進行する波動が存在するかどうか、また、そのときの見掛け速度 c^d はどのような値となるのかは重要となってくる。見掛け速度の大小はそのまゝ地盤運動の位相の違いとなって現われ、管状構造物の変形に大きな影響を与えるからである。これまでに強震時に地表面上の離れた 2 点で得られた同時観測記録はほとんどないようである。松代地震時に桜井¹⁾らが地表面上 120 m 間に測線を設け、各 30 m おきに地震計を設置して得られた観測結果から地表を伝播する地震波動の存在を指摘しているのは少ない一例といえよう。

一方、このような地表面に沿って進行する波動は 2 地点での地盤構造の相違によるもの、基盤面にある角度をもって入射する波動によるもの、成層地盤内での境界波といわれるもの、などに分類されるが、いずれもその地盤内での実体波の特性と何らかの関係を有することは明らかである。そこで本解析においては式 (3.2.1) の波動は縦波的特性をもつことを考慮して、 c^d の値は縦波速度 v_l に近い値であると仮定し c^d/v_l の比率をパラメーターにとって数値計算を進めた。

3.2.2 地盤運動の解析

式 (3.2.1) で表わされる波動が地盤内を伝播する際に生じる地盤変形については、 r 、 θ 、 x 方

向の地盤の相対変位成分を u , v , w と表わすとき、これらは軸対称変形であることを考慮して v を無視し、 u , w は θ には独立であるとみなすと、 u , w は次の波動方程式を満足する必要がある。

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{u}{r} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \mu \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial r} \right) \\ \rho \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{u}{r} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) - \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left\{ r \left(\frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial w}{\partial r} \right) \right\} \end{aligned} \right\} \cdots (3.2.2)$$

ここに、 ρ は地盤の密度、 λ , μ は Lamé の定数を表わしている。

地盤の x 方向における変形モードを入射波と同様の形式で与えるものとして次のように相対変位を表示する。

$$u = U \exp \{ i k^A (x - c^A t) \}, \quad w = W \exp \{ i k^A (x - c^A t) \} \quad \cdots (3.2.3)$$

上式中の U , W は式 (3.2.2) を変形して、dilatation と rotation に分離し、それぞれが Bessel の微分方程式に帰着されることからその解が得られ、結局 u , w は次のように表示される。

$$\left. \begin{aligned} u &= \left\{ A \frac{h^*}{h^2} H_1^{(1)}(h^* r) - B \frac{i k^A}{g^2} H_1^{(1)}(g^* r) \right\} \exp \{ i k^A (x - c^A t) \} \\ w &= \left\{ -A \frac{i k^A}{h^2} H_0^{(1)}(h^* r) + B \frac{g^*}{g^2} H_0^{(1)}(g^* r) \right\} \exp \{ i k^A (x - c^A t) \} \end{aligned} \right\} \cdots (3.2.4)$$

ここに、 A , B は未定定数であり、 $H_n^{(1)}(z)$ は n 次の第 1 種 Hankel 関数を表わしている。また、 g , g^* , h , h^* は次のような量である。

$$g^2 = \omega / v_t, \quad (g^*)^2 = g^2 - (k^A)^2, \quad h^2 = \omega / v_l, \quad (h^*)^2 = h^2 - (k^A)^2 \quad \cdots (3.2.5)$$

ω , v_t , v_l はそれぞれ入射波動の円振動数、地盤内の横波、縦波の伝播速度を表わしている。

一般に地盤の x 方向振動においては、その運動方向と直交する面内での振動変位成分はかなり小さい。そしてこの傾向は強制変位が与えられている $r=0$ の近傍ほど著しいことは明らかである。そこで本文では管状構造物の外径 a で r 方向地盤変位が a に比較して無視できる程度で、大きくはないものとして、近似解を用いて $r=a$ における変位を次式のように表示する。

$$\left. \begin{aligned} u|_{r=a} &\approx 0 \\ w|_{r=a} &\approx -A \frac{i k^A}{h^2} \left\{ H_0^{(1)}(h^* a) + \frac{g^* h^*}{(k^A)^2} \frac{H_1^{(1)}(h^* a)}{H_1^{(1)}(g^* a)} H_0^{(1)}(g^* a) \right\} \exp \{ i k^A (x - c^A t) \} \end{aligned} \right\} \cdots (3.2.6)$$

前式より $r=a$ に作用するせん断応力 τ_{rx} は次のように演算される。

$$\tau_{rx}|_{r=a} = \mu \frac{\partial w}{\partial r}|_{r=a} = \nu \mu A \left(\frac{g}{h} \right)^2 \frac{h^*}{k^A} H_1^{(1)}(h^*a) \quad \dots\dots\dots (3.2.7)$$

以上より未定定数を含んで地盤内の変位と応力が求まったことになる。そしてこれらの未定定数は次に述べるように管状構造物との連成振動によって決定されるべき性質のものである。

3.2.3 構造物の縦振動解析

次に管状構造物自体の振動について考えれば、 $r=a$ では地盤と接触しており、地盤からの抵抗反力を受けて構造物が振動していることになり、その抵抗反力は構造物の変位量に応じて決定されるものである。すなわち、地盤と構造物の連成振動としてその特性が決められることになる。

ここで構造物の変位 U_p^A が未定定数 u_d^A を含んで次のように表わされるものとする。

$$U_p^A = u_d^A \exp\{ \nu k^A (x - c^A t) \} \quad \dots\dots\dots (3.2.8)$$

地盤と構造物の接触面で両者に相対変位がないものとすれば、 $r=a$ での境界条件式は次のように与えられる。

$$w|_{r=a} = U_p^A \quad \dots\dots\dots (3.2.9)$$

これより未定定数 A は次のように求められる。

$$A = -u_d^A / \frac{\nu k^A}{h^2} \{ H_0^{(1)}(h^*a) + \frac{g^* h^*}{(k^A)^2} \frac{H_0^{(1)}(g^*a)}{H_1^{(1)}(g^*a)} H_1^{(1)}(h^*a) \} \quad \dots\dots\dots (3.2.10)$$

一方、 U_p^A は棒の縦振動に関する次の微分方程式を満足する必要がある。

$$A_p \gamma \frac{\partial^2 U_p^A}{\partial t^2} - A_p E \frac{\partial^2 U_p^A}{\partial x^2} = -A_p \gamma \frac{\partial^2 v^A}{\partial t^2} - F_x^A \quad \dots\dots\dots (3.2.11)$$

ここに A_p , γ , E はそれぞれ構造物の断面積、単位体積重量、ヤング係数を表わしている。また、 F_x^A は次式で与えられる地盤の拘束力である。

$$F_x^A = -a \int_0^{2\pi} \tau_{rx} d\theta = \rho \pi a^2 \cdot \omega^2 \cdot f^A \cdot u_d^A \exp\{ \nu k^A (x - c^A t) \} \quad \dots\dots\dots (3.2.12)$$

ここに、 $f^A = -2 / \{ F(h^*a) / \{ (\frac{c^A}{v_l})^2 - 1 \} + F(g^*a) \}$, $F(z) = z H_0^{(1)}(z) / H_1^{(1)}(z) \dots\dots (3.2.13)$

式(3.2.11)の微分方程式を解くことによって、構造物の絶対変位 U_p^A は次のように得られる。

$$U_p^A = \left\{ 1 + \frac{1}{\left(\frac{c_0}{c^A} \right)^2 - 1 + \frac{\rho}{\gamma} \frac{1}{1 - (b/a)^2} \cdot f^A} \right\} u_g^A \exp \{ ik^A (x - c^A t) \} \quad \cdots (3.2.14)$$

ここに $c_0^2 = E/\gamma$ であり棒内を伝播する圧縮波の速度を表わしている。

式 (3.2.14) より得られる構造物の軸ひずみ ϵ_A は次のようになる。

$$\epsilon_A / (u_g^A \omega^2) = \frac{1}{\omega c^A} \cdot \frac{U_p^A}{u_g^A} \quad \cdots (3.2.15)$$

$$\text{あるいは規格化した軸ひずみ } \epsilon_A^* = \frac{\partial U_p^A}{\partial x} \cdot \frac{u_g^A}{a} = 2\pi \cdot \left(\frac{a}{\kappa^A} \right) \cdot 1 \cdot \frac{U_p^A}{u_g^A} \quad \cdots (3.2.16)$$

上式中 κ^A は入射波動の波長を表わしている。

ここで式 (3.2.14) で与えられる管状構造物の変位について検討を加える。 g^*a , h^*a は次式のように書ける。

$$g^*a = 2\pi \frac{a}{\kappa^A} \sqrt{\left(\frac{c^A}{v_l} \right)^2 - 1}, \quad h^*a = 2\pi \frac{a}{\kappa^A} \sqrt{\left(\frac{c^A}{v_l} \right)^2 - 1} \quad \cdots (3.2.17)$$

上式中 c^A/v_l , c^A/v_l は 1.0 に近い値であること, a/κ^A は管状構造物の外径と入射波動の波長との比でありかなり小さな値となること, などを考え合わせれば, g^*a , h^*a は 0.1 前後の値となってくる。このとき Hankel 関数の引数を虚数で表わすことにすれば, 実関数である変形 Bessel 関数で f^A が示され, 次式の関係が近似的に導かれる。

$$g^*a \frac{K_0(g^*a)}{K_1(g^*a)} \approx h^*a \frac{K_0(h^*a)}{K_1(h^*a)} \approx \xi \quad \cdots (3.2.18)$$

ここに $K_n(\cdot)$ は n 次の変形 Bessel 関数である。これより f^A は次のようになる。

$$f^A = 2 \sqrt{\left(\frac{c^A}{v_l} \right)^2 - 1} \cdot \xi \quad \cdots (3.2.19)$$

ここで $c_0/v_l = 10.0$, $\nu = 0.10$ (地盤のポアソン比), $\rho/\gamma = 0.80$, $b/a = 0.95$, $c^A/v_l = 1.5$, $a/\kappa^A = 0.01$ として式 (3.2.14) の分母第 1 項を求めれば約 43.4 となる。また, 分母第 2 項の値は 136.7 となる。 a/κ^A が一般にさらに小さな値となることを考慮すれば, 分母第 2 項の値はますます大きくなってくることが予想される。これらのことより, 次式の関係が成立することになる。

$$1 \left(\frac{c_0}{c^A} \right)^2 - 1 \left[1 + \frac{\rho}{\gamma} \frac{1}{1 - (b/a)^2} \cdot f^A \right] \quad \cdots (3.2.20)$$

上式の右辺の値は 1.0 に比較してきわめて大きな値となる。したがって式 (3.2.14) の右辺第 2 項はほ

とんどゼロに近くなり、近似的には管状構造物の変位は次式で表示できる。

$$U_p^d \approx u_g^d \exp\{ik^d(x - c^d t)\} \quad \dots\dots\dots (3.2.21)$$

すなわち、地中に埋設された管状構造物はその固有振動が引き起されることは少なく、地盤の運動そのものに支配される可能性が大きいといえる。

式(3.2.21)が近似的に成立するものと考えれば式(3.2.15)の軸ひずみを表わす式で、 $U_p^d/u_g^d \rightarrow 1.0$ となり、軸ひずみ ϵ_A は次のようになる。

$$\epsilon_A \approx i\omega u_g^d/c^d \quad \dots\dots\dots (3.2.22)$$

すなわち、 $i\omega u_g^d$ は地盤の運動速度であり、管軸方向に伝播する波動によって生じる構造物の軸ひずみは地盤の運動速度に比例するという結果が得られる。

3.2.4 数値計算結果とその考察

Fig. 3.2.2には上述した無次元の諸数値を用いて、入射波動の波長 κ^d と構造物の外径 a との比 κ^d/a と $|f^d|$ の関係を同図中の実線で示した。 $|f^d|$ は地盤の変形に対し、構造物が相対運動を起そうとすることに対する地盤の拘束力を意味している。伝播速度一定のとき、波長と振動数は逆比例の関係にあり、Fig. 3.2.2の横軸変数は振動数逆数に対応しているとみなしてもよい。これより $|f^d|$ は振動数の増大とともにその値が減少しており、振動数に無関係な一定値と考えることはできない。ゆえに、式(2.3.14)で $|f^d|$ が仮想質量係数であるとみなして地中に埋設された構造物の振動を便宜的に取り扱っていくことの可能性は少ないものといえよう。

また、 $|f^d|$ の値は波長の短い領域においては小さく、管軸方向に伝播する波動の波長が短いほど式(3.2.16)からも知られるように軸ひずみはおおきくなっていく。図中には $b/a = 0.95, 0.85$ の2つの場合についての計算結果を示したが、 b/a が大きい値ほど相対変形に対する抵抗値 $|f^d|$ も増大しており、細い管状構造物ほど地盤の動きに追隨して揺れていることが知られる。

次にFig. 3.2.3は κ^d/a と管状構造物の軸方向絶対変位 U_p^d/u_g^d との関係を示したものである。 $\kappa^d/a \approx 10.0$ 付近において U_p^d/u_g^d はピークを有し構造物の固有振動特性が現われている。これはFig. 3.2.2において非常に短い波長の領域では $|f^d|$ の値が小さくなり地盤の拘束力がほとんど無視できることと対応している。地盤内不均質部における散乱波動などはこのような波長の短い波動となる場合もあり、構造物は地盤変形と同様の変形をするのみとなってしまう。しかし、一般に、 $\kappa^d/a \approx 100$ となる場合が多く、この範囲の波長では U_p^d/u_g^d はほとんど1.0に近い値となっている。すなわち、

前述の式の演算より検討したように管状構造物の変形と地盤変形は同様の挙動を行なうものとみてよさそうである。

次に Fig. 3.2.4 は式 (3.2.16) に示される規準化したひずみ ϵ_A^* と κ^A/a との関係について両軸を対数目盛にとって実線で示したものである。 κ^A/a が 10.0 よりも大きい波長の領域では 2 つの量は直線関係にあり、そのころ配はちょうど 1.0 となっている。すなわち、式 (3.2.21) の近似がこの範囲の波長領域で成立していることを示しているのにはかならない。この結果は、軸ひずみは波長の 1 乗と逆比例の関係にあり、地盤運動との関連についていえば、軸ひずみは地盤の運動速度に比例するという結果になる。

また、地盤と管状構造物が全く同等の動きであるとすれば式 (3.2.16) より、 ϵ_A^* は

$$\log \epsilon_A^* = -\log \frac{\kappa^A}{a} + \log 2\pi \quad \dots\dots\dots (3.2.23)$$

となる。上式の間係を同じく Fig. 3.2.4 の中に破線で示した。直線の傾きそのものは変わらないが、軸ひずみの値は若干大きくでていることが知られる。すなわち、管状構造物の剛性によって、地盤ひずみよりもわずかながら小さな値をとってきているものであり、地盤運動を入力とみなせば、剛性による入力損失があったとも考えられよう。

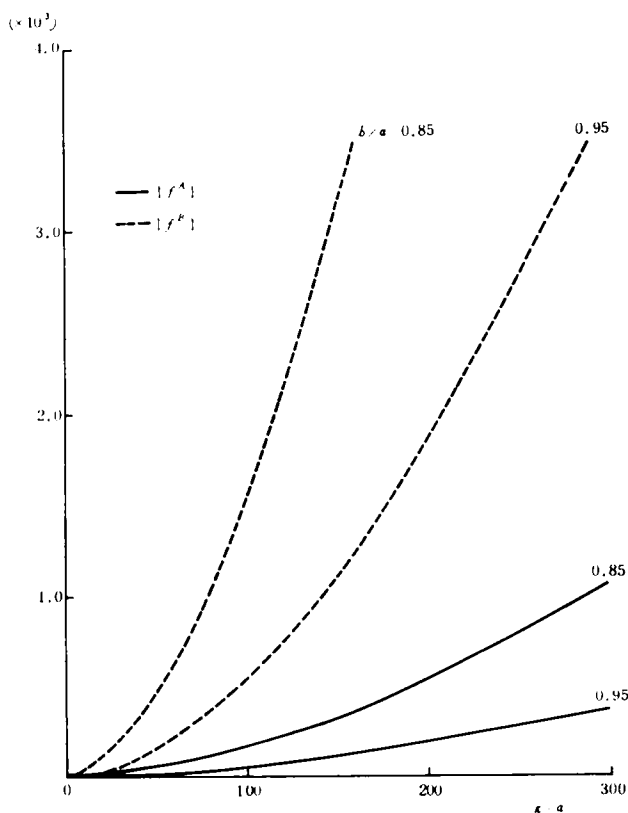


Fig. 3.2.2 κ/a と $|f^A|$, $|f^B|$ の関係

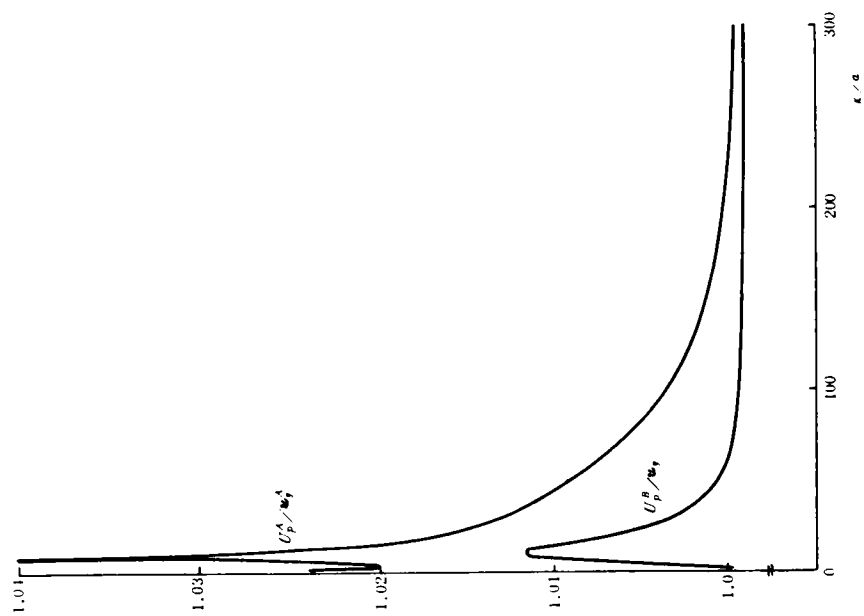


Fig. 3.2.3 変位の共振曲線

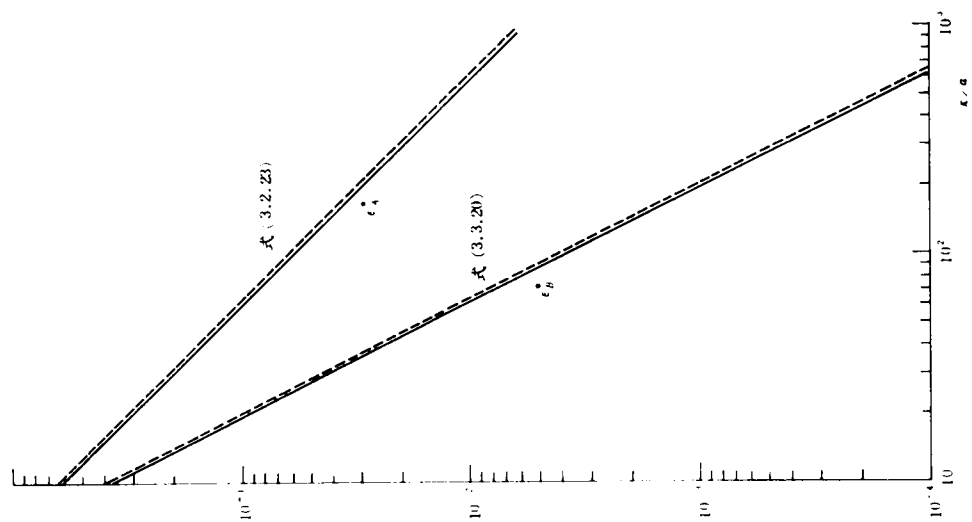


Fig. 3.2.4 κ/a と ω/ω_0 の関係

3.3 管状構造物の横振動

3.3.1 入射波動

同じく Fig. 3.2.1 の解析モデルを対象として波動論による解析を進める。すなわち、入射波動は構造物の長手方向に伝播し、それと直交する水平面内のみ運動成分をもつ定常正弦波とする。そして管状構造物がこの波動によって横振動を行なう際の、曲げひずみなどの動特性について検討を進める。

x の正の方向に伝播し、 y 方向に運動成分をもつ、構造物から十分離れた場所での地盤変形を次のように表示する。

$$v^B = u_R^B \exp\{ik^B(x - c^B t)\} \quad \dots\dots\dots (3.3.1)$$

ここに、 u_R^B 、 k^B 、 c^B はそれぞれ入射波動の変位振幅、波数、見掛け上の伝播速度を表わしている。

式(3.3.1)で表わされる波動は地表面に沿って進行する波動であり、伝播方向と運動方向の関係からいえば実体波である横波と同等の性質をもつものである。

本節では見掛け上の波速 c^B の値については横波速度 v_t に近い値であると仮定し、 c^B/v_t の比率をパラメーターにとって数値計算を進めることにする。

3.3.2 地盤運動の解析

式(3.3.1)で示される波動が地盤内を伝播する際における地盤変形を円筒座標系で求めていく。地盤の相対変位の (r, θ, x) の成分を (u, v, w) とし、 x 方向の変位 w については入射波動の特性を考慮して無視できるものと仮定する。このとき、 u 、 v については次の波動方程式を満足する必要がある。

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} &= \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right] - \mu \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right] + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (ru) + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta} \right] + \mu \frac{\partial}{\partial r} \left[\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rv) - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \right] + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.3.2)$$

上式中 μ は地盤のせん断弾性定数を表わしている。

ここで地盤の x 方向における変形モードを入射波と同様の形で与えるものとして次のように表示する。

$$u = U \exp\{ik^B(x - c^B t)\}, \quad v = V \exp\{ik^B(x - c^B t)\} \quad \dots\dots\dots (3.3.3)$$

これより、 u 、 v を導入した変位ポテンシャル ϕ 、 ψ で表示し、式(3.3.2)に代入すれば、 ϕ 、 ψ がそれぞれ Bessel の微分方程式を満足することからその解が得られ、結局、 u 、 v は次のように表される。

$$\left. \begin{aligned} u &= \left\{ M \frac{\partial H_1^{(1)}(p^*r)}{\partial r} - N \frac{H_1^{(1)}(q^*r)}{r} \right\} \cdot \cos \theta \cdot \exp \{ ik^B(x - c^B t) \} \\ v &= \left\{ -M \frac{H_1^{(1)}(p^*r)}{r} + N \frac{\partial H_1^{(1)}(q^*r)}{\partial r} \right\} \cdot \sin \theta \cdot \exp \{ ik^B(x - c^B t) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3.4)$$

ここに、 M 、 N は未定定数であり、 $H_n^{(1)}(z)$ は n 次の第1種 Hankel 関数を表わしている。また、 p^* 、 q^* は次式で表示される。

$$(p^*)^2 = (\omega/v_l)^2 - (v_t/v_l)^2 \cdot (k^B)^2, \quad (q^*)^2 = (\omega/v_l)^2 - (k^B)^2 \quad \dots\dots\dots (3.3.5)$$

ω 、 v_l 、 v_t はそれぞれ入射波動の円振動数、地盤内の縦波、横波速度である。

式(3.3.4)より地盤内応力 σ_r 、 $\tau_{r\theta}$ は次のように演算される。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= \left\{ M \left\{ -\lambda (p^*)^2 H_1^{(1)}(p^*r) + 2\mu \frac{\partial^2 H_1^{(1)}(p^*r)}{\partial r^2} \right\} + N \left\{ 2\mu \left(\frac{H_1^{(1)}(q^*r)}{r^2} - \frac{H_1^{(1)}(q^*r)}{r} \right) \right\} \right\} \cdot \cos \theta \cdot \\ &\quad \cdot \exp \{ ik^B(x - c^B t) \} \\ \tau_{r\theta} &= \mu \left\{ 2M \left\{ \frac{H_1^{(1)}(p^*r)}{r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_1^{(1)}(p^*r)}{\partial r} \right\} + N \left\{ \frac{\partial^2 H_1^{(1)}(q^*r)}{\partial r^2} + \frac{H_1^{(1)}(q^*r)}{r} - \frac{1}{r} \frac{\partial H_1^{(1)}(q^*r)}{\partial r} \right\} \right\} \cdot \right. \\ &\quad \cdot \sin \theta \cdot \exp \{ ik^B(x - c^B t) \} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3.6)$$

以上より地盤内変位と応力が未定定数を含んで求まったことになり、これらの定数は管状構造物との連成振動によって決定されるべきことはいうまでもない。

3.3.3 構造物の横振動解析

地盤と構造物の接触面 $r = a$ で両者に相対的なずれはなく一体となって振動しているものとするれば次の境界条件式を満足する必要がある。

$$u|_{r=a} = U_p^B \cdot \cos \theta, \quad v|_{r=a} = -U_p^B \cdot \sin \theta \quad \dots\dots\dots (3.3.7)$$

ここに、 U_p^B は構造物の曲げ変形であり、変位振幅 u_p^B を含んで次のように表示される。

$$U_p^B = u_p^B \exp \{ i k^B (x - c^B t) \} \quad \dots\dots\dots (3.3.8)$$

一方、 U_p^B は棒の曲げ振動に関する次の4階微分方程式を満足する必要がある。

$$E I \frac{\partial^4 U_p^B}{\partial x^4} + \gamma A_p \frac{\partial^2 U_p^B}{\partial t^2} = -\gamma A_p \frac{\partial^2 u^B}{\partial t^2} - F_x^B \quad \dots\dots\dots (3.3.9)$$

ここに、 A_p 、 γ 、 $E I$ はそれぞれ構造物の断面積、単位体積重量、曲げ剛性である。また、 F_x^B は構造物の地盤に対する相対変形を拘束する地盤反力であり次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} F_x^B &= \int_0^{2\pi} (\sigma_r \cdot \cos \theta - \tau_{r\theta} \cdot \sin \theta)_{r=a} \cdot a d\theta \\ &= \rho \pi a^2 \omega^2 \cdot f^B \cdot u_d^B \exp \{ i k^B (x - c^B t) \} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.3.10)$$

ここに、

$$f^B = \{ F(p^*a) + F(q^*a) - 4 \} / \{ F(p^*a) \cdot F(q^*a) - F(p^*a) - F(q^*a) \} ,$$

$$F(z) = z H_0^{(1)}(z) / H_1^{(1)}(z) \quad \dots\dots\dots (3.3.11)$$

式(3.3.10)について見れば、 $\rho \pi a^2$ は単位長さ当りの構造物の排除した地盤の質量である。また $\omega^2 \cdot u_d^B \exp \{ i k^B (x - c^B t) \}$ は地盤の運動加速度を表わしている。したがって、 f^B が周波数に関して一定値をとるならば、 f^B は仮想質量係数とも考えられる。この結果については後述することにする。

式(3.3.1)、(3.3.10)を式(3.3.9)に代入することによって結局構造物の曲げ絶対変位 U_p^B は次式で得られる。

$$U_p^B = \left\{ 1 + \frac{1}{\frac{E I (k^B)^4}{\gamma \pi (a^2 - b^2) \omega^2} - 1 + \frac{\rho}{\gamma} \frac{1}{1 - (b/a)^2} f^B} \right\} \cdot u_g^B \cdot \exp \{ i k^B (x - c^B t) \} \quad \dots\dots\dots (3.3.12)$$

また、上式より計算される $r = a$ における構造物の曲げひずみ ϵ_B は次のようである。

$$\epsilon_B / (u_g^B \omega^2) = \frac{a}{(c^B)^2} \frac{U_p^B}{u_g^B} \quad \dots\dots\dots (3.3.13)$$

あるいは規準化した軸ひずみ ϵ_B^* は次式となる。

$$\epsilon_B^* = a \cdot \frac{\partial^2 U_p^B / u_g^B}{\partial x^2} = (2\pi \frac{a}{\kappa^B})^2 \frac{U_p^B}{u_g^B} \quad \dots\dots\dots (3.3.14)$$

上式中 κ^B は入射波動の波長を表わしている。

ここで式 (3.3.12) について検討を加える。分母の各項は次のような無次元諸量を用いて表わされる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{EI}{\gamma\pi(a^2 - b^2)\omega^2} &= \left(\pi \frac{a}{\kappa^B} \cdot \frac{c_0}{c^B} \right)^2 \left\{ 1 + \left(\frac{b}{a} \right)^2 \right\}, \quad f^B = f^B(p^*a, q^*a) \\ p^*a &= 2\pi \cdot \frac{a}{\kappa^B} \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}} \cdot \sqrt{\frac{(c^B)^2 - 1}{(c_l^B)^2 - 1}}, \quad q^*a = 2\pi \frac{a}{\kappa^B} \sqrt{\frac{(c^B)^2 - 1}{(c_l^B)^2 - 1}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3.15)$$

上式中 c^B/c_l は 2.1 でも述べたように 1.0 に近い値であること、 a/κ^B は管状構造物の外径と入射波動の波長との比率であり、通常 0.1 よりもかなり小さな値となることなどを考え合わせると、 p^*a 、 q^*a はゼロに近い値をとってくることが知られる。このとき Hankel 関数の引数を虚数で表わすことにすれば、実関数である変形 Bessel 関数で f^B の値が示されることになる。すなわち、上式の関係が近似的に成立する。

$$\left. \begin{aligned} g^*a \frac{K_0(g^*a)}{K_1(g^*a)} &\approx h^*a \frac{K_0(h^*a)}{K_1(h^*a)} \approx \xi \\ f^B &\approx 2/|\xi| \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.3.16)$$

ここで、 $c^B/c_l = 1.1$ 、 $c_0/c_l = 10.0$ 、 ν (地盤のポアソン比) = 0.40、 $b/a = 0.95$ 、 $a/\kappa^B = 0.01$ 、 $\rho/\gamma = 0.75$ の諸数値を一例として用いれば式 (3.3.12) の分母の第 1、2 項の絶対値はそれぞれ約 0.05、100 と求まる。 a/κ^B の値が一般にさらに小さな値となることを考慮すれば分母第 2 項の値はますます大きくなっていくことが予想される。これらのことより次式の関係が成立するであろうことは容易に推測される。

$$1 - \frac{EI}{\gamma\pi(a^2 - b^2)\omega^2} = 1 \ll 1 \ll \frac{\rho}{\gamma} \frac{1}{1 - (b/a)^2} \cdot f^B \quad \dots\dots\dots (3.3.17)$$

すなわち、構造物が地盤の運動に対し、相対変形を生じようとすることに対する地盤の拘束力が非常に大きく、構造物の固有振動特性が振動現象の中にはほとんど現われてこないことが知られる。式

(3.3.17)を考慮すれば式(3.3.12)の右辺第2項はゼロに近い値となってくる。そこで、 $a/\kappa^B \rightarrow 0.01$ の波長領域では次式が成立するものと考えてもよい。

$$U_p^B \approx u_g^B \exp\{ik^B(x - c^B t)\} \quad \dots\dots\dots (3.3.18)$$

これより構造物の長手方向に伝播する波動の波長が構造物の半径に比較して極端に短くない限り、構造物の変位は地盤の変位と同程度であろうことが知られる。言い換えれば、地中に埋設された管状構造物はその固有振動が誘起されることは少なく、地盤の運動そのものに支配される可能性がきわめて大きいともいえよう。式(3.3.18)が成立するときには式(3.3.13)において $U_p^B/u_g^B \rightarrow 1.0$ となるので管状構造物に生じる曲げひずみ ϵ_B は次のようになる。

$$\epsilon_B \approx a u_g^B \omega^2 / (c^B)^2 \quad \dots\dots\dots (3.3.19)$$

ここに $u_g^B \omega^2$ は地盤の運動加速度を表わしており、長手方向に伝播する波動によって生じる曲げひずみは地盤の運動加速度にはほぼ比例的であることが知られる。

3.3.4 数値計算結果とその考察

上述の諸数値を用いて式(3.3.12)、式(3.3.14)の厳密値を計算し、地盤運動と管状構造物の運動の差異について明らかにしようとするものである。

~~前節の Fig. 3.2.2 ~ Fig. 3.2.4 中の破線で結果を示し、3.2 節の横振動の結果は同図中に実線で示してある。~~

Fig. 3.2.2には入射波動の波長 κ^B と構造物の外径との比 κ^B/a と $|f^B|$ との関係を示した。図にみるように構造物の長手方向の運動に対する地盤の拘束力 $|f^A|$ は曲げ運動に対する拘束力 $|f^B|$ よりもその値が小さく、そのことが Fig. 3.2.4 に示すように軸ひずみが曲げひずみよりも卓越して表われてきている原因の一つである。やはり、 $|f^B|$ も $|f^A|$ と同様、短い波長の領域ではその値が減少し、さらに b/a のパラメーターに対する値の大小より管径が細いほど地盤の動きに近くなることも知られる。

次に Fig. 3.2.3 中には同じく $U_p^B/u_g^B \sim \kappa^B/a$ の関係を示した。曲線は $\kappa^B/a \approx 10.0$ 付近でピークを有している。これは管状構造物の固有振動特性であると考えられる。しかし $\kappa^B/a \rightarrow 50.0$ では曲線はほとんど 1.0 に近い値となっており、実際には $\kappa^B/a \rightarrow 100$ の範囲の場合がほとんどであると考えられ、このようなときには構造物の変形は地盤変形と同様であるとみなせる。

Fig. 3.2.4 は同じく、 $\epsilon_B^* \sim \kappa^B/a$ の関係を示したものであり両軸とも対数となっている。両者

の関係はちょうど -2.0 のこう配をもつ直線で表示されることがわかる。この結果は式(3.3.18)の近似がこの波長領域で成立していることを示すものである。構造物の曲げひずみは波長の2乗と逆比例の関係にあり、地盤運動との関連についていえば曲げひずみは地盤の運動加速度に比例するということである。

また、前節と同様にして地盤の曲げひずみは式(3.3.14)より次式のように求められる。

$$\log \epsilon_B^* = -\log\left(\frac{\kappa^B}{a}\right)^2 + \log(2\pi)^2 \quad \dots\dots\dots (3.3.20)$$

上式の関係の前出のFig.3.2.4中の破線で示した。この結果、横振動の場合においても管状構造物に生じる曲げひずみは換算した地盤の曲げひずみよりもわずかながら小さくなっており入力損失のあることが明らかである。

3.4 両端の運動が拘束された管状構造物の縦振動

3.4.1 構造物—地盤の連成振動解析

本節では、両端で長手方向の変位が拘束されている、地中に埋設された管状構造物の振動特性を解析し、軸ひずみの応答特性を検討する。前節までは周辺地盤のみを波動論的に取り扱い、管状構造物自体ははり理論によって解析するという手法を用いてきた。本節では両者ともに波動論によって解析し、境界条件を満足させるようにした。

Fig. 3.4.1に示すように、均質等方な弾性地盤中に弾性の管状構造物が埋設されており、その両端は何らかの隣接する地下構造物に接合されているものとする。したがって継手位置では軸方向変位が拘束されているものとする。

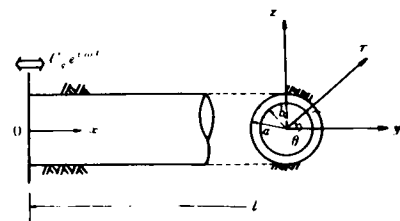


Fig. 3.4.1 解析モデル

地盤・構造物の両者を波動論で取り扱い、それらの境界条件を満足させる解をうる都合上、管の半径方向については管状構造物と隣接地下構造物との間では変位は拘束されておらず、なめらかに滑りうる条件にあるものとの仮定を設ける。この継手位置での境界条件は全くの固定条件ではないが、軸方向振動において、運動方向と直交する面内での変位成分はかなり小さくなることを考え合わせれば、ほぼ固定の条件で近似されたと考えてもよい。

地盤全体が構造物長手方向に一樣な強制変位 $u_g e^{i\omega t}$ を受けて振動しており、かつ両隣接地下構造物は地盤と同一の運動をするものと仮定する。

Fig. 3.4.1に示すように内径 b 、外径 a 、長さ l の管状構造物として、原点を図の位置に定め、

円筒座標系 (r, θ, x) を用いることにする。それぞれの方向の相対変位を (u, v, w) で表示する。地盤の運動は x 軸に平行であるから、すべての運動は軸対象となり、 u, w は θ に対して独立となり v は無視できる量となる。以下、物理変数および定数における添字 1, 2 はそれぞれ地盤と管状構造物のそれらを表わすものと定義する。

以上のような条件下では相対変位 u, w は波動論に基づく次の運動方程式を満足しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \rho_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} &= (\lambda_i + 2\mu_i) \frac{\partial J_i}{\partial r} + 2\mu_i \frac{\partial \tilde{\omega}_i}{\partial x} \\ \rho_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} - \rho_i \omega^2 u_i e^{i\omega t} &= (\lambda_i + 2\mu_i) \frac{\partial J_i}{\partial x} - 2\mu_i \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \tilde{\omega}_i) \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.4.1)$$

($i = 1, 2$)

ここに、

$$J_i = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r u_i) + \frac{\partial u_i}{\partial x}, \quad 2\tilde{\omega}_i = \frac{\partial u_i}{\partial x} - \frac{\partial w_i}{\partial r} \dots\dots\dots (3.4.2)$$

($i = 1, 2$)

上式中 λ, μ は Lamé の定数、 ρ は密度を表わす。また、 $i = 1, 2$ はそれぞれ地盤、構造物を表わしているので両者の運動は同一の式で表示しうることがわかる。

また、この振動系の境界条件は構造物の両端で変位が規制されていること、管内面が自由面であること、管外面では地盤との間にはすべりがなく変位と応力が連続であること、でありこれらの境界条件は以下の諸式によって表示される。

$$\left. \begin{aligned} x = 0, L &: u_1 = w_2 = 0 \\ r = b &: \sigma_r^{(2)} = \sigma_x^{(2)} = 0 \\ r = a &: \sigma_r^{(1)} = \sigma_r^{(2)}, \tau_{r\theta}^{(1)} = \tau_{r\theta}^{(2)} \\ &u_1 = u_2, w_1 = w_2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4.3)$$

ここに、 $\sigma_r, \tau_{r\theta}, \sigma_x$ は半径、接線、軸方向の各応力を表わす。

最初に地盤の応答を求めていく。 u_1, w_1 を次式のように級数展開する。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} U_1(r) \cdot \cos \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \\ w_1 &= \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} W_1(r) \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4.4)$$

$$\text{ここに, } \gamma_m l = m\pi \quad (m=0,1,2,\dots) \dots\dots\dots (3.4.5)$$

このとき, $x=0$, l における境界条件はすでに満されている。ここで, 式(3.4.4)を式(3.4.2)に代入すれば次式をうる。

$$\left. \begin{aligned} \Delta_1 &= \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r U_1) + \gamma_m W_1 \right\} \cdot \cos \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \\ 2\widetilde{\omega}_1 &= - \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ \gamma_m U_1 + \frac{dW_1}{dr} \right\} \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4.6)$$

式(3.4.6)を式(3.4.1)に代入して, まず自由振動解を求める。

$$\left. \begin{aligned} (\lambda_1 + 2\mu_1) \frac{d}{dr} \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r U_1) + \gamma_m W_1 \right\} - \mu_1 \gamma_m \left\{ \gamma_m U_1 + \frac{dW_1}{dr} \right\} + \rho_1 \omega^2 U_1 &= 0 \\ -(\lambda_1 + 2\mu_1) \gamma_m \left\{ \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r U_1) + \gamma_m W_1 \right\} + \mu_1 \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left\{ r \left(\gamma_m U_1 + \frac{dW_1}{dr} \right) \right\} \\ + \rho_1 \omega^2 W_1 &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4.7)$$

上式を変形すれば,

$$U_1 = -\frac{1}{h^2} \frac{d\Delta_1^*}{dr} + \frac{\gamma_m}{k^2} \widetilde{\omega}_1^* \quad , \quad W_1 = \frac{\gamma_m}{h^2} \Delta_1^* + \frac{1}{k^2} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r \widetilde{\omega}_1^*) \quad \dots\dots\dots (3.4.8)$$

$$\left. \begin{aligned} \text{ただし, } \Delta_1^* &= \frac{1}{r} \frac{d}{dr} (r U_1) + \gamma_m W_1 \quad , \quad \widetilde{\omega}_1^* = \gamma_m U_1 + \frac{dW_1}{dr} \\ h^2 &= \frac{\rho_1 \omega^2}{\lambda_1 + 2\mu_1} \quad , \quad k^2 = \frac{\rho_1 \omega^2}{\mu_1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4.9)$$

また, 式(3.4.1)の運動方程式を変形することによって Δ_1 と $\widetilde{\omega}_1$ に分離され次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \rho_1 \frac{\partial^2 \mathcal{A}_1}{\partial t^2} &= (\lambda_1 + 2\mu_1) \left(\frac{\partial^2 \mathcal{A}_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \mathcal{A}_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 \mathcal{A}_1}{\partial x^2} \right) \\ \rho_1 \frac{\partial^2 \widetilde{\omega}_1}{\partial t^2} &= \mu_1 \left(-\frac{\partial^2 \widetilde{\omega}_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \widetilde{\omega}_1}{\partial r} - \frac{\widetilde{\omega}_1}{r^2} + \frac{\partial^2 \widetilde{\omega}_1}{\partial x^2} \right) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4.10)$$

式(3.4.6)を用いて上式を書き直すと、

$$\left. \begin{aligned} \frac{d^2 \mathcal{A}_1^*}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \mathcal{A}_1^*}{dr} + (h_m^*)^2 \mathcal{A}_1^* &= 0 \\ \frac{d^2 \widetilde{\omega}_1^*}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d \widetilde{\omega}_1^*}{dr} + \left\{ (k_m^*)^2 - \frac{1}{r^2} \right\} \widetilde{\omega}_1^* &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4.11)$$

$$\text{ここに、} (h_m^*)^2 = h^2 - \gamma_m^2, \quad (k_m^*)^2 = k^2 - \gamma_m^2 \quad \dots\dots\dots (3.4.12)$$

式(3.4.11)は \mathcal{A}_1^* については0次のBessel微分方程式であり、 $\widetilde{\omega}_1^*$ は1次のBessel微分方程式となっている。

地盤については半径方向に無限の広がりを持っており、 r の正の方向に進行する波動の解のみを方程式の解として選べばよい。時間項 $e^{i\omega t}$ を考慮すれば式(3.4.11)の解は第2種Hankel関数を採用すればよいことが知られる。

$$\mathcal{A}_1^* = A_m H_0^{(2)}(h_m^* r), \quad \widetilde{\omega}_1^* = B_m H_1^{(2)}(k_m^* r) \quad \dots\dots\dots (3.4.13)$$

A_m, B_m は境界条件より決定される未定定数である。これより地盤変位は次のように決定される。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ A_m \frac{h_m^*}{h^2} H_1^{(2)}(h_m^* r) + B_m \frac{\gamma_m}{k^2} H_1^{(2)}(h_m^* r) \right\} \cdot \cos \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \\ w_1 &= \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \left\{ A_m \frac{\gamma_m}{h^2} H_0^{(2)}(h_m^* r) - B_m \frac{k_m^*}{k^2} H_0^{(2)}(k_m^* r) \right\} \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.4.14)$$

次に式(3.4.1)の特別解すなわち地動による強制項を求める。その特別解を未定定数 X_m を含んで次のように表示する。

$$w_1^* = \sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} X_m \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (3.4.15)$$

上式を式(3.4.1)の第2式に代入して整理すれば、

$$\sum_{m=0,1,2,\dots}^{\infty} \{ \rho_1 \omega^2 - (\lambda_1 + 2\mu_1) \gamma_m^2 \} \cdot X_m \cdot \sin \gamma_m x = \rho_1 u_g \omega^2 \quad \dots\dots\dots (3.4.16)$$

上式の両辺に $\sin \gamma_m x$ を乗じて、 x について 0 から ℓ まで積分し、

$$\int_0^{\ell} \sin^2 \gamma_m x \, dx = \frac{\ell}{2}, \quad \int_0^{\ell} \sin \gamma_m x \, dx = \frac{2}{\gamma_m} \quad \dots\dots\dots (3.4.17)$$

($m = 1, 3, 5, \dots$)

上式を用いることによって X_m は次のように決定される。

$$X_m = - \left(\frac{h}{h_m^*} \right)^2 \cdot \frac{4u_g}{\gamma_m \ell} \quad \dots\dots\dots (3.4.18)$$

これより地盤変位は自由振動解と強制振動解を加え合わせることによって次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ A_m \frac{h_m^*}{h^2} H_1^{(2)}(h_m^* r) + B_m \frac{\gamma_m}{k^2} H_1^{(2)}(k_m^* r) \right\} \cdot \cos \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \\ w_1 &= \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ A_m \frac{\gamma_m}{h^2} H_0^{(2)}(h_m^* r) - B_m \frac{k_m^*}{k^2} H_0^{(2)}(k_m^* r) - \left(\frac{h}{h_m^*} \right)^2 \cdot \frac{4u_g}{\gamma_m \ell} \right\} \\ &\quad \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.4.19)$$

上式より応力はそれぞれ次式のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{(1)} &= 2\mu_1 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ A_m \left\{ \left(\frac{h_m^*}{h^2} \right)^2 + \frac{\lambda_1}{2\mu_1} H_1^{(2)}(h_m^* r) - \frac{h_m^*}{h^2} \cdot \frac{1}{r} H_1^{(2)}(h_m^* r) \right\} \right. \\ &\quad \left. + B_m \left\{ \frac{\gamma_m k_m^*}{k^2} H_0^{(2)}(k_m^* r) - \frac{\gamma_m}{k^2} \cdot \frac{1}{r} H_1^{(2)}(k_m^* r) \right\} - u_g \frac{\lambda_1}{2\mu_1} \left(\frac{h}{h_m^*} \right)^2 \cdot \frac{4}{\gamma_m \ell} \right\} \\ &\quad \cdot \cos \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \\ \tau_{rx}^{(1)} &= 2\mu_1 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ A_m \left\{ -\frac{\gamma_m h_m^*}{h^2} H_1^{(2)}(h_m^* r) \right\} + B_m \left\{ -\frac{\gamma_m^2 - (k_m^*)^2}{2k^2} H_1^{(2)}(k_m^* r) \right\} \right\} \\ &\quad \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \\ \sigma_x^{(1)} &= 2\mu_1 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ A_m \left\{ \left(\frac{\gamma_m^2}{h^2} + \frac{\lambda_1}{2\mu_1} \right) H_0^{(2)}(h_m^* r) \right\} + B_m \left\{ -\frac{\gamma_m k_m^*}{k^2} H_0^{(2)}(k_m^* r) \right\} \right\} \end{aligned} \right\}$$

$$+ u_g \left\{ -\frac{\lambda_1 + 2\mu_1}{2\mu_1} \left(\frac{h}{hm^*} \right)^2 \cdot \frac{4}{\gamma_m l} \right\} \cdot \cos \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (3.4.20)$$

次に埋設管状構造物の変位と応力を求める。運動方程式は式(3.4.1)で添字が2となり同様な手法を用いて解析を進めることができる。ただし、式(3.4.11)に相当する方程式の解を求めるに際しては、構造物は半径方向に $r=a$ 、 b の2つの境界面を有しており、波動伝播領域は有限となるので前進波と後進波の両者の和としてその解を選ぶ必要がある。すなわち、

$$\left. \begin{aligned} \Delta_2^* &= M_m H_0^{(2)}(p_m^* r) + R_m H_0^{(1)}(p_m^* r) \\ \widetilde{\omega}_2^* &= N_m H_1^{(2)}(q_m^* r) + S_m H_1^{(1)}(q_m^* r) \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.4.21)$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} (p_m^* r)^2 &= p^2 - \gamma_m^2 = \left(\frac{\omega}{v_l^{(2)}} \right)^2 - \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 \\ (q_m^* r)^2 &= q^2 - \gamma_m^2 = \left(\frac{\omega}{v_t^{(2)}} \right)^2 - \left(\frac{m\pi}{l} \right)^2 \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.4.22)$$

($m=1, 3, 5, \dots$)

上式中 $v_l^{(2)}$ 、 $v_t^{(2)}$ は構造物管体中を伝播する縦波、横波の伝播速度を表わしている。

式(3.4.21)を用いて構造物の変位は次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} u_2 &= \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ M_m \frac{p_m^*}{p^2} H_1^{(2)}(p_m^* r) + N_m \frac{\gamma_m}{q^2} H_1^{(2)}(q_m^* r) + R_m \frac{p_m^*}{p^2} H_1^{(1)}(p_m^* r) \right. \\ &\quad \left. + S_m \frac{\gamma_m}{q^2} H_1^{(1)}(q_m^* r) \right\} \cdot \cos \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \\ w_2 &= \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ M_m \frac{\gamma_m}{p^2} H_0^{(2)}(p_m^* r) - N_m \frac{q_m^*}{q^2} H_0^{(2)}(q_m^* r) + R_m \frac{\gamma_m}{p^2} H_0^{(1)}(p_m^* r) \right. \\ &\quad \left. - S_m \frac{q_m^*}{q^2} H_0^{(1)}(q_m^* r) - u_g \left(\frac{p}{p_m^*} \right)^2 \frac{4}{\gamma_m l} \right\} \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.4.23)$$

また、応力は次式となる。

$$\begin{aligned}
\sigma_r^{(2)} = & 2 \mu_2 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ M_m \left\{ \left(\frac{(p_m^*)^2}{p^2} + \frac{\lambda_2}{2 \mu_2} \right) H_0^{(2)}(p_m^* r) - \frac{p_m^*}{p^2} \frac{1}{r} H_1^{(2)}(p_m^* r) \right\} \right. \\
& + N_m \left\{ \frac{\gamma_m q_m^*}{q^2} H_0^{(2)}(q_m^* r) - \frac{\gamma_m}{q^2} \frac{1}{r} (q_m^* r) - \frac{\gamma_m}{q^2} \frac{1}{r} H_1^{(2)}(q_m^* r) \right\} \\
& + R_m \left\{ \left(\frac{(p_m^*)^2}{p^2} + \frac{\lambda_2}{2 \mu_2} \right) H_0^{(1)}(p_m^* r) - \frac{p_m^*}{p^2} \frac{1}{r} H_1^{(1)}(p_m^* r) \right\} \\
& + S_m \left\{ \frac{\gamma_m q_m^*}{q^2} H_0^{(1)}(q_m^* r) - \frac{\gamma_m}{q^2} \frac{1}{r} H_1^{(1)}(q_m^* r) \right\} \\
& \left. + u g \left\{ - \frac{\lambda_2}{2 \mu_2} \frac{p^2}{(p_m^*)^2} \frac{4}{\gamma_m l} \right\} \right\} \cdot \cos \gamma_m x \cdot e^{i \omega t} \\
\tau_{rx}^{(2)} = & 2 \mu_2 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ M_m \left\{ \frac{\gamma_m p_m^*}{p^2} H_1^{(2)}(p_m^* r) \right\} + N_m \left\{ \frac{\gamma_m^2 - (q_m^*)^2}{2 q^2} H_1^{(2)}(q_m^* r) \right\} \right. \\
& + R_m \left\{ \frac{\gamma_m p_m^*}{p^2} H_1^{(1)}(p_m^* r) \right\} + S_m \left\{ \frac{\gamma_m^2 - (q_m^*)^2}{2 q^2} H_1^{(1)}(q_m^* r) \right\} \left. \right\} \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i \omega t} \\
\sigma_x^{(2)} = & 2 \mu_2 \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ M_m \left\{ \left(\frac{\gamma_m^2}{p^2} + \frac{\lambda_2}{2 \mu_2} \right) H_0^{(2)}(p_m^* r) \right\} + N_m \left\{ - \frac{\gamma_m q_m^*}{q^2} H_0^{(2)}(q_m^* r) \right\} \right. \\
& + R_m \left\{ \left(\frac{\gamma_m^2}{p^2} + \frac{\lambda_2}{2 \mu_2} \right) H_0^{(2)}(p_m^* r) \right\} + S_m \left\{ - \frac{\gamma_m q_m^*}{q^2} H_0^{(2)}(q_m^* r) \right\} \\
& \left. - u g \left\{ \frac{\lambda_2 + 2 \mu_2}{2 \mu_2} \left(\frac{p}{p_m^*} \right)^2 \cdot \frac{4}{\gamma_m l} \right\} \right\} \cdot \cos \gamma_m x \cdot e^{i \omega t}
\end{aligned}$$

..... (3 . 4 . 24)

以上で地盤ならびに構造物の変位と応力が未定定数を含んで求められたことになり、 $A_m, B_m, M_m, N_m, R_m, S_m$ は $r=a, b$ における6個の境界条件式より決定されることになる。

それらは次式の連立方程式の解となる。

$$\{a_{ij}\} \{X_j\} = \{b_i\} \quad (i, j = 1 \sim 6) \quad \text{..... (3 . 4 . 25)}$$

ここに $\{X_j\}$ は $\{-A_m, -B_m, M_m, N_m, R_m, S_m\}^T$ で表わされる未定定数で構成される列ベクトルであり、 $\{a_{ij}\}$ は連立方程式の係数、 $\{b_i\}$ は外力ベクトルである。 $\{a_{ij}\}, \{b_i\}$ を具体的に記せは以下の諸式となる。

$$a_{11} = \frac{\gamma_m^2}{h^2} H_0^{(2)}(h_m^* a), \quad a_{12} = - \frac{k_m^* \gamma_m}{k^2} H_0^{(2)}(k_m^* a)$$

$$a_{13} = \frac{\gamma_m^2}{p^2} H_0^{(2)}(p_m^* a) \quad , \quad a_{14} = -\frac{q_m^* \gamma_m}{q^2} H_0^{(2)}(q_m^* a)$$

$$a_{15} = \frac{\gamma_m}{p^2} H_0^{(1)}(p_m^* a) \quad , \quad a_{16} = -\frac{q_m^* \gamma_m}{q^2} H_0^{(1)}(q_m^* a)$$

$$a_{21} = \frac{h_m^* \gamma_m}{h^2} H_1^{(2)}(h_m^* a) \quad , \quad a_{22} = \frac{\gamma_m^2}{k^2} H_1^{(1)}(k_m^* a)$$

$$a_{23} = \frac{p_m^* \gamma_m}{p^2} H_1^{(2)}(p_m^* a) \quad , \quad a_{24} = \frac{\gamma_m^2}{q^2} H_1^{(2)}(q_m^* a)$$

$$a_{25} = \frac{p_m^* \gamma_m}{p^2} H_1^{(1)}(p_m^* a) \quad , \quad a_{26} = \frac{\gamma_m^2}{q^2} H_1^{(1)}(q_m^* a)$$

$$a_{31} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \left[\left(\frac{(h_m^*)^2}{h^2} + \frac{\lambda_1}{2\mu_1} \right) H_0^{(2)}(h_m^* a) - \frac{h_m^*}{h^2} \frac{1}{a} H_1^{(2)}(h_m^* a) \right]$$

$$a_{32} = \frac{\mu_1}{\mu_2} \left[\frac{\gamma_m k_m^*}{k^2} H_0^{(2)}(k_m^* a) - \frac{\gamma_m}{k^2} \frac{1}{a} H_1^{(2)}(k_m^* a) \right]$$

$$a_{33} = \left(\frac{(p_m^*)^2}{p^2} + \frac{\lambda_2}{2\mu_2} \right) H_0^{(2)}(p_m^* a) - \frac{p_m^*}{p^2} \frac{1}{a} H_1^{(2)}(p_m^* a)$$

$$a_{34} = -\frac{\gamma_m q_m^*}{q^2} H_0^{(2)}(q_m^* a) - \frac{\gamma_m}{q^2} \frac{1}{a} H_1^{(2)}(q_m^* a)$$

$$a_{35} = \left(\frac{(p_m^*)^2}{p^2} + \frac{\lambda_2}{2\mu_2} \right) H_0^{(1)}(p_m^* a) - \frac{p_m^*}{p^2} \frac{1}{a} H_1^{(1)}(p_m^* a)$$

$$a_{36} = \frac{\gamma_m q_m^*}{q^2} H_0^{(1)}(q_m^* a) - \frac{\gamma_m}{q^2} \frac{1}{a} H_1^{(1)}(q_m^* a)$$

$$a_{41} = -\frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{\gamma_m h_m^*}{h^2} H_1^{(2)}(h_m^* a) \quad , \quad a_{42} = -\frac{\mu_1}{\mu_2} \frac{\gamma_m^2 - (k_m^*)^2}{2k^2} H_1^{(2)}(k_m^* a)$$

$$a_{43} = -\frac{\gamma_m p_m^*}{p^2} H_1^{(2)}(p_m^* a) \quad , \quad a_{44} = -\frac{\gamma_m^2 - (q_m^*)^2}{2q^2} H_1^{(2)}(q_m^* a)$$

$$a_{45} = -\frac{\gamma_m p_m^*}{p^2} H_1^{(1)}(p_m^* a) \quad , \quad a_{46} = -\frac{\gamma_m^2 - (q_m^*)^2}{2q^2} H_1^{(1)}(q_m^* a)$$

$$a_{51} = 0$$

$$a_{52} = 0$$

$$a_{53} = -\left(\frac{p_m^*}{p^2} + \frac{\lambda_2}{2\mu_2}\right) H_0^{(2)}(p_m^* b) - \frac{p_m^*}{p^2} \frac{1}{b} H_1^{(2)}(p_m^* b)$$

$$a_{54} = \frac{\gamma_m q_m^*}{q^2} H_0^{(2)}(q_m^* b) - \frac{\gamma_m}{q^2} \frac{1}{b} H_1^{(2)}(q_m^* b)$$

$$a_{55} = \left(\frac{(p_m^*)^2}{p^2} + \frac{\lambda_2}{2\mu_2}\right) H_0^{(1)}(p_m^* b) - \frac{p_m^*}{p^2} \frac{1}{b} H_1^{(1)}(p_m^* b)$$

$$a_{56} = \frac{\gamma_m q_m^*}{q^2} H_0^{(1)}(q_m^* b) - \frac{\gamma_m}{q^2} \frac{1}{b} H_1^{(1)}(q_m^* b)$$

$$a_{61} = 0, \quad a_{62} = 0$$

$$a_{63} = -\frac{\gamma_m p_m^*}{p^2} H_1^{(2)}(p_m^* b), \quad a_{64} = -\frac{\gamma_m^2 - (q_m^*)^2}{2q^2} H_1^{(2)}(q_m^* b)$$

$$a_{65} = -\frac{\gamma_m p_m^*}{p^2} H_1^{(1)}(p_m^* b), \quad a_{66} = -\frac{\gamma_m^2 - (q_m^*)^2}{2q^2} H_1^{(1)}(q_m^* b)$$

$$b_1 = 4 \cdot \left\{ \left(\frac{p}{p_m^*}\right)^2 - \left(\frac{h}{h_m^*}\right)^2 \right\} \cdot \frac{ug}{l}$$

$$b_3 = 4 \cdot \left\{ \frac{\lambda_2}{2\mu_2} \left(\frac{p}{p_m^*}\right)^2 - \frac{\lambda_1}{2\mu_1} \left(\frac{h}{h_m^*}\right)^2 \right\} \cdot \frac{ug}{l}$$

$$b_5 = 4 \cdot \frac{\lambda_2}{2\mu_2} \left(\frac{p}{p_m^*}\right)^2 \cdot \frac{ug}{l}, \quad b_2 = b_4 = b_6 = 0$$

..... (3 . 4 . 26)

3.4.2 数値計算結果とその考察

弾性棒の縦振動の1次固有円振動数 $\omega_r = \pi/l \cdot \sqrt{E_2/\rho_2}$ を用いることによってすべての量を無次元化することが可能となる。そして管状構造物における応答量 f_L は次式のように表示される。

$$f_L \equiv f_L \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}, \frac{\rho_1}{\rho_2}, \nu_1, \nu_2, \frac{b}{a}, \frac{l}{b}, \frac{\omega}{\omega_r} \right) \quad \text{..... (3 . 4 . 27)}$$

地盤と構造物の剛性比 μ_1/μ_2 、密度比 ρ_1/ρ_2 、ポアソン比 ν_1, ν_2 、管状構造物の形状 b/a 、 l/b 、入力円振動数と棒の1次固有円振動数の比 ω/ω_r によってこの振動系の応答が決定されることが知られる。

軸ひずみ ϵ_A について数値的検討を行なうことにする。級数解であるのでその項数の取り方が問題となるが、ひずみ計算で誤差が0.5%の範囲内に入るように項数を決定した。

Fig. 3.4.2は $\epsilon_A^* = \epsilon_A / (ug/l)$ として、 $x=0$ における ϵ_A^* と ω/ω_r との関係を図示したものである。 ug/l は見掛け上の静的な地盤ひずみとみなせるので ϵ_A^* は構造物と地盤のひずみ比と考えてよい。 ϵ_A は式(3.4.25)の連立方程式を解いて得られた M_m, N_m, R_m, S_m を式(3.4.23)に代入し、変位とひずみの関係から計算されたものである。パラメーターには剛性比 μ_1/μ_2 を選んでいる。密度比 ρ_1/ρ_2 、ポアソン比 ν_1, ν_2 、形状比 $b/l, b/a$ については図中の値を用いた。

μ_1/μ_2 が増加するにしたがって最大軸ひずみ量は減少しており、剛性比とはほぼ逆比例の関係にある。また、 μ_1/μ_2 の増加に伴なって共振振動数は徐々に高くなっており、図の共振曲線からも知られるように剛性比が増加すれば共振曲線は平坦となってくる。このことより構造物周辺の地盤が剛になれば見掛け上構造物の振動を減衰させる作用を有していることが知られる。図中、破線で示した曲線は同様の管状構造物が空気中にあるとした場合の共振曲線であり、同様の境界条件を用いて最初から地盤の影響がないものとして解析し計算した結果である。 μ_1/μ_2 の値がゼロに近づいたときに空気中にあるとした場合の曲線に一致しないのは、ここで扱っているような地盤中にある構造物の解

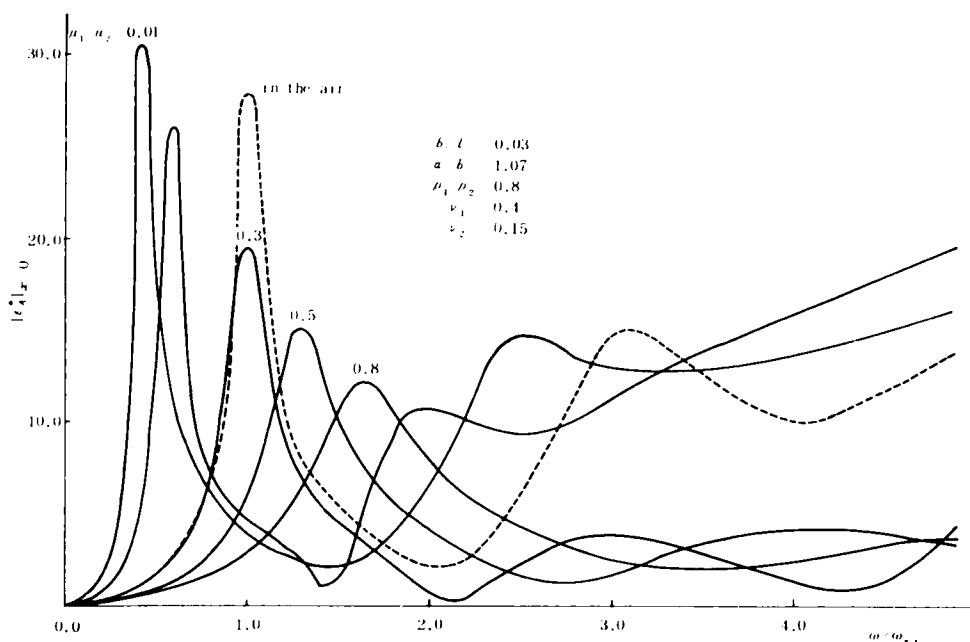


Fig. 3.4.2 軸ひずみの共振曲線

析においては、剛性が減少した場合でも構造物と地盤との接触面での変位が同一に保たれているとの境界条件を用いているため、構造物の運動によって地盤が引きずられて地盤の質量効果が卓越し、見掛け上はその質量が付加された状態となることによるものであると考えられる。

また、前節 3.2, 3.3 においては地盤中に無限に広がる管状構造物が、その長手方向に伝播する波動を受けた際の応答を解析し、構造物はその固有振動特性が誘起され共振状態となる可能性は少ないこと、さらに、構造物に生じるひずみは地盤ひずみよりも若干小さいこと、を結論として見出した。しかし、本節ではその両端で変位が規制されている系を取り扱い、Fig. 3.4.2 にみるように共振振動数付近で構造物の軸ひずみは、見掛け上の地盤ひずみよりも極端に大きくなってくることが知られた。 ω_r は管状構造物を単純に両端固定棒と考えたときの 1 次固有円振動数であるが、その値の近傍の周波数で共振状態となっていることから、構造物の固有振動特性が現われているとみてもよい。一例として $l = 300$ m のコンクリート管とすれば、 $\omega_r = 31.31$ rad/sec と求められる。この周波数は実際の地震動で卓越する周波数としてはかなり高い方であり、現実には $\omega/\omega_r < 1.0$ の領域での構造物の応答が論議の対象となってくるものと考えられる。この範囲での軸ひずみ ϵ_A^* は周辺地盤が軟かい場合にはかなり大きな値となるが $\mu_1/\mu_2 = 0.5$ では $l = 300$ m, $u_g = 1$ cm として、 5×10^{-4} 程度の軸ひずみ量となることが知られる。このとき見掛け上の静的な地盤ひずみ u_g/l は 3×10^{-5} 程度である。

また、 ω/ω_r の大きい値で応答軸ひずみが大きくなっているのは、本解析では入力の変位振幅が一定であるとしており、振動数の増大によって入力パワーが大きくなっていることによる結果である。

次に Fig. 3.4.3 には a/b をパラメーターとして、剛性比と $x = 0$ の接合部における最大軸ひずみとの関係を示した。 μ_1/μ_2 の増大にしたがって最大軸ひずみは減少しており、軟かい地盤中に埋められた構造物ほど大きな応答値を示すことが知られる。

Fig. 3.4.4 は軸ひずみ ϵ_A^* の構造物長手方向における分布を示したものである。構造物の両端においては同一の動きをするものと仮定しているので軸ひずみは逆対称のモードが現われている。図中の左半には $\mu_1/\mu_2 = 0.5$ 、右半には 0.8 の場合について ω/ω_r の 4 つの値について図示した。また、破線で示したものは構造物が空気中にあると仮定した場合の解析結果である。 $x = 0$, l の管状構造物の接合部付近で軸ひずみは最大値をとって

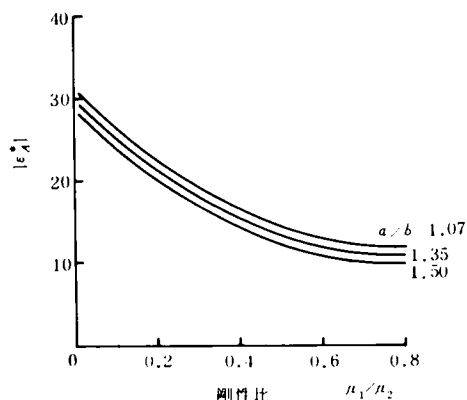


Fig. 3.4.3 接合部ひずみと剛性比の関係

る。また、剛性比が変化してもこの傾向に変わりはない。なお、 $\omega/\omega_r = 1.0$ は棒の 1 次固有振動数でありその奇数倍 $\omega/\omega_r = 3.0, 5.0, \dots$ などは 2 次、3 次の固有振動数であり、それぞれの固有値に対応した振動モードを示すはずである。しかし地盤中に埋設された構造物は高次のモードを示すことがなく、ほぼ 1 次モードに近い変形特性を示すことが知られる。

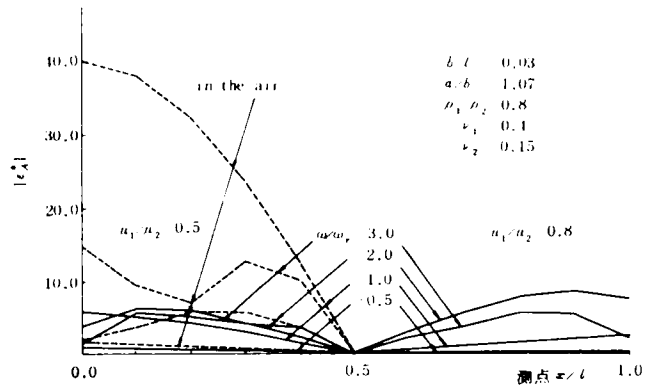


Fig. 3.4.4 軸ひずみの長手方向分布

次に Fig. 3.4.5 は管状構造物の形状が $x=0$ における軸ひずみ ϵ_1^* に及ぼす影響を調べたものである。構造物横断面における管厚を t^* として、横軸には t^*/b 、 b/l をとり縦軸にはそれぞれの横軸に対応した軸ひずみ ϵ_1^* をとってある。

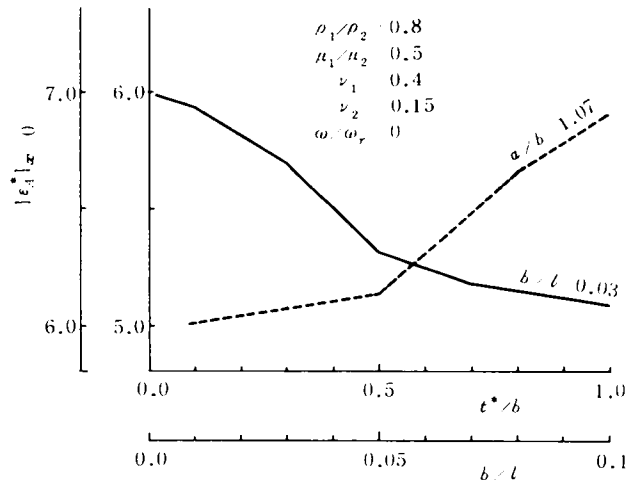


Fig. 3.4.5 $t^*/a, b/l$ と軸ひずみの関係

まず管厚の変化の影響については $b/l = 0.03$ が一定で、図中に実線で示した値をみればよく、管厚が大きくなれば軸ひずみはわずかながら

減少する傾向にある。これは軸方向力が構造物の断面積で受けもたれることとも考え合わせれば当然の結果であろう。次に b/l の変化が軸ひずみに与える影響については $t^*/a = 0.07$ が一定で、同図中の破線で示した値を読みばよい。 b/l が増加すれば軸ひずみも増加する傾向にある。 b の値が一定とすれば b/l の増加は被規制管長 l の減少すなわち両隣接構造物間の距離が短くなることを意味し、その接合部の影響によって軸ひずみが増加するものと解釈される。

また、これら t^*/a 、 b/l の変化が ϵ_1^* に及ぼす影響は μ_1/μ_2 が及ぼす影響に比較してかなり小さいことも知られる。

以上両端の変位が拘束された場合の管状構造物の応答軸ひずみについて検討したが、その運動が拘

束された箇所では地盤ひずみよりもはるかに大きなひずみの生じる可能性があり、このような場合には前節までと同様な考え方で管状構造物の地震応答特性を取り扱い得ないことが知られ、むしろ、見掛け上、地盤ひずみが増幅されて構造物に伝達されているものと考えねばならない。

3.5 両端の運動が拘束された管状構造物の横振動

3.5.1 地盤運動の解析

前節では両端の運動が拘束された管状構造物の縦振動を取り扱ったが、同様の目的で本節では管状構造物の両端が何らかの別の地下構造物に接合されており、両端ではその構造物と同等の動きをするような場合について同じく波動論を用いて横振動に関して解析を進める。上述のような管状構造物においては、とくに接合部で大きなひずみを生ずるであろうことは容易に予測されるところである。実際に地震時においても、水道管、ガス管などの管状構造物はマンホールとの継手部などで曲げ変形を受けて破損している例が多く報告されている。

Fig. 3.5.1に示すように内径 b 、外径 a 、長さ l の管状構造物が均質等方な弾性地盤中に埋設されているものとし、その両端は $x=0$ 、 $x=l$ で地の構造物に接合されているものとする。図に示すように円筒座標系 (r, θ, x) を設定し、それぞれ

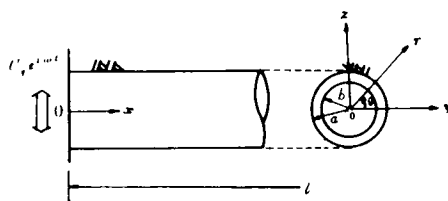


Fig. 3.5.1 解析モデル

の方向の地盤の相対変位成分を (u, v, w) とする。

地盤一構造物の系全体が z 方向 ($\theta = \frac{\pi}{2}$) に一様に $u_g e^{i\omega t}$ の調和的な運動を行なうものとする。その際、管状構造物自体は両端での相対変位がゼロに拘束されながら曲げ変形を受けて振動する。

このような条件下では w の変位が無視され、 u, v は次式の運動方程式を満足する必要がある。

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - \rho u_g \omega^2 \cos \theta \cdot e^{i\omega t} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta}{\partial r} - \mu \frac{\partial \tilde{\omega}}{r \partial \theta} + \mu \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \\ \rho \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} - \rho u_g \omega^2 \sin \theta \cdot e^{i\omega t} &= (\lambda + 2\mu) \frac{\partial \Delta}{r \partial \theta} + \mu \frac{\partial \tilde{\omega}}{\partial r} + \mu \frac{\partial^2 v}{\partial x^2} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.5.1)$$

ここに、

$$\Delta = \frac{u}{r} + \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial v}{\partial \theta}, \quad \tilde{\omega} = \frac{v}{r} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial \theta} \quad \dots\dots\dots (3.5.2)$$

λ, μ は地盤の Lamé の定数、 ρ は密度である。

ここで、 x を含む関数については境界条件を考慮して次のようにおく。

$$u = \sum_{m=1,2,3,\dots}^{\infty} U(r, \theta) \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t}, \quad v = \sum_{m=1,2,3,\dots}^{\infty} V(r, \theta) \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \quad (3.5.3)$$

$$\gamma_m l = m\pi \quad (m=1, 2, \dots) \quad (3.5.4)$$

上式で決められる γ_m は $x=0$, l で $u_r = u_\theta = 0$ の条件を満足している。

式 (3.5.1) の方程式の一般解は前節での解析と同様な手法によって次式となる。

$$\begin{aligned} \bar{u} &= \sum_{m=1,2,3,\dots}^{\infty} \left\{ -Am \frac{H_1^{(2)}(kmr)}{r} + Bm \frac{\partial H_1^{(2)}(hmr)}{\partial r} \right\} \cdot \cos \theta \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \\ \bar{v} &= \sum_{m=1,2,3,\dots}^{\infty} \left\{ Am \frac{\partial H_1^{(2)}(kmr)}{\partial r} - Bm \frac{H_1^{(2)}(hmr)}{r} \right\} \cdot \sin \theta \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \quad (3.5.5)$$

上式中の km, hm は v_t, v_l を地盤内の横波、縦波の速度として次式で表示される。

$$k_m^2 = \left(\frac{\omega}{v_t}\right)^2 - \gamma_m^2, \quad h_m^2 = \left(\frac{\omega}{v_l}\right)^2 - \gamma_m^2 \quad (3.5.6)$$

一方、式 (3.5.1) の特別解 u^*, v^* は次式のようにその解を仮定する。

$$u^* = \sum_{m=1,2,3,\dots}^{\infty} X_m \cdot \cos \theta \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t}, \quad v^* = \sum_{m=1,2,3,\dots}^{\infty} Y_m \cdot \sin \theta \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \quad (3.5.7)$$

式 (3.5.1) に上式を代入すれば、 X_m, Y_m は次式を満足する。

$$\sum_{m=1,2,3,\dots}^{\infty} \mu k_m^2 X_m \sin \gamma_m x = -\rho u_g \omega^2, \quad \sum_{m=1,2,3,\dots}^{\infty} \mu k_m^2 Y_m \sin \gamma_m x = \rho u_g \omega^2 \quad (3.5.8)$$

上式の両辺に $\sin \gamma_m' x$ を乗じて x について 0 から l まで積分し、 $\sin \gamma_m x$ の直交性を利用することによって X_m, Y_m は次のように求まる。

$$\begin{aligned} X_m &= \frac{\rho u_g \omega^2 \int_0^l \sin \gamma_m x dx}{\mu k_m^2 \int_0^l \sin^2 \gamma_m x dx} = \left(\frac{\omega}{k_m v_t}\right)^2 \frac{4 u_g}{\gamma_m l} \\ Y_m &= -X_m = -\left(\frac{\omega}{k_m v_t}\right)^2 \frac{4 u_g}{\gamma_m l} \end{aligned} \quad (m=1, 3, 5, \dots) \quad (3.5.9)$$

これより u^*, v^* は決定されるので結局、地盤の相対変位 u, v は式 (3.5.5), 式 (3.5.7) より次のようになる。

$$\left. \begin{aligned} u &= \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ -Am \frac{H_1^{(2)}(k_m r)}{r} + Bm \frac{\partial H_1^{(2)}(k_m r)}{\partial r} + \left(\frac{\omega}{k_m v_t} \right)^2 \frac{4u_g}{\gamma_m l} \right\} \cdot \cos \theta \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \\ v &= \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ Am \frac{\partial H_1^{(2)}(k_m r)}{\partial r} - Bm \frac{H_1^{(2)}(k_m r)}{r} - \left(\frac{\omega}{k_m v_t} \right)^2 \frac{4u_g}{\gamma_m l} \right\} \cdot \sin \theta \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.5.10)$$

以上で構造物周辺の地盤運動が未定定数 Am, Bm を含んで求まったことになり、この定数は構造物との連成振動として決定されるものである。

3.5.2 構造物の横振動解析

ここで、管状構造物の曲げによる変形を未定関数 $f(x)$ として与えるものとする。

地盤と構造物の接触面 $r=a$ で両者の間にすべりが無いものとすれば、次の境界条件式を満足する必要がある。

$$u|_{r=a} = f(x) \cdot \cos \theta \cdot e^{i\omega t}, \quad v|_{r=a} = -f(x) \sin \theta \cdot e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (3.5.11)$$

式 (3.5.10) の u, v を上式に代入することによって Am, Bm は次のように定まる。

$$\begin{aligned} Am &= \left\{ \frac{\partial H_1^{(2)}(k_m a)}{\partial a} - \frac{H_1^{(2)}(k_m a)}{a} \right\} \cdot Im^* / Am, \quad Bm = \left\{ \frac{H_1^{(2)}(k_m a)}{a} - \frac{\partial H_1^{(2)}(k_m a)}{\partial a} \right\} \\ &\quad \cdot Im^* / Am \quad \dots\dots\dots (3.5.12) \end{aligned}$$

ここに、

$$\left. \begin{aligned} Im^* &= \frac{2}{l} \int_0^l f(x) \cdot \sin \gamma_m x dx - \left(\frac{\omega}{k_m v_t} \right)^2 \frac{4u_g}{\gamma_m l} \\ Am &= \frac{H_1^{(2)}(k_m a) \cdot H_1^{(2)}(k_m a)}{a^2} - \frac{\partial H_1^{(2)}(k_m a)}{\partial a} \cdot \frac{\partial H_1^{(2)}(k_m a)}{\partial a} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.5.13)$$

一方、式 (3.5.10) より演算される応力 σ_r, τ_{θ} は次のようになる。

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \sum_{m=1,3,5,\dots}^{\infty} \left\{ 2\mu Am \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial H_1^{(2)}(k_m r)}{\partial r} - \frac{H_1^{(2)}(k_m r)}{r^2} \right\} + Bm \left\{ 2\mu \frac{\partial^2 H_1^{(2)}(k_m r)}{\partial r^2} \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \lambda h_m^2 H_1^{(2)}(k_m r) \right\} \right\} \cdot \cos \theta \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i\omega t} \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} \tau_{\theta} = \mu \sum_{m=1,3,5 \dots}^{\infty} \left\{ A_m \left\{ \frac{2 H_1^{(2)}(k_m r)}{r^2} - \frac{2}{r} \frac{\partial H_1^{(2)}(k_m r)}{\partial r} - k_m^2 H_1^{(2)}(k_m r) \right\} \right. \\ \left. - 2 B_m \left\{ \frac{1}{r} \frac{\partial H_1^{(2)}(h_m r)}{\partial r} - \frac{H_1^{(2)}(h_m r)}{r^2} \right\} \right\} \cdot \sin \theta \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i \omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots (3.5.14)$$

これより、 $r = a$ で x 方向の単位長さ当りに作用する y 、 z 方向の合力 F_y, F_z は次式で計算される、

$$\left. \begin{aligned} F_y &= \int_0^{2\pi} (\sigma_r \sin \theta + \tau_{\theta} \cos \theta)_{r=a} \cdot a \cdot d\theta \equiv 0 \\ F_z &= \int_0^{2\pi} (\sigma_r \cos \theta - \tau_{\theta} \sin \theta)_{r=a} \cdot a \cdot d\theta \\ &= -\rho \pi a^2 \sum_{m=1}^{\infty} (v_t k_m)^2 \Omega_m I_m^* \cdot \sin \gamma_m x \cdot e^{i \omega t} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.5.15)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \Omega_m = & \left\{ \frac{\partial H_1^{(2)}(h_m a)}{\partial(h_m a)} \cdot \frac{H_1^{(2)}(k_m a)}{k_m a} + \frac{\partial H_1^{(2)}(k_m a)}{\partial(k_m a)} \cdot \frac{H_1^{(2)}(h_m a)}{h_m a} - 2 \frac{H_1^{(2)}(h_m a)}{h_m a} \cdot \frac{H_1^{(2)}(k_m a)}{k_m a} \right\} \\ & / A_m \end{aligned} \dots\dots\dots (3.5.16)$$

すなわち、管状構造物の長手方向に直交する面内で $r = a$ の地盤と構造物の接触面に作用する単位長さ当りの合力は地盤の強制運動方向のみに存在し、それに直交する方向ではゼロとなる。その合力 F_z は式 (3.5.13)、(3.5.15) から知れるように未定関数 $f(x)$ が I_m^* 中に含まれているので、構造物の変形量が決定されて始めて知れる量である。この変形量は次に示す構造物の曲げ振動に関する運動方程式より決定される。

$$\gamma A p \frac{\partial^2 f(x)}{\partial t^2} + E I \frac{\partial^4 f(x)}{\partial x^4} = \gamma A p \omega^2 u_g e^{i \omega t} - F_z \dots\dots\dots (3.5.17)$$

上式中の γ は構造物の密度を示している。

式 (3.5.17) の微分方程式を解くのに $f(x)$ を両端固定ばりの曲げ振動に関する正規化された固有関数 $\eta_{\nu}(\xi_{\nu} x)$ で展開して次のように表示する。

$$f(x) = \sum_{\nu=1}^{\infty} q_{\nu} \cdot \eta_{\nu}(\xi_{\nu} x) \cdot e^{i \omega t} \dots\dots\dots (3.5.18)$$

上式の q_{ν} は本解析によって決定されるべき未定定数である。また、関数 $\eta_{\nu}(\xi_{\nu} x)$ は次の条件を

満足する関数である。

$$\frac{d^4 \eta_\nu(\xi_\nu x)}{dx^4} - \xi_\nu^4 \eta_\nu(\xi_\nu x) = 0, \quad \xi_\nu^4 = \frac{\omega \nu^2 \gamma A_p}{EI} \quad \dots\dots\dots (3.5.19)$$

$$\int_0^l \eta_\nu(\xi_\nu x) \cdot \eta_\mu(\xi_\mu x) \cdot dx = \begin{cases} 1 & (\nu = \mu) \\ 0 & (\nu \neq \mu) \end{cases} \quad \dots\dots\dots (3.5.20)$$

これより $\eta_\nu(\xi_\nu x)$ は次のように表示される。

$$\eta_\nu(\xi_\nu x) = \frac{1}{\sqrt{l}} \left\{ (\cos \xi_\nu x - \cosh \xi_\nu x) - \frac{\sin \xi_\nu l}{1 - \cos \xi_\nu l} \cdot (\sin \xi_\nu x - \sinh \xi_\nu x) \right\} \quad \dots\dots\dots (3.5.21)$$

固有値 ξ_ν は次式の振動数方程式の解である。

$$\cos \xi_\nu l \cdot \cosh \xi_\nu l - 1 = 0 \quad \dots\dots\dots (3.5.22)$$

すなわち、 $\xi_1 l = 4.7300$ 、 $\xi_2 l = 7.8532$ 、 $\xi_3 l = 10.9956$ ……のように求められる。

式(3.5.18)を式(3.5.17)に代入して未定'定数 q_ν について整理すれば、次の複素係数連立方程式が得られる。

$$\sum_{\nu=1}^{\infty} \left\{ \left(\frac{\omega \nu}{\omega} \right)^2 - 1 \right\} \cdot \delta_{\mu\nu} \cdot \Omega_\mu + \Omega_{\mu\nu} \cdot q_\nu = u_g \Omega_\mu \quad (\mu = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots\dots (3.5.23)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \Omega_{\mu\nu} &= -\frac{\rho \pi a^2}{\gamma A_p} \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{\nu l k_m}{\omega} \right)^2 \Omega_m \cdot \frac{2}{l} \int_0^l \eta_\nu(\xi_\nu x) \cdot \sin \gamma_m x \, dx \int_0^l \eta_\mu(\xi_\mu x) \sin \gamma_m x \, dx \\ \Omega_\mu &= \int_0^l \eta_\mu(\xi_\mu x) \, dx - \frac{\rho \pi a^2}{\gamma A_p} \sum_{m=1}^{\infty} \Omega_m \cdot \frac{4}{\gamma_m l} \int_0^l \eta_\mu(\xi_\mu x) \sin \gamma_m x \, dx \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (3.5.24)$$

上式中の Ω_m は前出の式(3.5.16)に示したものである。連立方程式は μ 、 ν について無限項数となっているので厳密解をうることはできない。しかし、地盤の規準振動モードを重みとした構造物の規準振動型の平均値 $\int_0^l \eta_\nu(\xi_\nu x) \cdot \sin \gamma_m x \, dx$ は ν の高次に対しては小さな値となってくるので μ 、 ν の適当な有限値に対して式(3.5.23)を解いて解を求めることにする。 q_ν が求めれば管状構造物に発生する $r = a$ の曲げひずみ ϵ_B は次式のようになる。

$$\epsilon_B = \frac{M}{EI} \cdot a = -\frac{d^2 f(x)}{dx^2} \cdot a = -a \sum_{\nu=1}^{\infty} q_\nu \cdot \frac{d^2 \eta_\nu(\xi_\nu x)}{dx^2} \quad \dots\dots\dots (3.5.25)$$

また，規準化した曲げひずみ ϵ_B^* を次のように定める。

$$\epsilon_B^* \equiv \epsilon_B / (u_g / l) = -a l \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} q_{\nu}' \frac{d^2 \eta_{\nu}(\xi_{\nu} x)}{dx^2} \quad \dots\dots\dots (3.5.26)$$

上式中で $q_{\nu}' = q_{\nu} / u_g$ である。

3.5.3 数値計算結果とその考察

前節3.4と同様にして，空気中にある棒の横振動に関する1次固有振動数 ω_r' を用いることによって，各応答値 f_M は次の諸数値の関数として表示される。

$$f_M \equiv f_M \left(\frac{\mu_1}{\mu_2}, \frac{\rho_1}{\rho_2}, \nu_1, \nu_2, \frac{b}{a}, \frac{l}{b}, \frac{\omega}{\omega_r'} \right) \quad \dots\dots\dots (3.5.27)$$

各記号は前節と同様である。

数値計算については値の収束を考慮して，式(3.5.26)において $\nu = 1 \sim 5$ を採用した。

Fig. 3.5.2 には $\epsilon_B^* \equiv \epsilon_B / (u_g / l)$ として $x = 0$ における，曲げひずみ ϵ_B^* と ω / ω_r' との関係を示した。剛性比 μ_1 / μ_2 をパラメーターに選んで $\mu_1 / \mu_2 = 0.05, 0.1, 0.3$ の場合の結果を示し

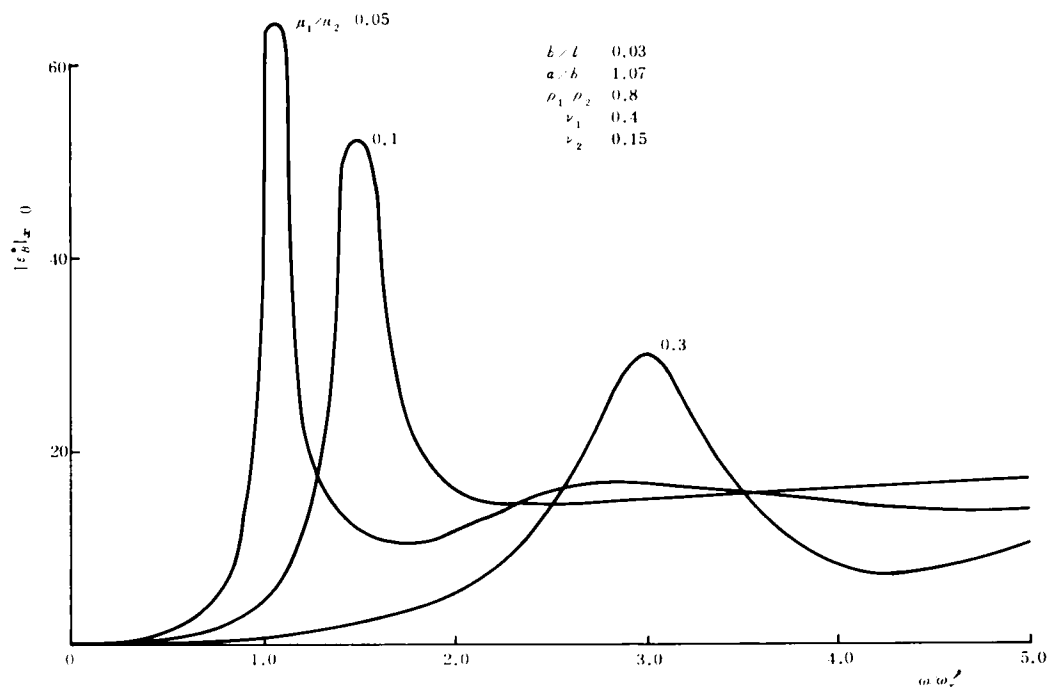


Fig. 3.5.2 曲げひずみの共振曲線

である。Fig. 3.4.2の軸ひずみ ϵ_A^* と同様に、 μ_1/μ_2 が増加するにしたがって最大曲げひずみ ϵ_B^* は減少していることが知られる。また、 μ_1/μ_2 が大きくなるにしたがって ϵ_B^* がピークをもつ振動数は増大しており、あたかも管状構造物の剛性が増加しているかのような現象がうかがわれる。また $\mu_1/\mu_2 = -0.1$ の場合を例にとれば、 ϵ_A^* の最大値は25であったのが、 ϵ_B^* では約50にもなっており2倍近く大きな値となっていることが注目される。各剛性比についても一般に ϵ_B^* の最大値は ϵ_A^* の最大値よりも大きくなることが知られ、他構造物との接合部においては軸ひずみよりも曲げひずみが卓越するものと考えられる。この結果は田村²⁾らの実験によってすでに指摘されているところでもあり、3.4、3.5節の解析モデルおよび手法の相違を無視すれば妥当な結果が得られているものと考えられる。また、管状構造物の両端での運動が拘束されているような場合にはその固有振動特性が引き起され、共振状態となりうることが同図より知られ、本章3.2、3.3節のように地盤運動と同様の挙動をするものとみなすことができなくなる。

次にFig. 3.5.3には $x=0$ における曲げひずみ ϵ_B^* の最大値と剛性比の関係を図示した。同時にFig. 3.4.3の $a/b = 1.07$ のときの ϵ_A^* と剛性比の関係も示しておいた。剛性比の増加とともに最大ひずみ量が低下するのは ϵ_A^* 、 ϵ_B^* とも共通の傾向であるが、とくに ϵ_B^* の場合にはその減少度合が著しいことが特徴である。すなわち、管状構造物の埋設されている周辺の地盤が堅くなれば縦振動よりも横振動に与える影響が大きくなることを意味している。この結果は本章3.1、3.2節の地盤の拘束力 f_B^* が $|f_A^*|$ よりも大きくなることも対応を示すものである。

次に、Fig. 3.5.4は管状構造物の長手方向における曲げひずみ ϵ_B^* の分布を調べたものである。 $\omega/\omega_r' = 0.5, 1.0, 2.0$ の場合について検討した。やはり、端部($x=0$)でのひずみが最大値をとってくる。軸ひずみの場合の分布形とは異なり、各振動数ともに $x/l = 0.1$ で

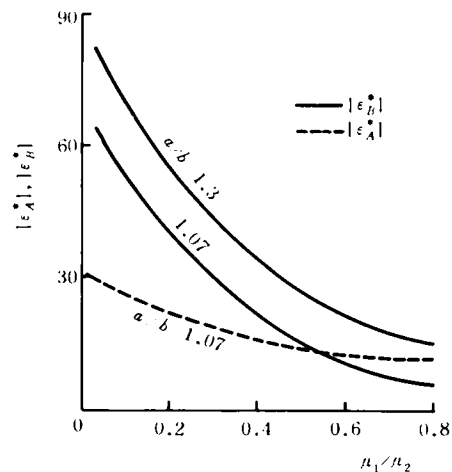


Fig. 3.5.3 接合部曲げひずみと剛性比の関係

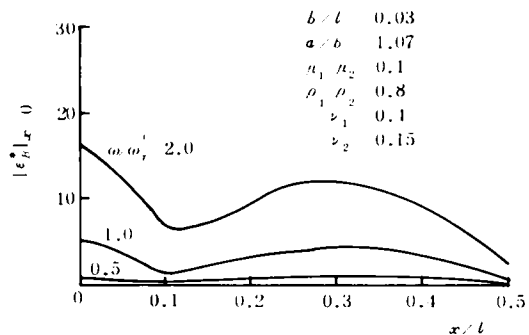


Fig. 3.5.4 曲げひずみの長手方向分布

は値が小さく、 $x/l=0.3$ でかなり大きいひずみ量となっている。この傾向は剛性比 μ_1/μ_2 が異なっても同様であることも知られる。

前節と同様、本節の結果においても、地盤ひずみが低減されて構造物に伝達されるとみなすことは不可能である。他構造との接合部のように振動性状の一樣でない箇所にはきわめて大きなひずみが発生することは解析結果からも容易に推測され、耐震的な考慮を十分に払う必要がある。

3.6 表層地盤内に埋設された管状構造物の横振動

3.6.1 SH波による表層地盤内波動

3.2, 3.3節では一般に管状構造物の長手方向に伝播する波動が存在するものとして管状構造物の縦および横振動を取り扱った。しかし、本章の概説でも述べたように、このような地表面に沿って伝播する波動に関する研究資料は乏しく、今後の研究に待つところが多い。そこで本節では、基盤面にある入射角をもって到達し表層地盤内へと屈折する波動は、見掛け上地表面に沿って進行する波動となることに注目して、このような解析モデルを設定し、表層地盤内での波動特性を検討するとともに、このような地盤中に管状構造物が埋設されている場合について波動論を用いて理論解析を行なった。

Fig. 3.6.1に示すように基盤面上に一樣な厚さをもつ表層地盤があり、それぞれの地盤層内での横波伝播速度を v_{t1} , v_{t2} とし、密度、せん断剛性を ρ_1 , ρ_2 , μ_1 , μ_2 とする。この0で示した基盤と表層地盤の境界面に射出角 θ_2 で入射するSH波を考えれば、基盤面での反射波、屈折波および地表面での反射波はいずれも y 方向のみの変位成分をもつSH波であることは明らかである。

u , k , θ をそれぞれ地盤の y 方向変位成分、入射波の波数、射出角として添字1, 2を表層地盤と基盤に付するものとする。

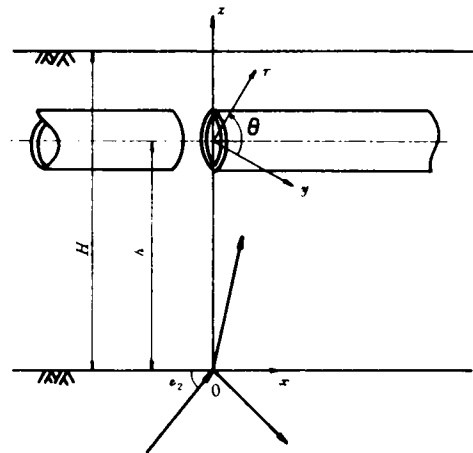


Fig. 3.6.1 解析モデル

このとき地盤の運動は次式の波動方程式によって満たされる。

$$\frac{1}{v_{ti}^2} \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u_i}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_i}{\partial z^2}, \quad (i=1, 2) \quad \dots\dots\dots (3.6.1)$$

ここで入射SH波、基盤面での屈折波、反射波、地表面での反射波の各変位振幅をそれぞれ A_0 ,

A_1, A_2, A_3 とすれば地盤内変位 u_1, u_2 は次のような形で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= A_1 \exp\{ik_1(x \cos \theta_1 + z \sin \theta_1 - v_{t1} t)\} \\ &\quad + A_3 \exp\{ik_1(x \cos \theta_1 - z \sin \theta_1 - v_{t1} t)\} \\ u_2 &= A_0 \exp\{ik_2(x \cos \theta_2 + z \sin \theta_2 - v_{t2} t)\} \\ &\quad + A_2 \exp\{ik_2(x \cos \theta_2 - z \sin \theta_2 - v_{t2} t)\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.6.2)$$

次に、境界条件としては基盤と表層地盤の接触面で変位と応力が連続であること、および地表面で応力がゼロであるとの条件を用いて次式で表示される。

$$\left. \begin{aligned} z=0 : u_1 &= u_2, \mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} = \mu_2 \frac{\partial u_2}{\partial z} \\ z=H : \mu_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.6.3)$$

式 (3.6.3) のもとに式 (3.6.1) を解けば $A_1 \sim A_3$ は A_0 に対する比率として次のように求められる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{A_1}{A_0} &= \frac{2}{(1+\beta) + (1-\beta) \exp(2ik_1 H \sin \theta_1)} \\ \frac{A_2}{A_0} &= \frac{(1-\beta) + (1+\beta) \exp(2ik_1 H \sin \theta_1)}{(1+\beta) + (1-\beta) \exp(2ik_1 H \sin \theta_1)} \\ \frac{A_3}{A_0} &= \frac{2 \exp(2ik_1 H \sin \theta_1)}{(1+\beta) + (1-\beta) \exp(2ik_1 H \sin \theta_1)} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.6.4)$$

ここに、

$$\beta = \frac{\rho_1 v_{t1}}{\rho_2 v_{t2}} \cdot \frac{\sin \theta_1}{\sin \theta_2} \dots\dots\dots (3.6.5)$$

これより u_1, u_2 は次のように求まる。

$$u_1 = \frac{2A_0 \cos q (1-z/H)}{\sqrt{\cos^2 q + \beta^2 \sin^2 q}} \cdot \exp\{i(kx - \omega t + \gamma)\} \quad \left. \vphantom{\frac{2A_0 \cos q (1-z/H)}} \right\}$$

$$u_2 = \frac{2A_0 \{ \cos q \cdot \cos q\alpha + \beta (\sin q \cdot \sin q\alpha) \}}{\sqrt{\cos^2 q + \beta^2 \sin^2 q}} \exp \{ i (kx - \omega t + \gamma) \} \quad \dots\dots\dots (3.6.6)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} q &= \frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_g} \sqrt{1 - \left(\frac{v_{t1}}{v_{t2}} \right)^2 \cdot \cos^2 \theta_2}, \quad \alpha = \frac{v_{t1}}{v_{t2}} \frac{y}{H} \sin \theta_2 \sqrt{1 - \left(\frac{v_{t1}}{v_{t2}} \right)^2 \cos^2 \theta_2} \\ \gamma &= \tan^{-1} \left\{ \beta \tan \left(\frac{\pi}{2} \frac{\omega}{\omega_g} \sin \theta_1 \right) \right\}, \quad k = k_1 \cos \theta_1 = k_2 \cos \theta_2 \\ \frac{\omega}{\omega_g} &= \frac{\pi v_{t1}}{2H} \end{aligned} \right\} \quad \dots\dots\dots (3.6.7)$$

式(3.6.6)の時間項をみれば、明らかに x 方向に進行する波動の形式をとっている。このことよりある入射角をもって基盤面に到達する波動は、 x 方向の基盤面上の各場所への到達時間に遅れを生じ水平方向へ見掛け上の伝播現象が起っていることになる。その伝播速度 c_a は式(3.6.6)より次のように求められる。

$$c_a = \frac{v_{t2}}{\cos \theta_2} = \frac{v_{t1}}{\cos \theta_1} \quad \dots\dots\dots (3.6.8)$$

また、その波長 κ は $\kappa c_a = \omega$ であることを考慮すれば次式で与えられる。

$$\frac{\kappa}{H} = 4 \frac{\omega_g}{\omega} \cdot \frac{v_{t2}}{v_{t1}} \cdot \frac{1}{\cos \theta_2} \quad \dots\dots\dots (3.6.9)$$

式(3.6.8)をみれば $\cos \theta_2 \leq 1$ であるので $c_a \geq v_{t1}$ となり、見掛け上の伝播速度は表層地盤内での横波速度よりも大きな値を有していることがわかる。また、鉛直下方から入射する場合には $\theta_2 = \pi/2$ となり c_a は無限大の値をもつことになる。これは境界面に到達する波動に時間差がなく、全域が一様に運動していることを表わしている。

式(3.6.6)で表わされる波動は表層地盤内では水平方向に伝播するのと同様の効果もち、その進行方向と運動方向については表面波である Love と同様の関係にある。

一般に表層地盤内を伝播する波動の卓越振動数はその地盤の固有振動数の近傍の値をとることが多い。そこで、式(3.6.9)について $\omega/\omega_g = 1.0$ として横波速度比をパラメーターにとって射出角と波長との関係を調べたのが Fig. 3.6.2 である。射出角 50° ぐらいまでは角度の影響は少なく基盤と表層地盤での横波速度比で波長が決定される。しかし、 $\theta_2 \geq 60^\circ$ では κ/H の値は急激に増大する

ことが知られる。

式(3.6.6)を検討することによって u_1 , u_2 の最大変位振幅は次式のように求まる。

$$\left(\frac{u_1}{A_0}\right)_{max} = \frac{2}{\beta} \quad , \quad \left(\frac{u_2}{A_0}\right)_{max} = 2.0$$

..... (3.6.10)

次に Fig. 3.6.3 には地表面における変位振幅の共振曲線を示す。射出角 θ_2 が小さくなれば表層地盤内へ曲折する波の割合が減少し振幅も小さくなることが知られる。また、 $\theta_2 = \pi/2$ である場合には基盤面での反射波がなくなるので、入力波のエネルギーはすべて表層地盤内へと伝達され、表層地盤の固有振動数で変位振幅が無窮大となるはずであるが、地下逸散減衰によって振幅は有限値におさえられていることがわかる。

Fig. 3.6.4 には深さ方向における地盤内変位分布を振動数をパラメーターにとって図示した。 $\omega/\omega_g = 1.0$

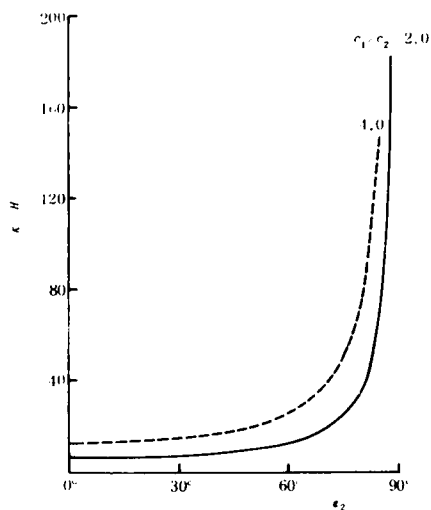


Fig. 3.6.2 射出角と波長の関係

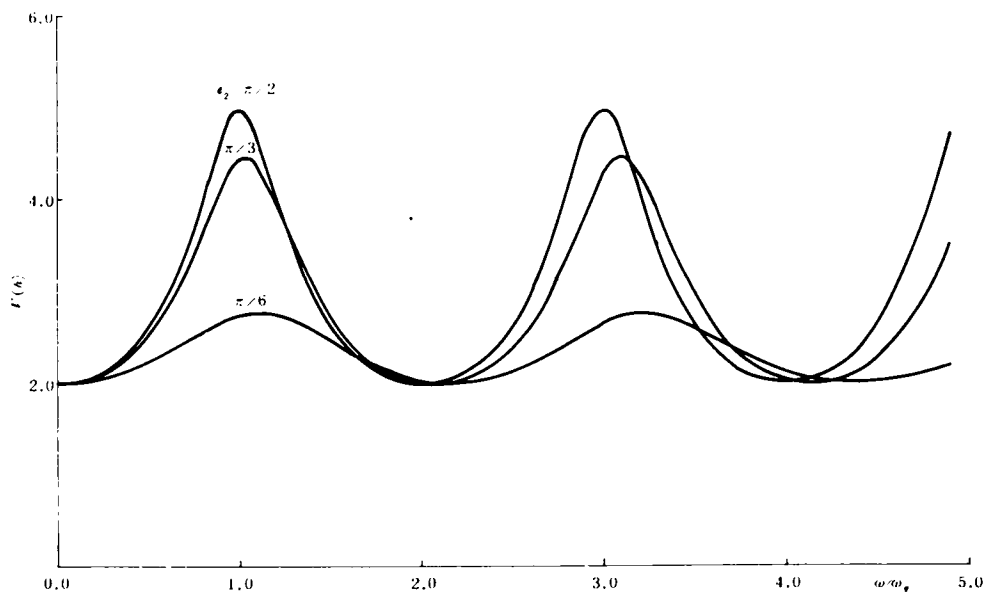


Fig. 3.6.3 地表面変位の共振曲線

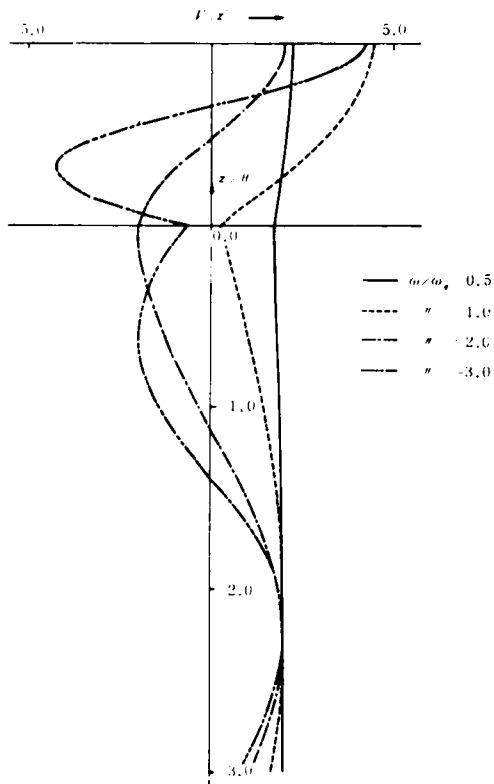


Fig. 3.6.4 地盤内の変位分布

3.6.2 構造物の横振動解析

Fig. 3.6.1に示したように $z = h$ にその長手方向の軸をもち外径 a 、内径 b の中空円断面の管状構造物が地表面と平行に位置しているものとし、座標軸は同図中に示す円筒座標系を用いる。地盤と管状構造物の振動系について考えれば、基盤より入射した波動は表層地盤内へと屈折し、管状構造物で散乱を受ける。一部は構造物内を伝播し、一部は地表面で反射され、また構造物内を伝播する波動と基盤面へと到達する波動に分かれる。このような伝播過程を繰り返しながらこの系の応答が生じる。このような振動系は半無限弾性体内に地表面と平行に円柱型空洞を有する系の波動方程式となり、双曲座標における Helmholtz 型の方程式を解く必要がある。しかし、この型の方程式の双曲座標における変数分離は不可能であり、厳密解をうることは困難である。これまでに双曲座標における波動方程式の解法は Thiruvengatachar¹⁾ らによって試みられ、ポテンシャルを級数和に展開する手法などが用いられ近似解が得られているが、それらの解も数理的な検討を加えられているにとどまり数値計算も複雑な形となっている。

3.0 はそれぞれ表層地盤の 1 次、2 次の固有振動数であり、この場合には基盤の動きは小さく表層地盤が独自の揺れ方をしていることが知られる。また、その他の振動数では基盤と表層地盤が一体となって振動しており、境界付近でも変位の連続的な変化がみられる。

そこで本解析では最初に構造物が埋設されていない状態での地盤の運動を解析し、その時の構造物の長手方向の軸位置での地盤変形を求める。しかる後、この地盤変形を構造物から十分離れた場所での地盤変形とし、この波動が構造物の埋設されている地点に入射する際に生じる地盤と管状構造物の連成振動を波動論によって解くことにする。

3.6.2 で述べたように表層地盤内を構造物の長手方向に伝播する波動は次式で書き表わせる。

$$\left. \begin{aligned} u_1 &= V(z) \cdot A_0 \cdot \exp\{ik(x - c_a t)\} \\ V(z) &= \frac{2 \cdot \cos q(1 - z/H) e^{i\gamma}}{\sqrt{\cos^2 q + \beta^2 \sin^2 q}} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.6.11)$$

上式より管状構造物中立軸位置 ($z = h$) での変位 u_s は次のように書ける。

$$u_s = V(h) \cdot A_0 \cdot \exp\{ik(x - c_a t)\} \dots\dots\dots (3.6.12)$$

上式と本章 3.3 節の式 (3.3.1) の入射波動とを比較してみれば、変位振幅は前節では u_g^B と一定値であるのに対し、 $A_0 v(h)$ となって表層地盤特性を含んだ振動数の関数となる。また波数は $k = k_2 \cos \theta_2$ であり入射角によって変化する。さらに水平方向への伝播速度が 3.3 節では c'^2 であり横波実体波の速度との比をパラメーターとして与えたのに対し、式 (3.6.8) に示すように表層地盤内の横波速度および入射角がわかれば c_a の値は計算される性質のものである。

式 (3.6.12) で示される波動を構造物から十分離れた場所での地盤変形とし、その波動が構造物に到達する際の管状構造物の曲げ振動特性は 3.3 節の解析手法とほとんど同様にして求められる。

そこで得られた解析結果のみを示せば次式のようである。

$$\left. \begin{aligned} U_p^B/A_0 &= (1 + y_p) \exp\{(x - c_a t)\} \\ y_p &= 1/\left\{ \frac{EI k^4}{\gamma \pi (a^2 - b^2) \omega^2} - 1 + \frac{\rho}{\gamma} \frac{1}{1 - (b/a)^2} \cdot K\alpha \right\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.6.13)$$

$$\epsilon^* = \frac{\epsilon_B}{A_0/a} = (2\pi \frac{a}{\kappa})^2 \frac{U_p^B}{A_0} \dots\dots\dots (3.6.14)$$

上式中の記号は 3.3 節と同様である。 $K\alpha$ は次式で与えられ、 f^H と同等の性質をもつものである。

$$\left. \begin{aligned} K\alpha &= \frac{4 - F(pa) - F(qa)}{F(pa)F(qa) - F(pa) - F(qa)} \\ p^2 &= (\omega/v_{t1})^2 - (v_{t1}/v_{l1})^2 k^2, \quad q^2 = (\omega/v_{l1})^2 - k^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (3.6.15)$$

v_{t1} 、 v_{t2} は表層地盤内での横波、縦波の伝播速度である。

式(3.6.13)、(3.6.14)と前節の式(3.3.12)、(3.3.14)をそれぞれ比較すれば全く同様の形で管状構造物の相対変位、絶対変位および曲げひずみが与えられていることが知られる。

3.6.3 数値計算結果とその考察

式(3.6.13)の第2式の分母各項は次のように無次元表示される。

$$\left. \begin{aligned} & \frac{EI k^4}{\gamma \pi (a^2 - b^2) \omega^2} \cdots \left\{ \pi \cdot \frac{a}{\kappa} \cdot \frac{c_0}{c_2} \cdot \cos \theta_2 \cdot \sqrt{1 + (b/a)^2} \right\}^2, \quad c_0 = \sqrt{\frac{E}{\gamma}} \\ & K\alpha = K\alpha(p\alpha, q\alpha) \\ & p\alpha = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{1-2\nu}{2(1-\nu)}} \cdot \frac{a}{\kappa} \cdot \sqrt{\left(\frac{v_{t2}}{v_{t1}}\right)^2 \frac{1}{\cos^2 \theta_2} - 1} \\ & q\alpha = 2\pi \cdot \frac{a}{\kappa} \cdot \sqrt{\left(\frac{v_{t2}}{v_{t1}}\right)^2 \frac{1}{\cos^2 \theta_2} - 1} \end{aligned} \right\} \cdots (3.6.16)$$

前節と同様な検討によって、 $v_{t1}/v_{t2} = 0.5$ 、 $c_0/v_{t2} = 10.0$ 、 $\theta_2 = \pi/3$ 、 $b/a = 0.95$ 、 $\nu = 0.40$ 、 $\rho/\gamma = 0.80$ として、 $a/\kappa = 0.01$ の場合について計算すれば式(3.3.17)と同様にして次の関係式が成立している。

$$\left| \frac{EI k^4}{\gamma \pi (a^2 - b^2) \omega^2} - 1 \right| \ll \left| \frac{\rho}{\gamma} \frac{1}{1 - (b/a)^2} \cdot K\alpha \right| \cdots \cdots \cdots (3.6.17)$$

この結果より式(3.6.13)で与えられる管状構造物の相対変位量 y_p は構造物のもつ固有振動特性を表わす項 $|EI/\gamma \pi (a^2 - b^2) \omega^2 - 1|$ の影響を受けることはほとんどなく、相対変形をこう束しようとする地盤反力の項 $|\rho/\gamma \cdot K\alpha / \{1 - (b/a)^2\}|$ によってその運動が決定され、しかもこの絶対値が大きいために相対変位がほとんどゼロとなることが知られる。すなわち、地盤の動きに対する構造物の相対変位はきわめて小さく、構造物の動きは地盤の運動そのものによって支配されるであろうことが容易に推察される。

次に上述の諸数値を用いて計算した結果を示す。Fig. 3.6.5には $K\alpha$ の絶対値について横軸には入射波動の円振動数と表層地盤の1次固有円振動数の比、および管状構造物の管径 a と入射波動の波長 κ の比をとって表層深さをパラメーターに選んで図示した。波長が長くなればこう束力 $K\alpha$ も増大し、構造物はより地盤の動きと同等になってくることが知られる。表層地盤の共振振動数は $\omega/\omega_g = 1.0$ 、 3.0 、 5.0 の近傍であるが、その振動数においても $K\alpha$ の値がとくに減少して構造物固有の動

きが顕著になるということもなく，もっぱら表層地盤内を伝播する波動の卓越した波長に関連して
ることが知られよう。また， a/H が小さくなれば $K\alpha$ の値は増大しその傾向は長い波長に対して著
しい。 a/H の減少を表層地盤厚さが一定とみなせば，管状構造物の外径が小さくなることに対応し
ており，地盤のこう束力が増大して細長い構造物ほど地盤の動きに追随するというわれわれの常識と
一致した結果が得られている。

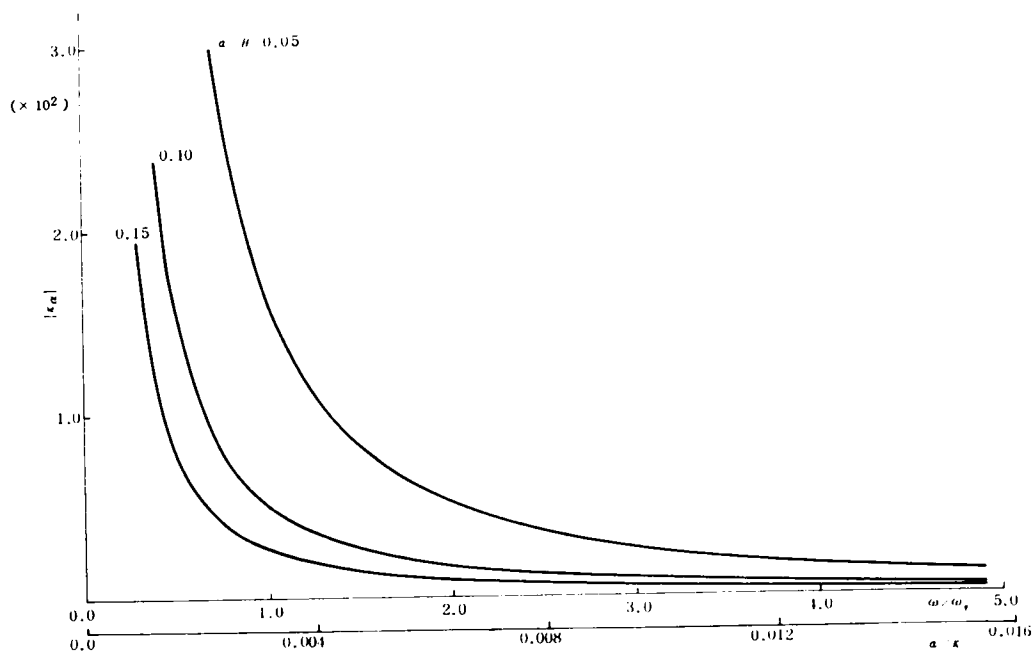


Fig. 3.6.5 $|K\alpha|$ と a/κ , ω/ω_g の関係

次に式 (3.6.13) の第2式について検討を加えれば，構造物のもつ固有円振動数 ω_p を用いるこ
とによって次のように書きかえられる。

$$y_p = \frac{\omega^2}{\omega_p^2 - \omega^2 + \partial \omega^2 K \alpha} \quad , \text{ただし, } \partial = \rho/\gamma \quad \dots\dots\dots (3.6.18)$$

$\partial \omega^2 K \alpha$ の項は構造物周辺地盤が構造物の応答に及ぼす影響を表わしている。 $K\alpha$ に ∂ および無次元
周波数の2乗を乗じたものを実部と虚部とに分離して次式で表示する。

$$\partial (\omega/\omega_g)^2 K \alpha = R + iI \quad \dots\dots\dots (3.6.19)$$

このとき y_p は次のように表わされる。

$$y_p = \frac{(\omega/\omega_g)^2}{(\omega_p/\omega_g)^2 - (\omega/\omega_g)^2 + R + iI} \quad \dots\dots\dots (3.6.20)$$

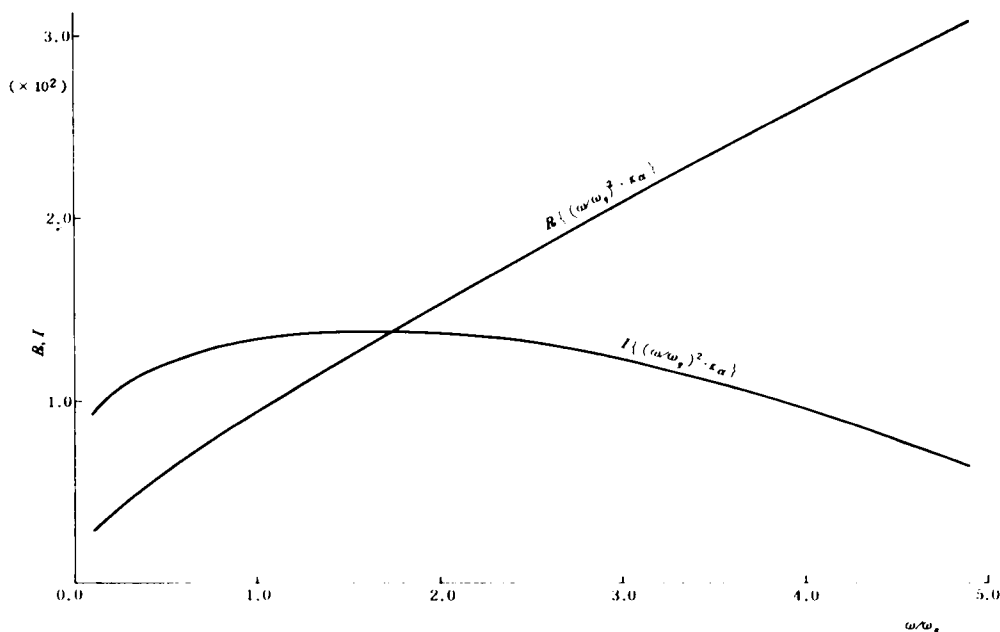


Fig. 3.6.6 R, I の周波数特性

R, I の周波数特性を Fig. 3.6.6 に示す。 I は周波数の増大に対してはほぼ 1 次比例的な関係にあることが知られる。また、 R は ω/ω_g が 2.0 以上の範囲では減少する傾向にあるが、 $0 \leq \omega/\omega_g \leq 2.0$ の領域ではほぼ一定値をとっている。構造物の運動に対する地盤の影響を R は抵抗反力、 I は逸散減衰力をそれぞれ表わすものとみなしうる。したがって式 (3.6.20) の 1 自由度減衰系の応答特性との類似性より地盤の影響を次のように考えることが可能となる。すなわち実部 R は振動数に無関係なことより見掛け上の ω_p の増加、いかえれば構造物の剛性の見掛け上の増加をもたらしており、 I は振動数に 1 次比例することより逸散減衰は速度比例の粘性型減衰となっていることが知られる。これら R, I の絶対値は $\omega_p/\omega_g, \omega/\omega_g$ の値に比較して一般には非常に大きな値となり、式 (3.6.20) の y_p はほとんどゼロに近い値をとってくる。

次に Fig. 3.6.7 には構造物の相対変位 $|y_p|$ の共振曲線を示した。射出角 θ_2 には $\pi/3, \pi/6$ をとった。 $\omega/\omega_g = 1, 3, 5$ などの近くでは曲線はピークをもってくるが、これは地表層の共振に伴

なるものであろうと考えられる。しかし、いずれも $|y_p|$ の値は小さく構造物の相対変位は極端には大きくならないことがわかる。表層地盤のみの共振曲線はすでに Fig. 3.6.3 に示したが、この場合には $\omega/\omega_g = 1, 3, 5$ ではいずれも同じ最大変位振幅をとるが、Fig. 3.6.7 ではそれぞれのピーク値が異なっている。これは低い振動数域では Ka の値が大きくなり、相対変位をこう束する地盤の影響が大であることによるものである。また、射出角 θ_2 が小さくなれば地盤の共振振幅も小さくなり構造物の相対変位も小さくなっていることが知られる。近似解のところでも検討したように $\omega/\omega_g \sim 5.0$ の周波数の範囲においても、管状構造物自身のもつ固有特性は現われてはいない。

Fig. 3.6.8 には a/H の相異による構造物相対変位 $|y_p|$ の共振曲線を示した。 $a/H = 0.1, 0.05, 0.01$ の3種類の場合についての結果を示した。 $a/H = 0.01$ の場合にはほとんど相対変位はみられない。これは細い管状構造物ほど地盤の動きそのものに近づくということであり、構造物のもつ慣性力が系の応答特性にほとんど影響を及ぼさないほどに小さいともいえよう。

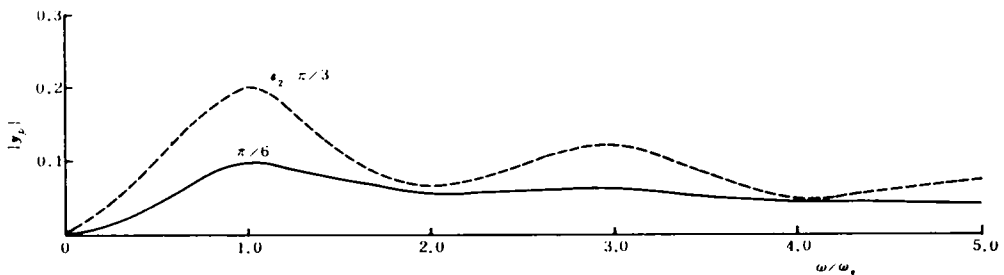


Fig. 3.6.7 構造物相対変位の共振曲線

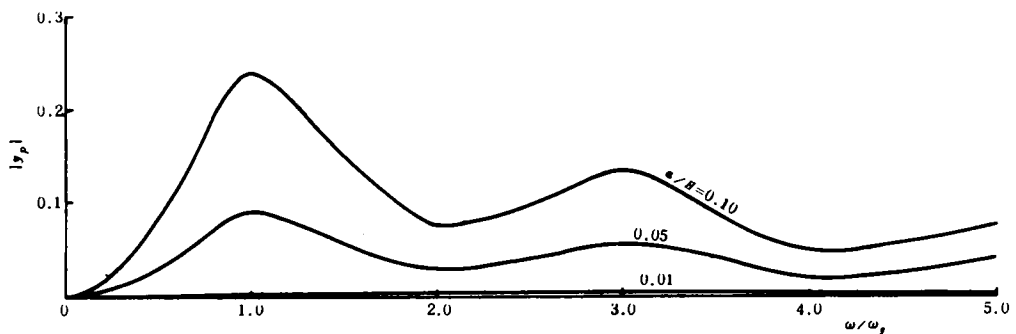


Fig. 3.6.8 構造物相対変位の共振曲線

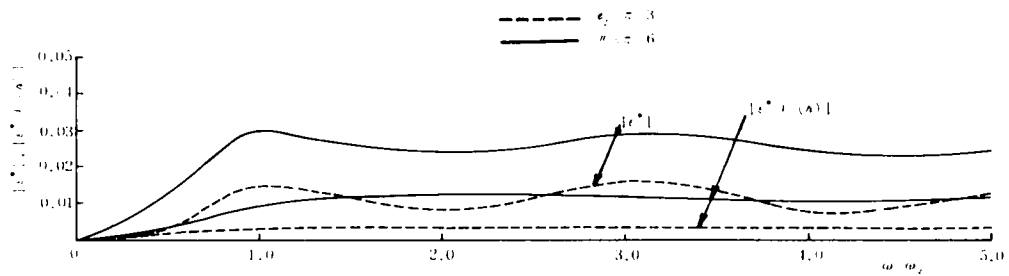


Fig. 3.6.9 ひずみの共振曲線

Fig. 3.6.9には、管状構造物に生じる曲げひずみの共振曲線を示した。式(3.6.14)で与えられる $|\epsilon^*|$ および $|\epsilon^*/V(h)|$ の計算結果である。基盤での射出角 θ_2 をパラメータとして示してある。射出角の変化は式(3.6.9)からも知られるように、表層地盤内を地表面に沿って伝播する波動の波長変化とみなしてもよい。 $\theta_2 = \pi/3$ の場合には同じ振動数に対して $\theta_2 = \pi/6$ の場合の $\sqrt{3}$ 倍の波長となっている。同図よりも知られるように波長が長くなれば曲げひずみ量は減少しており、また $\omega/\omega_g = 1, 3, 5$ 付近でとくにひずみが大きくなっているという傾向もなく、地盤の共振による変位振幅の増大と管状構造物のひずみ増大とは必ずしも一義的に結びつけられる関係ではない。すなわち、Fig. 3.6.7でも示したように管状構造物の変位については射出角が大きく表層地盤内へ屈折する波動の割合が多くなるほど大きくなるが、一方、曲げひずみ量は射出角に関して逆の傾向を示す。これは管軸長手方向の振動モードが軸方向伝播波動の波長と同様であるとみなしているの、たとえば構造物変位が大きいても波長が長い場合には変形の曲率が小さくなって曲げひずみ量も減少していることによるものである。逆に構造物の変位が小さい場合であっても短い波長の波動が軸方向に伝播する際には曲率も大きくなって曲げひずみ、応力も大きくなるであろうことは容易に推測できる。

次にFig. 3.6.10には a/H をパラメータにとって構造物外径と曲げひずみの関係を示した。式(3.6.14)からも知られるように、外径が大きくなれば曲げひずみ量は増大し、 a/H とはほぼ1次比例的な関係にある。また、波長が長くなれば曲げひずみ量は減少している。

Fig. 3.6.11には横軸に振動数比 ω/ω_g の2乗、縦軸に曲げひずみ量を取り θ_2 を変化させた場合の結果である。入力の変位振幅 A_0 が一定であるので、横軸は管状構造物に作用する加速度に対応する量であると考えてよ

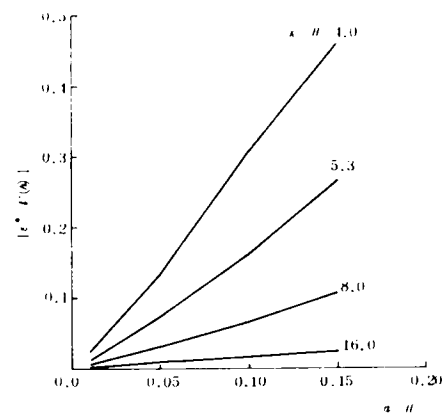


Fig. 3.6.10 a/H と $|\epsilon^*/V(h)|$ の関係

い。この関係は図で示されているよ

うにうまく直線で表示され、曲げひずみ量は加速度に比例していることが明らかである。 θ_2 は式(3.6.8)より管軸長手方向に伝播する波動の速度パラメーターとも考えられる。

θ_2 が大きくなれば伝播速度も大きくなり、見掛け上は伝播速度の大きい地盤中に構造物が埋設されている場合と同様となり、このようなときには曲げひずみは小さくなっていくことが知られる。一方、ある振動数

に固定して考えれば式(3.6.9)より θ_2 を波長を表わすパラメーターともみなしうる。 $\theta_2 = 4\pi/9$ の場合には波動はほぼ鉛直下方より入射し、地盤各点の動きの位相差は小さく、波長の長い場合と対応し曲げひずみは減少している。これらのことよりも管状構造物のように質量が小さく、平面的な広がりをもち地盤の動きに支配される構造物については、地盤各点の相対的な動きを考慮に入れることが重要となってくる。

Fig. 3.6.12には管状構造物の横断面の厚みと曲げひずみの関係を示した。厚み t^* が増加しても曲げひずみはほとんど変化せず、短い波長の場合には若干増加する傾向にある。構造物の外径によって曲げひずみの大きさが決められることがわかる。

Fig. 3.6.13には入射波動の波長と曲げひずみの関係を図示した。曲げひずみには $|\epsilon^*/V(h)|$ をとり、表層地盤の特性 $V(h)$ で除して変位振幅が振動数に関係なく一定値の場合についての計算結果である。この関係は同図中に破線で示したような次式の曲線で十分に近似しうることがわかる。

$$|\epsilon^*/V(h)| \approx 0.1 \cdot (\kappa/H)^2$$

.....(3.6.21)

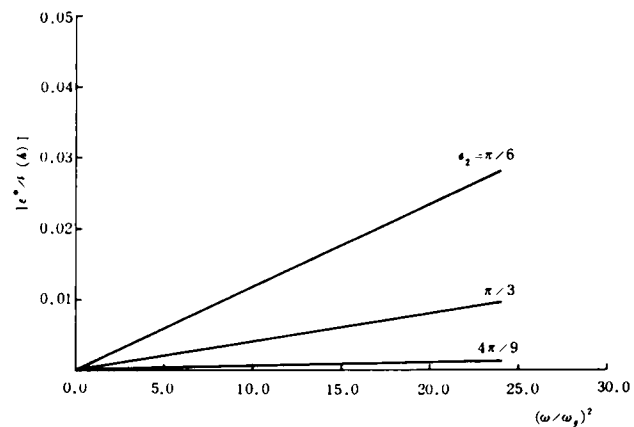


Fig. 3.6.11 $(\omega/\omega_g)^2$ と $|\epsilon^*/V(h)|$ の関係

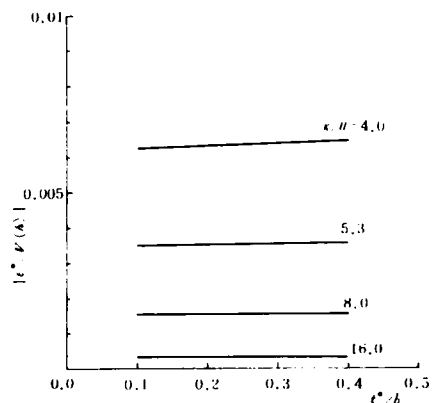


Fig. 3.6.12 t^*/b と $|\epsilon^*/V(h)|$ の関係

前式は曲げひずみが管軸方向伝播波長の波長と表層地盤厚さとの比を2乗したものの逆数に比例することを示しており、波長と振動数の関係を考慮すれば、とりもなおさず曲げひずみは地盤の運動加速度に比例することを示しているのにはかならない。

いま地盤内を管軸方向に伝播する波動が、 $f(t-x/c)$ の形で与えられるものとし、その2階微分より地盤内の曲げひずみ量を求め同等のひずみが管状構造物に発生するものと考えれば、波長と曲げひずみの関係はこれまでと同様の記号を用いて次のように表わせる。

$$\epsilon = (2\pi \frac{a}{H})^2 \cdot (\kappa/H)^{-2}$$

…… (3.6.22)

本解析の数値計算例では $a/H = 0.1$ を用いており、この場合上式中の $(\kappa/H)^{-2}$ の係数の値は約 0.1 となる。式 (3.6.21) の 0.1 と比較すれば、波長が一定のとき、地盤と管状構造物の相互作用を考慮せず地盤のひずみがそのまま構造物に生じるとすれば、発生曲げひずみ量を過大に評価していることになる。すなわち、本章 3.2, 3.3 節でも述べたように剛性による入力損失があるものと考えられる。

次に Fig. 3.6.14 には $|\epsilon^*|$ と κ/H との関係を示す。表層地盤の特性 $V(h)$ を考慮した場合についての計算結果である。射出角 θ_2 が変化すれば表層地盤の特性も異なってくる。そこで $\theta_2 = \pi/6, \pi/3, 4\pi/9$ の3つの場合について図示した。Fig. 3.6.11 の考察で述べたように曲げひずみはほぼ地盤の運動加速度に比例するという結果を示しているが、地盤の共振振動数に対応する波長ではいくぶん曲げひずみが大きくなっている。この計算結果は a/H を一定として、式 (3.6.9) で示される $\omega/\omega_R, v_{t1}/v_{t2}, \theta_2$ を種々に変化した場合の組合せより κ/H を計算して、それぞれの場合

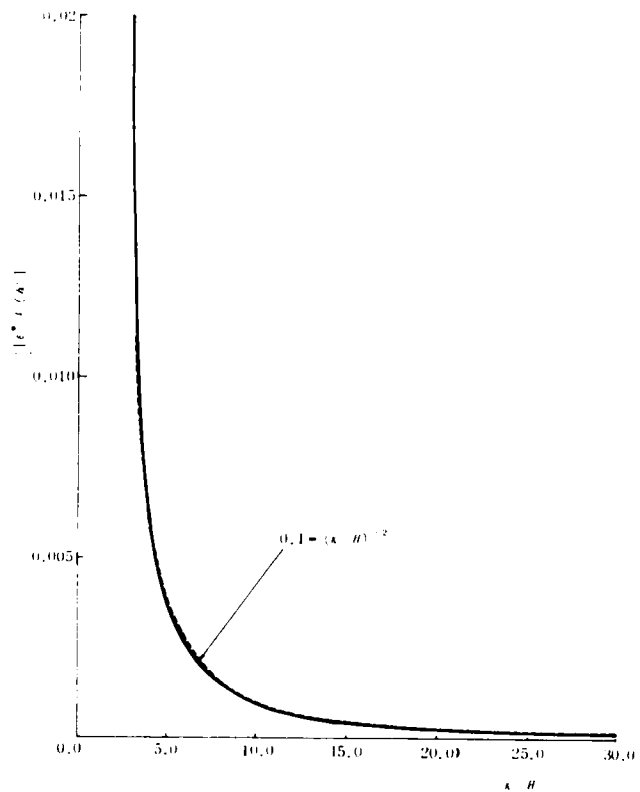


Fig. 3.6.13 波長とひずみの関係

の応答ひずみを図示したものである。同一の κ/H の値に対してはたとえ ω/ω_g , v_{t1}/v_{t2} , θ_2 の組合せが異なっても同一のひずみ量を示すものである。

最後に一例として $A_0 = 1\text{ cm}$, $a = 2\text{ m}$, $H = 30\text{ m}$, $\kappa = 200\text{ m}$ の場合に Fig. 3.6.14 より曲げひずみを求めれば, $\epsilon_B : 3 \times 10^{-5}$ 程度となり構造物に生じるひずみとしては極端に大きいものではないことが知られる。

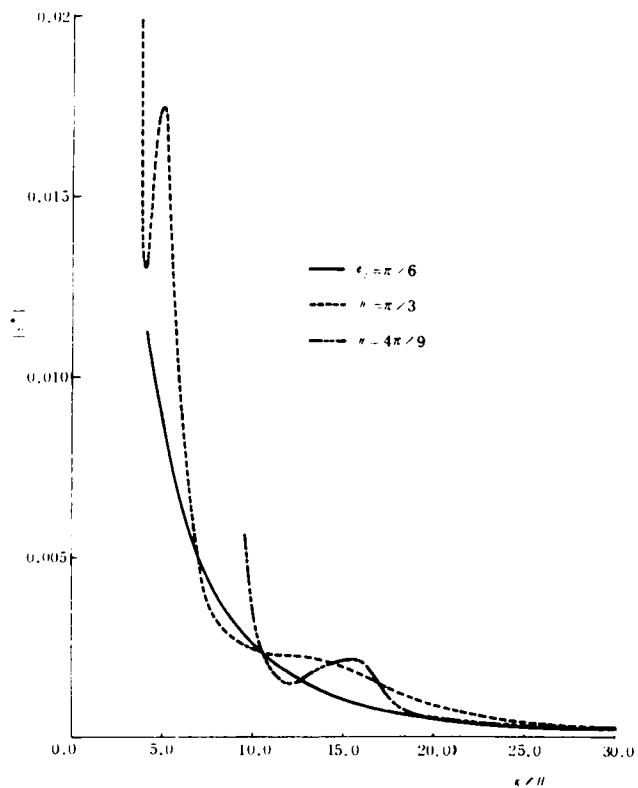


Fig. 3.6.14 波長とひずみの関係

3.7 結 語

本章で得られた研究結果を以下に列挙する。

1) 無限弾性体地盤内に埋設された管状構造物がその長手方向に無限の広がりを持つとき、管軸方向に伝播する定常的な縦波あるいは横波によって縦振動、横振動を行なう際、地盤と構造物の両者の連成振動を考慮して弾性波動理論によって解析し得ることを示した。

2) 上述のモデルにおける解析、考察の結果、地盤の運動に対して、管状構造物が相対変形を引き起こそうとすることに対する地盤からの抵抗反力は、一般の周波数領域においてはかなり大きい値であり、管状構造物のもつ固有振動特性で大きく揺れるということはほとんど考えられない。とくにこの傾向は縦振動よりも横振動において顕著であることが知られた。

3) 上述の解析モデルでの検討の結果、管状構造物が周辺の地盤と全く同じ挙動を示すものと仮定して求めた応答ひずみ量は、連成振動解析結果による応答量よりも若干大きくなっていく。すなわち

地震時に管状構造物に生じるひずみ量は地盤運動より換算したひずみ量よりも小さくなり、構造物の剛性による入力損失のあることが知られる。

4) 地震時に管状構造物に生じる軸ひずみは地盤の運動速度に比例し、曲げひずみは地盤の運動加速度に比例してることが知られた。

5) 波動理論による解析の結果、管状構造物の長手方向に進行する波動によって引き起される軸ひずみは曲げひずみよりも卓越している。

6) 両端での軸方向変位がこう束されている管状構造物に発生する動的ひずみは、構造物が空気中にある場合よりも減少する傾向にあり、それは周辺地盤の剛性が大きくなるほど著しい。そして構造物の剛性 μ_1 と地盤の剛性 μ_2 との比 (μ_1/μ_2) と発生ひずみ量とはおおむね反比例的な関係にある。

7) 両端での軸方向変位がこう束されている管状構造物の動的解析によって、他隣接構造物との接合部に発生するひずみ量が最も大きくなることが知られた。そして、管状構造物が縦振動あるいは横振動をするような同等な入力が与えられた場合には、接合部付近では曲げひずみの方が軸ひずみよりも卓越することがわかった。さらに、構造物の長手方向におけるひずみ分布を検討することによって地盤内においては高次のモードが引き起されることはほとんどなく、基本モードが支配的である。

8) 管状構造物の縦振動によって生じる軸ひずみの大きさは管状構造物の外径や管厚には大きな影響を受けないが、横振動による曲げひずみは外径の増大とともに 1 次比例的に増加する。

9) 基盤面にある入射角をもって入射してくる SH 波動は表層地盤内では見掛け上、水平方向に伝播する波動となり、その進行方向と運動方向に関連しては表面波である Love 波と同様な性質をもっている。

10) SH 波の基盤面への入射角が小さいほど、表層地盤内に埋設された管状構造物に発生する曲げひずみ量は小さくなる。そして、管状構造物が地盤の動きに追随するような条件のもとでは、たとえ表層地盤が共振状態となって構造物変位が増大しても、表層内伝播波動の波長があまり短くない限り大きな曲げひずみ量とはならない。

11) 管状構造物の長手方向に進行する波動の波速が小さい場合には地盤各点の動きに位相のずれが生じて構造物のひずみは大きくなっていく。すなわち、柔かい地盤内にある構造物に生じる動的ひずみは大きいといえる。

12) 表層地盤内にある構造物に生じる曲げひずみは、3.6 節における計算例では地盤ひずみの $1/4$ 程度となり、剛性による入力損失がかなり大きいことが知られた。

本章では地盤の動きと管状構造物の動きが異なってくる要因として、構造物のもつ剛性および変位こう束の境界条件の影響を考慮して波動理論による振動解析を実施し、地震の入力損失について考察を進めた。その結果、管状構造物に生じるひずみは、その剛性によって、周辺地盤の挙動から換算した地盤ひずみよりも小さくなることが知られた。地中に埋設された管状構造物の耐震性を検討する際には、地盤中の運動加速度、運動速度を適確に知って、波速との関連からひずみを計算し、その値に入力損失係数を乗じるという考え方によって設計を進めることが可能であると考えられる。

今後の課題等としては次のような事項が挙げられる。

1) 本章では一貫して、弾性範囲内で地盤ならびに管状構造物の動的特性を明らかにする立場から波動理論による解析を実行している。この大前提については種々論議の残るところであり、まして管状構造物の破損、破壊の問題にまで論及するためには解決すべき点が多く残されている。

2) 管状構造物の長手方向に進行する波動を見掛け上、実体波と同様の性質をもつ波の導入によって解析を進めている。実際に、地震時に上述のような地表面に沿って進む波動が存在するかどうか、その特性はいかなるものか等について実験、観測による資料の集積が望まれる。

3) 本章では管状構造物の縦振動、横振動を解析の便宜上別個の現象として取り扱った。しかし、地震時には軸ひずみ、曲げひずみは同時に発生するものであり、相互の影響を考慮した振動解析も必要である。

4) 本章で述べられた入力損失係数を多くの数値計算例によって具体的な数値として求めていく必要がある。

第4章 地盤構成急変部での波動伝播特性に関する理論解析

4.1 概 説

前章までの解析結果からも明らかなように、地中にある管状構造物の地震時における振動特性は、とくに長手方向端部などでの拘束がない限りは、周辺地盤の運動に大きく影響される。したがって地震時における埋設地点の地盤の振動性状を知ることは不可欠の要素である。管状構造物の長手方向にわたって地盤が全く一様なうごきをするならば縦振動、横振動いずれにしても構造物全体としての移動を伴うのみで変形を生じることはなかろう。しかし、次のような場合には構造物長手方向にわたって地盤の相対的な動きが生じて管状構造物にとっては不利な状況におかれる。その1つは地震入力の問題である。すなわち、表面波のように地表面に沿って伝播する波動がある場合には、その進行速度に応じた位相が地盤各点に生じて、管状構造物が地盤と同様な動きをするならば、構造物に変形をもたらす。また、一般には地盤－構造物系の耐震性の検討には地震入力の設定に際して、基盤面を想定し、その面上で同位相の動きを与えて表層地盤での系の応答解析を行なっている。このような場合には、表層地盤が均質で一様な層厚であれば、地表面に沿う地盤各点での動きに位相は伴わない。しかし、基盤面に入射する波動がある入射角をもつ場合には基盤面に到達する波動に時間差をもつことになり、見掛け上は表層地盤内では水平方向に波動が伝播して地盤内各点の動きは異なってくることが知られている。¹⁾

また、管状構造物の長手方向の地盤の動きに位相差を生じる第2の理由は、地盤層の構成要素が構造物の長手方向に変化する場合である。すなわち、洪積層の地盤と沖積層の地盤にまたがって構造物が埋設されていたり、同じ沖積層の地盤でもその振動特性が異なり、硬さの違う地盤にわたって管状構造物がある場合などはその例である。また、表層地盤の層厚が変化している場合なども水平方向の地盤の各点でその振動特性が異なってくる。

入射波動に伴う上述の第1の問題については、第3章で管状構造物と地盤の連成振動を考慮してすでに解析、検討を加えたところであり、本章では地盤の構成要素（剛性、層厚）が変化する場合の水平方向における地盤各点の動きの違いについて検討し、とくに剛性や層厚の急変部における振動特性について調べる。

地盤構成が急変する解析モデルで管状構造物の動きも同時に考慮した解析は弾性波動理論を用いる限りはかなり複雑なものとなる。そこで、本章では、前章までの研究成果も考慮して、地震時における管状構造物の動きは、埋設地点の地盤運動によって近似されうるという立場より、管状構造物が埋設されておらず、剛性または層厚が変化する地盤層のみのモデルによって解析を進めた。

4.2では地盤剛性が急変する部位での波動伝播特性について2つの地盤層モデルについて弾性波動理論によって解析をおこない、任意の地震波形が変化部を伝播するときの地盤動きについて調べた。その際、通常的手法では、²⁾³⁾⁴⁾任意波形を入力とする連続体振動系の応答を取り扱うことは困難であるので、周波数伝達関数の考え方を用いて解析・計算を進めた。

また、4.3では層厚がステップ状に変化する地盤モデル内での波動伝播特性について検討を行なった。さらに、4.4では本章における研究成果の要点を列挙するとともに、本章での問題点、今後の課題を記述した。

4.2 地盤剛性急変部の波動伝播特性

4.2.1 波動伝播解析

前章までの研究結果からも知られるように、管状構造物はほとんど地盤と同様の挙動を示す。換言すれば、地盤の動きを知れば構造物の動特性を推定できることになる。そこで、本節では Love 波型の波動が硬さの異なる地盤の境界付近を伝播する際における地盤運動を弾性波動論によって解析し、剛性の急変する地盤内に埋設された管状構造物の動特性について論及する。

Fig. 4.2.1が解析の対象としたモデルである。剛な基盤面上に層厚 H が一定で、剛性の異なる地盤が $x=0$ 、 l で鉛直な境界面をもって接合している。 $x \leq 0$ 、 $x > l$ の地盤層ではそれぞれ剛性 μ_0 、 μ_2 が x 方向に一定であり、 $0 < x < l$ の地盤層では剛性 $\mu_1(x)$ が μ_0 から μ_2 へと直線的に変化するようなモデルである。

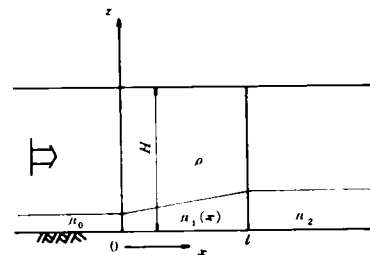


Fig. 4.2.1 解析モデル

$x \leq 0$ 、 $0 < x < l$ 、 $x > l$ の各領域の地盤をそれぞれ [0]、[1]、[2] と呼ぶことにして、物理定数、変数の添

字 0, 1, 2 は上記の領域の値を表わすものとする。また、本解析では各領域における密度 ρ は一定であるとする。

このような地盤モデルに x の正の方向に伝播し、その運動成分が y 方向（紙面に直角方向）のみである 1 次モード SH 波型の定常正弦波が入射する場合について解析を進める。

y 方向の変位 v は一般に次の微分方程式を満足しなければならない。

$$\left. \begin{aligned} \rho \frac{\partial^2 v_i}{\partial t^2} = -\mu_i(x) \cdot \nabla^2 v_i + \frac{\partial \mu_i(x)}{\partial x} \cdot \frac{\partial v_i}{\partial x} \quad (i=0, 1, 2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.2.1)$$

ここに、 $\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2}$

上式の $\mu_i(x)$ は $\mu_0(x) = \mu_0$, $\mu_2(x) = \mu_2$ でこの両者は x については無関係の定数である。

ここで $V_i = \sqrt{\mu_i(x)} \cdot v_i$ の変数変換を行なえば式 (4.2.1) は下記のようなになる。

$$\rho \frac{\partial^2 V_i}{\partial t^2} = \mu_i(x) \cdot \nabla^2 V_i + \left\{ \frac{1}{4 \mu_i(x)} \left(\frac{\partial \mu_i(x)}{\partial x} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{\partial^2 \mu_i(x)}{\partial x^2} \right\} \cdot V_i \quad \dots (4.2.2)$$

Fig. 4.2.1における境界条件は次式で与えられる。

$$\left. \begin{aligned} z=H : \quad & \mu_i(x) \frac{\partial v_i}{\partial z} = 0 \\ z=0 : \quad & v_i = 0 \\ x=0 : \quad & \mu_0 \frac{\partial v_0}{\partial x} = \mu_1(0) \frac{\partial v_1}{\partial x} , \quad v_0 = v_1 \\ x=l : \quad & \mu_1(0) \frac{\partial v_1}{\partial x} = \mu_2 \frac{\partial v_2}{\partial x} , \quad v_1 = v_2 \end{aligned} \right\} \dots (4.2.3)$$

($i = 0, 1, 2$)

z 方向についての境界条件を満足する固有関数 $\sin \gamma_m z$ によって式 (4.2.2) の解 V_i を展開して次のように表わす。

$$V_i = \sum_{m=1}^{\infty} X_i(x) \cdot \sin \gamma_m z e^{i\omega t} , \quad \gamma_m H = (2m-1)\pi \quad \dots (4.2.4)$$

上式を式 (4.2.2) に代入すれば $X_i(x)$ に関する次の2階微分方程式が得られる。

$$\begin{aligned} \mu_i(x) \frac{d^2 X_i(x)}{dx^2} + \left\{ \rho \omega^2 - \mu_i(x) \gamma_m^2 + \frac{1}{4 \mu_i(x)} \left(\frac{d \mu_i(x)}{dx} \right)^2 - \frac{1}{2} \frac{d^2 \mu_i(x)}{dx^2} \right\} \\ \cdot X_i(x) = 0 \end{aligned} \quad \dots (4.2.5)$$

領域 [0] , [2] では $\mu_i(x)$ が一定であるので上式は次のように書ける。

$$\frac{d^2 X_i}{dx^2} + (k_i^m)^2 X_i = 0 , \quad (k_i^m)^2 = \frac{\rho \omega^2}{\mu_i} - \gamma_m^2 \quad (i=0, 2) \quad \dots (4.2.6)$$

時間項 $e^{i\omega t}$ を考慮すれば領域 [0] では後進波を表わす $e^{ik_0 x}$ が、領域 [2] では前進波の $e^{-ik_2 x}$ がそれぞれ式 (4.2.6) の解として選ばれる。領域 [0] では入射波動と加え合わせて、結局、 v_0 , v_2 は次のように求められる。

$$v_0 = u_0 e^{i(\omega t - k_0^0 x)} \cdot \sin \gamma_1 z + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_0^m}{\sqrt{\mu_0}} e^{i(\omega t + k_0^m x)} \cdot \sin \gamma_m z \quad \dots\dots\dots (4.2.7)$$

$$v_2 = \sum_{m=1}^{\infty} \frac{B_2^m}{\sqrt{\mu_2}} e^{i(\omega t - k_2^m x)} \cdot \sin \gamma_m z$$

上式の A_0^m, B_2^m は境界条件より決定される未定定数である。

次に領域〔1〕について考える。 $\mu_1(x)$ が x 方向での剛性変化率を与える関数である。実際に硬さの変化する地盤では徐々に変化するものと考えられる。そこで、本文では、その変化は直線的であるものと仮定し、 $x=0$ で $\mu_1(x) = \mu_0$ 、 $x=l$ で $\mu_1(x) = \mu_2$ とし、その間の剛性変化率は $a = (\mu_2 - \mu_0)/l$ で一定であるとしておく。このとき、 $d\mu_1(x)/dx = a$ 、 $d^2\mu_1(x)/dx^2 = 0$ となるので、式(4.2.5)は次のように書き改められる。

$$\frac{d^2 X_1(x)}{dx^2} + \left\{ \frac{\rho\omega^2}{\mu_1(x)} - \gamma_m^2 - \frac{a}{4\mu_1^2(x)} \right\} X_1(x) = 0 \quad \dots\dots\dots (4.2.8)$$

上記の微分方程式は次の変数変換によって解きうる。⁵⁾すなわち、

$$\alpha = \frac{\rho\omega^2}{2a\gamma_m}, \quad \zeta = \frac{2\gamma_m\mu_1(x)}{a}, \quad Z = \frac{4\gamma_m^2}{a^2} X_1(x) \quad \dots\dots\dots (4.2.9)$$

とすれば次式が演算される。

$$\frac{dX_1(x)}{dx} = \frac{dX_1(x)}{d\zeta} \cdot \frac{d\zeta}{dx} = \frac{a^2}{2\gamma_m^2} \cdot \frac{dZ}{d\zeta}, \quad \frac{d^2 X_1(x)}{dx^2} = a^2 \frac{d^2 Z}{d\zeta^2} \quad \dots\dots (4.2.10)$$

式(4.2.8)に代入すれば次の Whittaker の微分方程式が得られる。

$$\frac{d^2 Z}{d\zeta^2} + \left\{ -\frac{1}{4} + \frac{\alpha}{\zeta} + \frac{1}{4\zeta^2} \right\} \cdot Z = 0 \quad \dots\dots\dots (4.2.11)$$

上式は2つの独立な解 $M\alpha, 0(\zeta), W\alpha, 0(\zeta)$ を有し、 Z は次のように求まる。

$$Z = A_1^m \cdot M\alpha, 0(\zeta) + B_1^m \cdot W\alpha, 0(\zeta) \quad \dots\dots\dots (4.2.12)$$

ここに、 $M\alpha, 0(\zeta), W\alpha, 0(\zeta)$ は Whittaker 関数と呼ばれるもので、次式で定義されている。

$$M\alpha, 0(\zeta) = \zeta^{\frac{1}{2}} e^{-\frac{3}{2}\zeta} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(n + \frac{1}{2} - \alpha)}{\Gamma(n+1) \cdot \Gamma(\frac{1}{2} - \alpha) n!}$$

$$W\alpha, 0(\zeta) = \frac{\zeta^{\frac{1}{2}} \cdot e^{-\frac{3}{2}\zeta}}{\{\Gamma(\frac{1}{2} - \alpha)\}^2} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\Gamma(\frac{1}{2} + n - \alpha)}{\{\Gamma(n+1)\}^2} \cdot \zeta^n [2\psi(n+1) - \psi(n + \frac{1}{2} - \alpha) - \log \zeta] \quad \dots\dots\dots (4.2.13)$$

ここに $\Gamma(z)$ は Gamma 関数, $\psi(z)$ は Psi 関数を表わしている。

これらの結果より, 領域 [1] における変位 v_1 は次式のように求まる。

$$v_1 = \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{a}{2\gamma_m} \right)^{\frac{3}{2}} \frac{1}{\sqrt{\zeta}} \{ A_1^m \cdot M\alpha, 0(\zeta) + B_1^m \cdot W\alpha, 0(\zeta) \} \cdot \sin \gamma_m z \cdot e^{i\omega t} \dots (4.2.14)$$

以上で v_0 , v_1 , v_2 が未定定数 A_0^m , A_1^m , B_1^m , B_2^m を含んで求められたことになり, $A_0 \sim B_2$ は式 (4.2.3) より決定される。演算された変位 $v_0 \sim v_2$ の結果について示せば以下のようである。

$$\left. \begin{aligned} \frac{v_0}{v_g} &= e^{i(\omega t - k_0^1 x)} \cdot \sin \gamma_1 z + \sum_{m=1}^{\infty} \{ \varphi(0) - 1 \} \cdot e^{i(\omega t + k_0^m x)} \cdot \sin \gamma_m z \\ \frac{v_1}{v_g} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\frac{\mu_0}{\mu_1(x)}} \cdot \varphi(x) \cdot \sin \gamma_m z \cdot e^{i\omega t} \\ \frac{v_2}{v_g} &= \sum_{m=1}^{\infty} \sqrt{\frac{\mu_0}{\mu_2}} \cdot \varphi(l) \cdot e^{ik_2^m l} \cdot \sin \gamma_m z \cdot e^{i(\omega t - k_2^m x)} \end{aligned} \right\} \dots (4.2.15)$$

ここに $\varphi(x)$ は次のような関数であり, $\varphi(0)$, $\varphi(l)$ はその関数の $x=0$, $x=l$ における値である。

$$\left. \begin{aligned} \varphi(x) &= \frac{ik_0^m}{\gamma_m} f(x) / \left\{ \frac{ik_0^m}{2\gamma_m} \cdot f(0) + \frac{1}{2\zeta} \frac{\mu_1}{\mu_0} \cdot f(0) - \dot{f}(0) \right\} \\ f(x) &= M\alpha, 0(\zeta) + \frac{B_1}{A_1} W\alpha, 0(\zeta), \quad \dot{f}(x) = \frac{\partial f(x)}{\partial \zeta} \\ \frac{B_1^m}{A_1^m} &= \left. \frac{2\gamma_m \dot{M}\alpha, 0(\zeta) + (ik_2^m - \frac{\gamma_m}{\zeta}) \cdot M\alpha, 0(\zeta)}{2\gamma_m \dot{W}\alpha, 0(\zeta) + (ik_2^m - \frac{\gamma_m}{\zeta}) \cdot W\alpha, 0(\zeta)} \right|_{x=l} \end{aligned} \right\} \dots (4.2.16)$$

また, 各地盤内に生じるひずみについては式 (4.2.15) より計算される。

一方, 領域 [2] の地盤層が存在せず剛性が μ_0 から μ_2 へと急変する地盤モデルの振動については式 (4.2.15) の解において l がゼロに近づいたときの極値を求めればよいことになる。 $l \rightarrow 0$ のとき $\alpha \rightarrow 0$, $\zeta \rightarrow 2\gamma_m x$ となるが, $\alpha \rightarrow 0$ のとき Whittaker 関数が定義されず式 (4.2.15) の解に検討を加えることはできない。そこで式 (4.2.7) に戻って A_0 , B_2 を決定することにする。

式 (4.2.3) の $x=0$ における境界条件より次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} u_g \sin \gamma_1 z + \sum_{m=1}^{\infty} \frac{A_0^{m'}}{k_0^1} \sin \gamma_m z &= \sum_{m=1}^{\infty} \frac{B_2^{m'}}{k_0^1} \sin \gamma_m z \\ u_g \sin \gamma_1 z - \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k_0^m}{k_0^1} A_0^{m'} \sin \gamma_m z &= \frac{\mu_2}{\mu_0} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{k_2^m}{k_0^1} B_2^{m'} \sin \gamma_m z \end{aligned} \right\} \dots\dots (4.2.17)$$

式(4.2.17)の第1式の両辺に $2/H \cdot \sin \gamma_m z$ を乗じて0からHまで積分し、モードの直交性を利用すれば次の関係が得られる。

$$u_g \cdot \delta_{m1} + A_0^{m'} - B_2^{m'} \quad (m=1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (4.2.18)$$

ここに δ_{1m} はクロネッカーのデルタである。

次に、式(4.2.18)を式(4.2.17)の第2式に代入して同様の積分を行なえば次の関係が得られる。

$$\left(1 - \frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{k_2^1}{k_0^1}\right) \delta_{m1} = \left(\frac{k_0^m}{k_0^1} + \frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{k_2^m}{k_0^1}\right) A_0^{m'} \quad (m=1, 2, \dots) \quad \dots\dots\dots (4.2.19)$$

上式より $A_0^{m'}$ は $m=1$ のときのみにゼロ以外の値を有し、その他の m に対してはすべてゼロとなる。

これより $A_0^{m'}$, $B_2^{m'}$ は決定され、 v_0 , v_2 は次式で求められたことになる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{v_0}{u_g} &= e^{i(\omega t - k_0^1 x)} \cdot \sin \gamma_1 z + \frac{1 - \frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{k_2^1}{k_0^1}}{1 + \frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{k_2^1}{k_0^1}} \cdot e^{i(\omega t + k_0^1 x)} \cdot \sin \gamma_1 z \\ \frac{v_2}{u_g} &= \frac{2}{1 + \frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{k_2^1}{k_0^1}} \cdot e^{i(\omega t - k_2^1 x)} \cdot \sin \gamma_1 z \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.2.20)$$

剛性率が漸変するモデルの解である式(4.2.15)と比較してみれば、 $\{\varphi(0)-1\} \rightarrow$

$\left(1 - \frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{k_2^1}{k_0^1}\right) / \left(1 + \frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{k_2^1}{k_0^1}\right)$, $\sqrt{\frac{\mu_0}{\mu_2}} \varphi(l) e^{ik_2^m l} \rightarrow 2 / \left(1 + \frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{k_2^1}{k_0^1}\right)$ となっていることが知られる。

剛性が急変する場合の解である式(4.2.17)について両振幅の比をとれば次式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \left| \frac{v_0}{v_2} \right| &= \frac{|e^{ik_0^1 x} + e^{-ik_0^1 x} + \frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{k_2^1}{k_0^1} (e^{ik_0^1 x} - e^{-ik_0^1 x})|}{|2e^{ik_2^1 x}|} \\ &= \sqrt{\left\{ \left(\frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{k_2^1}{k_0^1} \right)^2 - 1 \right\} \cdot \sin^2 k_0^1 x + 1} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.2.21)$$

式(4.2.6)より $k_0 = \{(\pi/2H)^2 - (\rho\omega/\mu_0)^2\}^{\frac{1}{2}}$ であることを考慮すれば、 ω が小さな値で静的な状態に近いときには、 $x/H = 1.0$ では $k_0 \approx \pi/2$ となるので式(4.2.21)より $|v_0/v_2| \approx \mu_2/\mu_0$ となり、両地盤の変位振幅比は剛性比と逆比例の関係にあることも知られる。

前述までの解析は系の周波数応答についてみてきたが、 x 方向に伝播する波動のある特定の周波数領域について述べたものであり、地震波のようにあらゆる周波数を含む入力を対象とする場合には周波数応答特性の検討だけでは十分とはいえない。また、応答の位相特性も重要となってくる。そこでこれまでの解析結果を利用して、地震波記録波形に対する直接応答を求める手法について述べる。

一般に、ある静止した振動系に単位衝撃入力が作用した場合の応答を $g(t)$ とする。 $g(t)$ は単位衝撃応答関数と呼ばれるものである。このとき $f(t)$ の入力に対する系の応答 $x(t)$ は周知のように次式で表わされる。

$$x(t) = \int_0^t g(\tau) \cdot f(t-\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (4.2.22)$$

そこで、いま入力として正弦型の単位力

$$f(t) = 1 \cdot e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (4.2.23)$$

を入れれば応答は式(4.2.22)より次のようになる。

$$x(t) = \int_0^\infty g(\tau) e^{i\omega(t-\tau)} d\tau = e^{i\omega t} \int_0^\infty g(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad \dots\dots\dots (4.2.24)$$

$g(t)$ は $t < 0$ で $g(t) = 0$ で Lebesgue の L_1 空間に属する関数であるから式(4.2.24)の右辺の積分は絶対収束する⁶⁾それを次式のように表わす。

$$H(i\omega) = \int_0^\infty g(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad \dots\dots\dots (4.2.25)$$

ここに、 $H(i\omega)$ は周波数伝達関数と呼ばれる。

これより式(4.2.24)は次のように書ける。

$$x(t) = H(i\omega) \cdot e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (4.2.26)$$

一方、任意の入力を $f(t)$ とし、そのフーリエ変換を $F(\omega)$ とすれば両者は次の関係にある。

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^\infty F(\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad \dots\dots\dots (4.2.27)$$

入力 $e^{i\omega t}$ に対する応答は $H(i\omega) e^{i\omega t}$ であるから重ね合わせの法則によつて $f(t)$ に対する応答

は次式となる。

$$x(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} F(\omega) H(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad \dots\dots\dots (4.2.28)$$

$x(t)$ のフーリエ変換を $X(\omega)$ とすれば、上式より直ちに次の関係が得られる。

$$X(\omega) = H(i\omega) \cdot F(\omega) \quad \dots\dots\dots (4.2.29)$$

$t < 0$ で $g(t) = 0$ であるならば式 (4.2.25) において積分領域を $-\infty \sim \infty$ に拡張することができる。したがって $g(t)$ のフーリエ変換が $H(i\omega)$ であるとみなされる。このときには式 (4.2.29) の関係から、次式が導かれる。

$$x(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(t-\tau) f(\tau) d\tau = \int_{-\infty}^{\infty} g(t) f(t-\tau) d\tau \quad \dots\dots\dots (4.2.30)$$

すなわち、式 (4.2.22) の結果と一致し、単位衝撃応答関数から計算されるのと同様の結果となる。

これらのことより、 $e^{i\omega t}$ に対する周波数応答 $H(i\omega)$ と、入力をフーリエ変換したものと乗じて逆フーリエ変換すれば、静止した系に任意の入力が作用する場合の系の時間応答を計算できることが知られる。

例えば、剛性の急変するモデルにおいては $u_g e^{i\omega t}$ に対する周波数応答は式 (4.2.20) で与えられており、 v_0 についていえば周波数伝達関数は次式となる。

$$H(i\omega) = e^{-ik_0^1 x} \sin \gamma_1 z + \frac{1 - \frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{k_2^1}{k_0^1}}{1 + \frac{\mu_2}{\mu_0} \frac{k_2^1}{k_0^1}} \cdot e^{ik_0^1 x} \cdot \sin \gamma_1 z \quad \dots\dots\dots (4.2.31)$$

式 (4.2.31) の $H(i\omega)$ は単位の入力変位に対する変位応答の伝達関数であるとみなされる。一般には加速度波形が観測値として得られている場合が多く、単位の入力加速度に対する変位、速度、加速度など各応答の伝達関数を求めておく方が便利である。それには時間項の微積分によって周波数を乗除すれば容易に求めうる。その結果、式 (4.2.31) の伝達関数は単位の入力加速度に対する加速度応答の伝達関数であるともみなせることがわかる。

4.2.2 数値計算とその考察

式 (4.2.15)，(4.2.20) より計算した結果を示してそれらに考察を加える。

Fig. 4.2.2 は中間層が存在し、 $\mu_0/\mu_2 = 0.125$ でその間は直線的に剛性が変化する場合につい

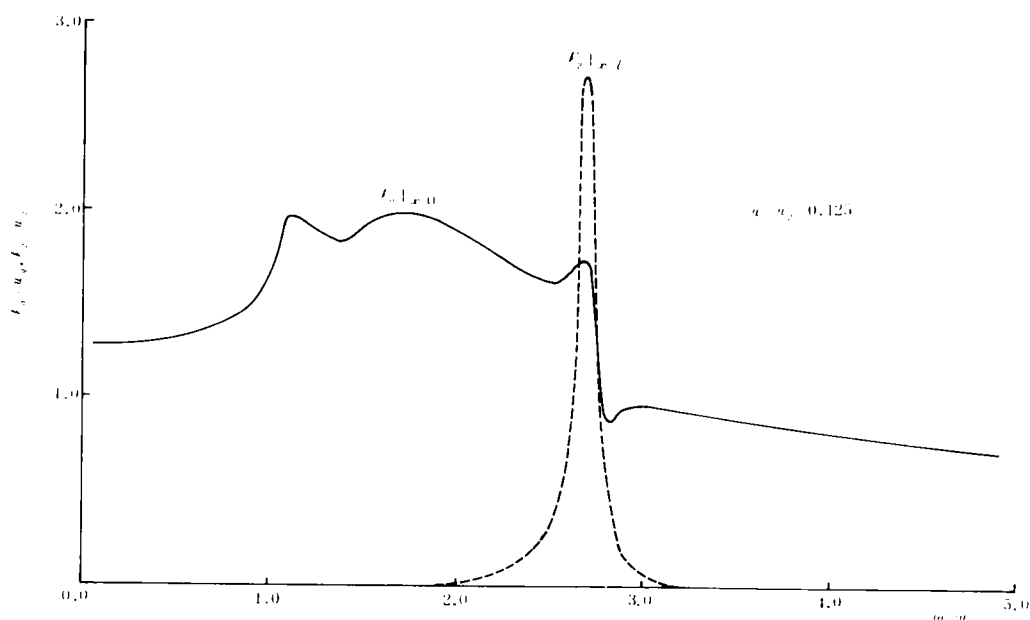


Fig. 4.2.2 地盤変位の共振曲線

て、 $x=0$ 、 $x=l$ での地表面での地動の周波数応答を示したものである。横軸の無次元振動数は入力の変振動数を入射側の地盤層の1次せん断固有変振動数で除したものをを用いている。 $\omega/\omega_0 = 1.0$ 、 2.83 はそれぞれ $[0]$ 、 $[2]$ の地盤層の固有振動数となっている。 $x=l$ での地動はその固有振動数付近のみで大きな応答を示し、その他の振動数に対してはほとんどゼロに近い値となっており、軟かい地盤から硬い地盤層への波動の透過が生じにくいことを示すものである。また、すべての振動数の領域にわたって $x=0$ 、 $x=l$ の地盤の揺れ方は異なっており、それぞれの地盤層が独自の揺れ方を示すことが知られる。

同様のモデルについて、逆に硬い地盤層から軟かい地盤層への波動が伝播する際の周波数応答を示したものがFig. 4.2.3である。 $\mu_0/\mu_2 = 8.0$ の場合について $x=0$ 、 l での応答変位を計算したものである。この場合には $[0]$ 、 $[2]$ の地盤層での固有振動数はそれぞれ $\omega/\omega_0 = 1.0$ 、 0.354 となっている。 $\omega/\omega_0 = 0.9$ 付近で $x=0$ 、 l の両地点とも応答が大きくなっている。硬い方の地盤層の共振に引きずられて軟かい地盤層での応答が大きくなっているものと考えられる。また、軟かい方の地盤層の固有振動数 $\omega/\omega_0 = 0.354$ で応答が大きくなっていないのは、 $\omega/\omega_0 = 1.0$ は $[0]$ の地盤層での cut off frequencyとなっており $[1]$ 、 $[2]$ の地盤層への波動の伝播が行なわれない結果によるものと推察される。

Fig. 4.2.4 は μ_0/μ_2 を種々変化させた場合について周波数領域における $x=0, l$ での最大変位振幅の差を示したものである。 $\mu_0/\mu_2 < 1.0$ の 3 種類の

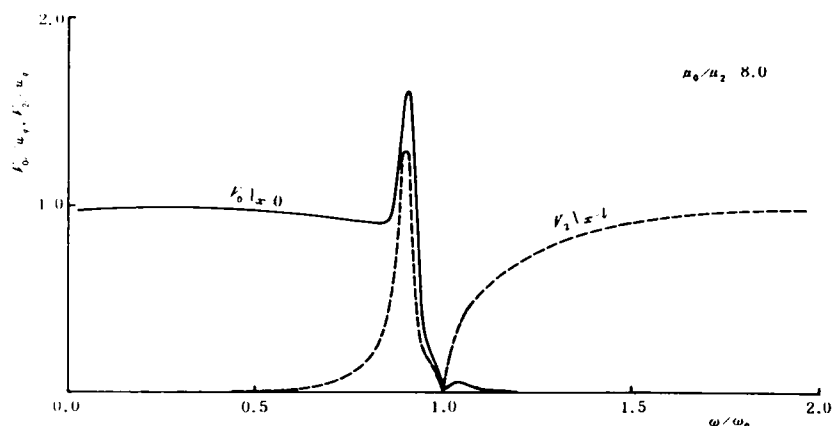


Fig. 4.2.3 地盤変位の共振曲線

μ_0/μ_2 に対しては縦軸の値は 1.0 付近に、 $\mu_0/\mu_2 \rightarrow 1.0$ に対しては 0.4 付近にその値をもつことが知られる。 $\mu_0/\mu_2 = 1.0$ は本来、剛性に変化がなく、単一の地盤層内を波動が伝播することを意味しているので、 $x=0, l$ における最大変位振幅差はゼロとなるはずである。

μ_0/μ_2 と変位振幅差について一義的な関係をみい出すことは困難であるが、少なくとも本解析モデルの場合次の事項について

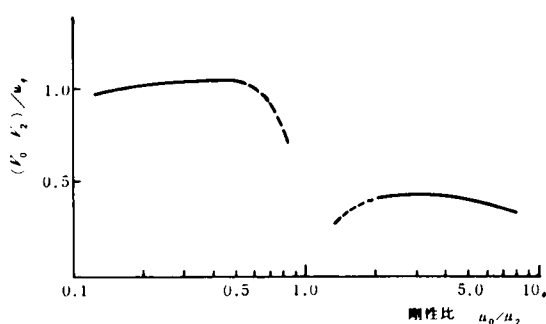


Fig. 4.2.4 剛性比と相対変位の関係

では確かそうである。すなわち、軟かい地盤から硬い地盤へと波動が入射する場合には逆方向に波動が伝播する場合と比較して波動進行方向での地盤の動きの相対量は大きくなる。

次に剛性が急変するモデルについて式 (4.2.20) によって計算した結果について述べる。

Fig. 4.2.5 は $\mu_0/\mu_2 = 0.5$ の場合について波動伝播方向における地表面の変位振幅の分布を示したものである。 $x/H = -2.0$ の振幅を基準とした比率でその値を示している。 ω/ω_0 をパラメータとして選んでおり、 $\omega/\omega_0 = 1.0$ のときは剛性 μ_0 の地盤中を波動として伝播しうる振動数域であり、 $\omega/\omega_0 = \sqrt{2}$ のときは剛性 μ_2 の地盤中を波動が伝播しうる振動数である。この様子は同図より明瞭に知ることができる。また、両地盤の境界近傍においては変位振幅の分布形状が複雑であり地盤変形が複雑となっていることが推察される。また、 $\omega/\omega_0 < \sqrt{2}$ の振動数範囲では cut off frequency の関係より軟地盤から硬地盤へ波動が伝播する際にはその変位振幅が減少するという結果が現

われている。

Fig. 4.2.6

は地表面変位振幅の周波数応答を示したものである。 $x/H = -1.0$ の場合を実線で、 1.0 の場合を破線で示した。両者の共振振動数は $\omega/\omega_0 = 1.2, 1.6$ 付近となっている。このことより、本解析のモデルのような場合には両地盤を含めたようなモデル全体の固有振動特性というよりも、それぞれの地盤が独自にその固有振動

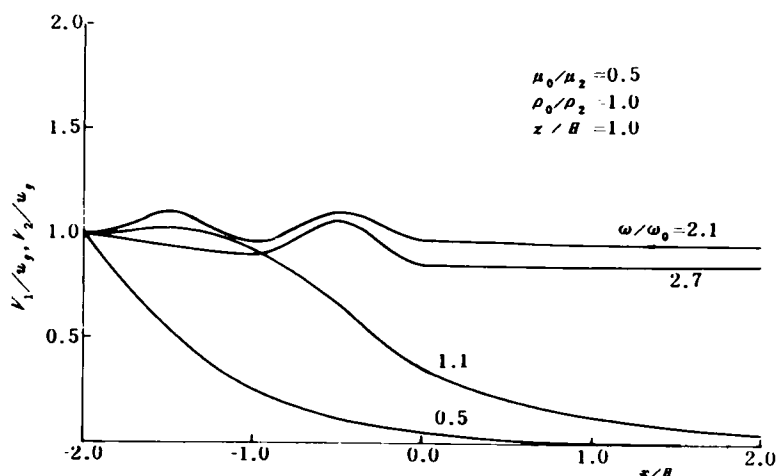


Fig. 4.2.5 地表面変位分布

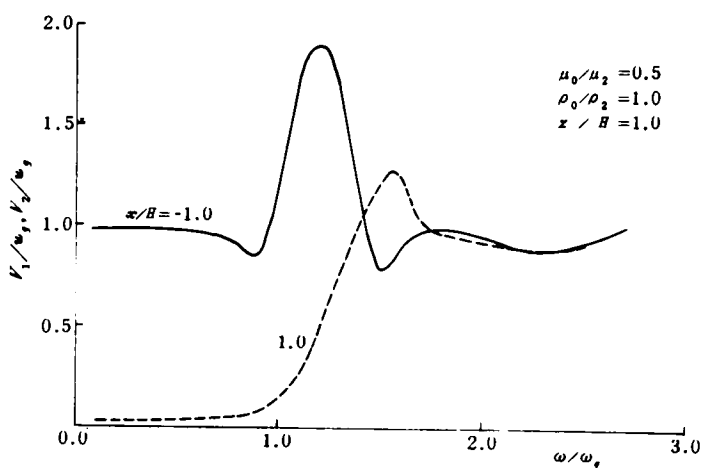


Fig. 4.2.6 地表面変位の共振曲線

特性を表わし、しかも互いに他の地盤の存在することの影響によって軟かい地盤においては固有振動数が増大し、逆に硬い地盤では固有振動数が減少させられる結果となることが知られる。

したがって、このような地盤中に埋設された管状構造物には大きなひずみが生じることが考えられる。耐震的には振動性状の急変を避けるということを念頭において考えていくべきことはいうまでもない。

次に、Fig. 4.2.7は $\omega/\omega_0 = 0.5, 2.5$ の場合の地盤内変位振幅の分布を示したものである。式(4.2.20)の解からも推察できるように、入力波動を深さ方向には1次モードで与えており、その波動が同様のモードで伝播していく様子がよくうかがわれる。

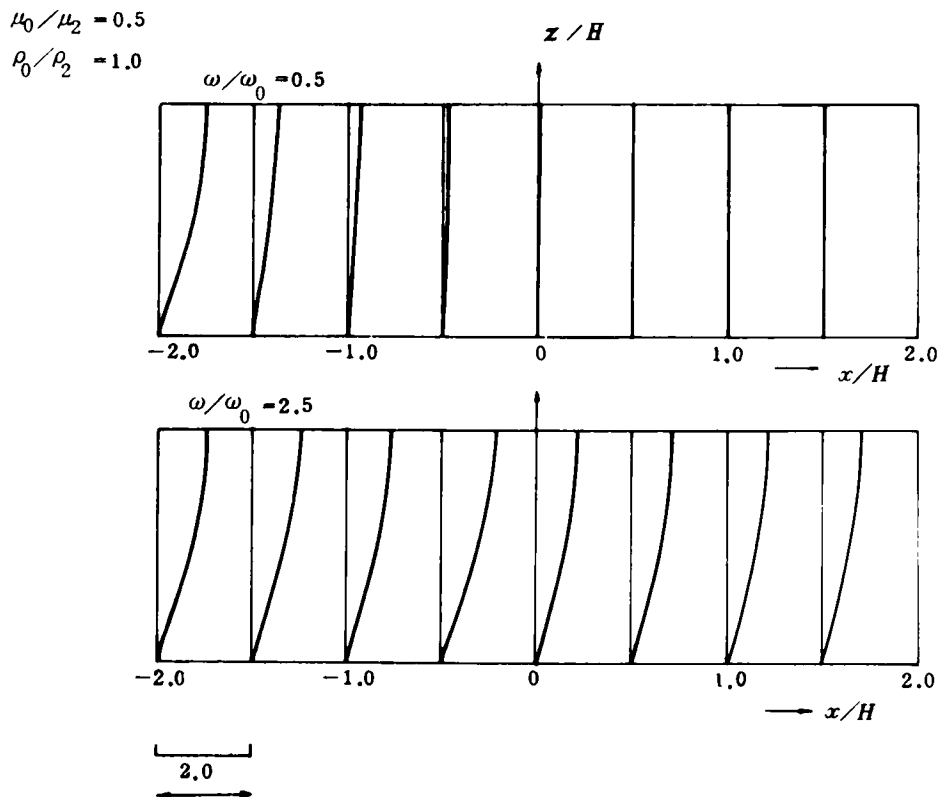


Fig. 4.2.7 地盤変位の深さ方向分布

次に一般の地震動を入力として考えた場合の計算結果について述べる。解析は既に述べたように、定常正弦波入力に対する周波数応答関数を求め、入力をフーリエ変換したものとの積を逆変換するという手法を用いた。実際の計算に当ってはフーリエ変換、逆変換には Cooley, Turkey⁷⁾によって開発された F.F.T. (Fast Fourier Transform) を用いて高速にかつ精度よく計算を行ない得た。また、入力加速度はある継続時間内の記録を取り出してきてフーリエ変換している結果、そのような波形が定常的に繰り返されるものとして解析していることになり、系の応答の初期値に影響を及ぼしてくることが考えられる。そこで、加速度波形の前後に適当な数のゼロを付与して入力の波形とし、定常的取り扱いの影響を除去するように努めた。

Fig. 4.2.8は、 $H = 30 \text{ m}$, $v_{t0} = 100 \text{ m/sec}$, $v_{t2} = 200 \text{ m/sec}$, $\rho = 1.7 \text{ gt/cm}^3$, $\mu_0/\mu_2 = 0.25$ で剛性が急変する地盤層モデルに定常正弦波が入射した場合の共振曲線であり、式(4.2.31)の周波数伝達関数 $|H(\omega)|$ に相当するものである。 ω_0 が剛性 μ_0 の地盤層のせん断1次固有円振

動数で約 6 rad/sec

である。

$\mu_0/\mu_2 = 0.25$

であるので剛性

μ_2 の地盤の 1 次

固有円振動数 ω_2

は $2\omega_0$ に等しく

なっているはずで

ある。図では ω/ω_0

$1.3, 2.0$ 付

近にヒークをもっ

ている。これは前

述の Fig. 4.2.6

で述べたと同様の

原因によるもので

あろう。

また、式 (4.2.31) の $H(i\omega)$ は次式のようにも書ける。

$$H(i\omega) = |H(i\omega)| \cdot e^{i\phi} \quad \dots\dots\dots (4.2.32)$$

Fig. 4.2.9 には位相特性 ϕ と ω/ω_0 の関係を図示したものである。 $\omega/\omega_0 \sim 1.0$ では剛性 μ_0 の地盤層の cut off frequency 以下であるので位相差はゼロとなっている。

一方、用いた入力地震動は 1968.3 の和歌山地震の際に運輸省和歌山港工事事務所内の粘質土地盤上に設置された SMAC 強震計より得られた S-N 成分の加速度記録 (S 265 N) である。Fig. 4.2.10 に本記録とそれより求めたフーリエスペクトルを示す。 $T_0 = 0.19 \text{ sec}$ 付近の波動成分が卓越していることが知られる。モデル地盤層の固有円振動数は $\omega_0 = 5 \sim 6 \text{ rad/sec}$, $\omega_2 = 10 \sim 12 \text{ rad/sec}$ 付近であるので地盤の剛性急変の影響を検討する都合上、これらの振動数と異なる振動数成分が卓越する地震動として S 265 N を用いた。また、この記録は最大加速度が 176 gal であるが、最大値 250 gal に修正して用いた。

Fig. 4.2.11 (a) は軟かい方の地盤で剛性が変化する境界面から 30m 離れた地表面での応答加速度波形 A_0 であり、同図 (b) は硬い方の地盤で境界面より 30m 離れた地表面上の一点での加速度記録 A_2 で

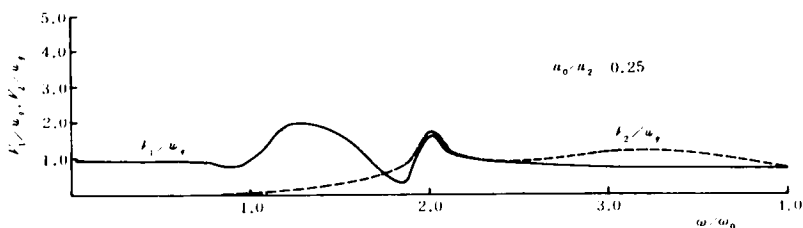


Fig. 4.2.8 地盤変位の共振曲線

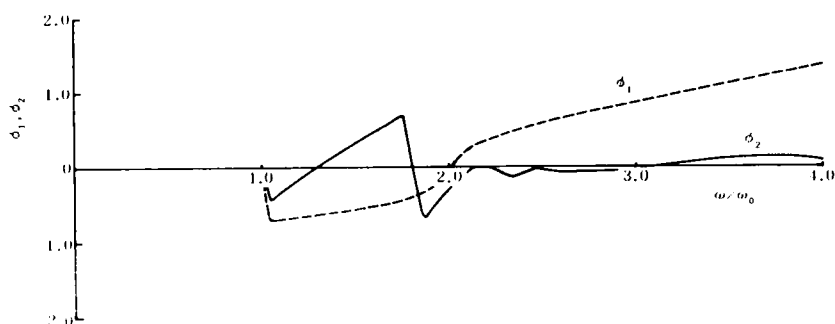


Fig. 4.2.9 位相特性

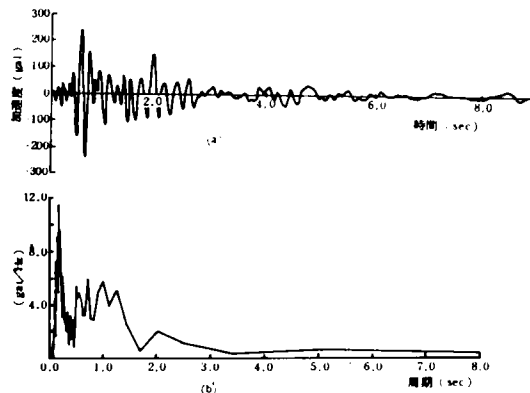


Fig. 4.2.10 加速度記録およびフーリエスペクトル

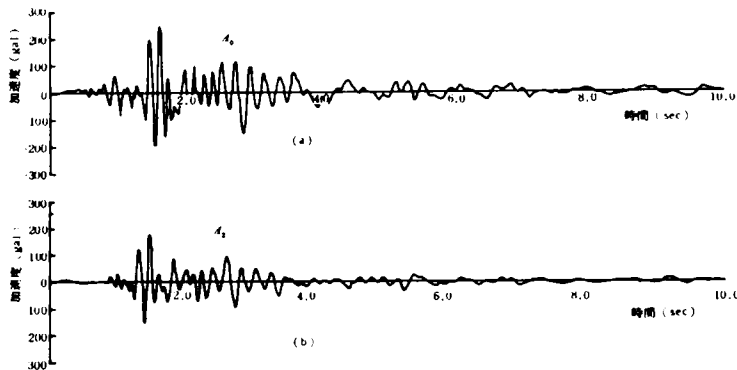


Fig. 4.2.11 地表面加速度応答

ある。最大加速度は入射側の地盤で 243 gal，伝播側の地盤では 175 gal 程度になっている。

また，一見，両応答記録は非常に似た波形を示しているが，そのスペクトル特性をみれば Fig.

4.2.12 のようである。 A_0 のスペクトルでは 6.5 rad/sec に， A_2 では 10.5 rad/sec にそのピークを有している。さらに A_2 のスペクトルをみれば 5 rad/sec 以下の振動数成分がほとんど cut されていることが知られる。Fig. 4.2.8 の周波数応答関数と比較してみれば明かなように，Fig. 4.2.12 のフーリエスペクトルにみられる 6.5，10.5 rad/sec の振動数はそれぞれの地盤の固有振動数に対応するものであ

り，5 rad/sec は剛性 μ_0 の地盤層の cut off frequency である。したがって A_2 の波形には 5 rad/sec 以下の周波数成分が切り捨てられて， μ_0 の地盤層はハイパスフィルターの役割を果たしているも

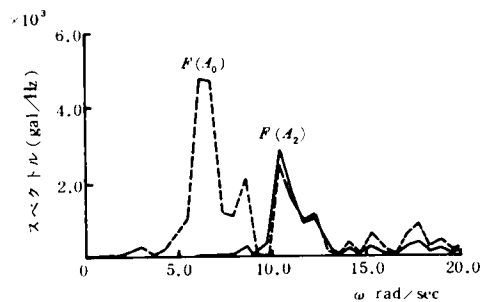


Fig. 4.2.12 応答加速度のフーリエスペクトル

のとも考えられる。

これらの計算結果は式(4.2.28)による応答計算の可能性を示すものといえよう。

4.3 層厚急変部の波動伝播特性

4.3.1 波動伝播解析

本節では地中に埋設された管状構造物の運動が、埋設地点の地盤運動で近似できるものとの仮定のもとに、層厚が段状に変化する地盤モデル内での波動伝播特性を弾性波動論によって解析し、数値計算を行なってその結果に検討を加える。

Fig. 4.3.1に示すように段をもつ剛な基盤面上に、 $x \leq 0$ の領域には層厚 H_1 の地盤があり、 $x > 0$ では層厚 H_2 の地盤があって両地盤層は同一の剛性率 μ 、密度 ρ 、横波伝播速度 c を有するものとする。

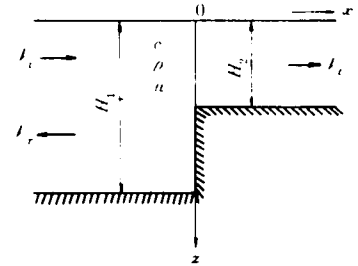


Fig. 4.3.1 解析モデル

最初に層厚大の地盤から層厚小の地盤へと、 x の正の方向に向かって、 $x-z$ 平面に直交する成分のみの運動をもつ横波型の定常波動が伝播する場合を解析の対象とする。

入射波動を次のような形で与える。

$$v_i = e^{-i(\omega t - \alpha_1^{(1)} x)} \cdot \sin \alpha_1^{(1)} (z + H_1) \quad \dots\dots\dots (4.3.1)$$

この波動は $\alpha_1^{(1)}$ が実数のときは地表面 ($z=0$) では絶対変位振幅が1.0で x の正の方向に伝播する波動を表わし、 $\alpha_1^{(1)}$ が虚数のときには立ち上がり波のような形で x の正の方向に変位振幅が一様に減少する入力変位となる。 $\alpha_1^{(1)}$ は z 方向における境界条件を満足する固有値のうちの最小の値である。すなわち、式(4.3.1)は z 方向に1次モードの変位分布をもつ定常正弦波動を表わしている。

$x=0$ の層厚急変部においては入射波動は散乱を起して一部は反射波動として層厚 H_1 の地盤内へ、一部は屈折波として層厚 H_2 の地盤内へと伝播していく。そこで、この反射波 v_r と屈折波 v_t がそれぞれの地盤層での固有モードの重ね合わせによって表現できるものとして次式で書く。

$$\left. \begin{aligned} v_r &= \sum_{i=1}^{\infty} A_i e^{-i(\omega t + \alpha_1^{(i)} x)} \cdot \sin \alpha_1^{(i)} (z + H_1) \\ v_t &= \sum_{j=1}^{\infty} B_j e^{-i(\omega t - \alpha_2^{(j)} x)} \cdot \sin \alpha_2^{(j)} (z + H_2) \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (4.3.2)$$

上式中の添字1, 2 はそれぞれ層厚大, 小の地盤での物理定数および変数を表わしている。 A_i ,

B_j は各モードの分担率を決定する未定定数であり、境界条件より定められるべきものである。また式 (4.3.1), (4.3.2) は波動方程式を満足する必要がある。これより, α, a, c, ω の間には次の関係が成立する。

$$(\alpha_1^{(i)})^2 = (\frac{\omega}{c})^2 - (a_1^{(i)})^2, \quad (\alpha_2^{(j)})^2 = (\frac{\omega}{c})^2 - (a_2^{(j)})^2 \quad \dots\dots\dots (4.3.3)$$

また, Fig. 4.3.1 の解析モデルに関しては基盤との接触面, 地表面および層厚急変部で次式で表われる境界条件が成立しているものとする。

$$\begin{aligned} z = -H_1 : \quad v_i = v_r = 0, \quad z = -H_2 : \quad v_t = 0 \\ z = 0 : \quad \frac{\partial(v_i + v_r)}{\partial z} = \frac{\partial v_t}{\partial z} = 0 \\ x = 0 : \quad \frac{\partial(v_i + v_r)}{\partial x} = \frac{\partial v_t}{\partial x}, \quad v_i + v_r = v_t \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} z = -H_1 : \quad v_i = v_r = 0, \quad z = -H_2 : \quad v_t = 0 \\ z = 0 : \quad \frac{\partial(v_i + v_r)}{\partial z} = \frac{\partial v_t}{\partial z} = 0 \\ x = 0 : \quad \frac{\partial(v_i + v_r)}{\partial x} = \frac{\partial v_t}{\partial x}, \quad v_i + v_r = v_t \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (4.3.4)$$

$z = -H_1, -H_2$ における条件は式 (4.3.1), (4.3.2) より知られるようにすでに満足されており, $z = 0$ の条件よりそれぞれの地盤における固有値 $\alpha_1^{(i)}, \alpha_2^{(j)}$ が定まることになる。すなわち,

$$2\alpha_1^{(i)}H_1 = (2i-1)\pi, \quad 2\alpha_2^{(j)}H_2 = (2j-1)\pi \quad (i, j = 1, 2, 3, \dots) \quad \dots\dots (4.3.5)$$

これより波数 $a_1^{(i)}, a_2^{(j)}$ が決定されてくる。ここで式 (4.3.1) の波動の伝播速度 c_a について考えてみれば,

$$\frac{c_a}{c} = \frac{\omega/\omega_g}{\sqrt{(\omega/\omega_g)^2 - 1}} \quad \dots\dots\dots (4.3.6)$$

ここに, c は横波実体波の速度, ω_g は層厚 H_1 の地盤層でのせん断 1 次固有円振動数で $\omega_g = \pi c / 2H_1$ と求められるものである。入力の円振動数が ω_g に等しくなった場合には伝播速度は無限大の値を有し全域が同一の運動をしていることを示し, 振動数が高くなるほど伝播速度も減少して波動進行方向における地盤内各点での運動の位相が大きくなることが知られる。

層厚急変部 ($x = 0$) における境界条件式に式 (4.3.1), (4.3.2) を代入することによって次式が得られる。

$$\begin{aligned} \sin \alpha_1^{(1)}(z+H_1) + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \sin \alpha_1^{(i)}(z+H_1) &= \sum_{j=1}^{\infty} B_j \sin \alpha_2^{(j)}(z+H_2) \\ a_1^{(1)} \sin \alpha_1^{(1)}(z+H_1) - \sum_{i=1}^{\infty} A_i a_1^{(i)} \sin \alpha_1^{(i)}(z+H_1) &= \sum_{j=1}^{\infty} B_j a_2^{(j)} \sin \alpha_2^{(j)}(z+H_2) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \sin \alpha_1^{(1)}(z+H_1) + \sum_{i=1}^{\infty} A_i \sin \alpha_1^{(i)}(z+H_1) &= \sum_{j=1}^{\infty} B_j \sin \alpha_2^{(j)}(z+H_2) \\ a_1^{(1)} \sin \alpha_1^{(1)}(z+H_1) - \sum_{i=1}^{\infty} A_i a_1^{(i)} \sin \alpha_1^{(i)}(z+H_1) &= \sum_{j=1}^{\infty} B_j a_2^{(j)} \sin \alpha_2^{(j)}(z+H_2) \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (4.3.7)$$

前の第2式の両辺に $\sin \alpha_1^{(i)}(z+H_1)$ を乗じて $-H_1 \sim 0$ で積分しモードの直交性を利用して整理すれば次式が得られる。

$$a_1^{(1)} \delta_{i1} - \sum_{j=1}^{\infty} B_j a_2^{(j)} T_{ij} = A_i a_1^{(i)} \frac{H_1}{2} \quad \dots\dots\dots (4.3.8)$$

ここに、

$$T_{ij} = \int_{-H_1}^0 \sin \alpha_1^{(i)}(z+H_1) \cdot \sin \alpha_2^{(j)}(z+H_2) dz \quad \dots\dots\dots (4.3.9)$$

であり、層厚 H_1, H_2 の両地盤におけるモードのカップリングを表わしている。

式(4.3.7)の第1式と式(4.3.8)より A_i を消去して B_j についての連立方程式を解けばよいが、モード重ね合わせによる解の近似性より、式(4.3.7)の第1式の両辺の差の2乗が最小となるような規範で B_j を決定することにする。その差の2乗を $-H_1 \sim 0$ で積分したものを Ω とすれば次のように表わされる。

$$\begin{aligned} \Omega = & \int_{-H_1}^0 \sin \alpha_1^{(1)}(z+H_1) \cdot \sin \alpha_1^{(1)}(z+H_1) dz + 2 \sum_{i=1}^{\infty} \frac{2}{H_1 a_1^{(i)}} (a_1^{(1)} T_{i1} - \sum_{j=1}^{\infty} B_j a_2^{(j)} T_{ij}) \cdot \\ & \cdot \int_{-H_1}^0 \sin \alpha_1^{(1)}(z+H_1) \cdot \sin \alpha_2^{(j)}(z+H_2) dz - 2 \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{2}{H_1 a_1^{(i)}} (a_1^{(1)} T_{i1} - \sum_{j'=1}^{\infty} B_{j'} a_2^{(j')} T_{ij'}) \cdot \\ & \cdot B_j \int_{-H_1}^0 \sin \alpha_1^{(i)}(z+H_1) \cdot \sin \alpha_2^{(j)}(z+H_2) dz - 2 \sum_{j=1}^{\infty} B_j \int_{-H_1}^0 \sin \alpha_1^{(1)}(z+H_1) \cdot \\ & \cdot \sin \alpha_2^{(j)}(z+H_2) dz + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} B_j B_s \int_{-H_1}^0 \sin \alpha_2^{(j)}(z+H_2) \cdot \sin \alpha_2^{(s)}(z+H_2) dz \\ & + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} \frac{2}{H_1 a_1^{(i)}} (a_1^{(1)} T_{i1} - \sum_{j=1}^{\infty} B_j a_2^{(j)} T_{ij}) \frac{2}{H_1 a_1^{(r)}} (a_1^{(1)} T_{r1} - \sum_{j'=1}^{\infty} B_{j'} a_2^{(j')} T_{rj'}) \\ & \cdot \int_{-H_1}^0 \sin \alpha_1^{(i)}(z+H_1) \cdot \sin \alpha_1^{(r)}(z+H_1) dz \end{aligned} \quad \dots\dots\dots (4.3.10)$$

ここに、

$$\begin{aligned} S_{ij} &= \int_{-H_1}^0 \sin \alpha_1^{(i)}(z+H_1) \cdot \sin \alpha_1^{(j)}(z+H_1) dz = \frac{H_1}{2} \delta_{ij} \\ V_{ij} &= \int_{-H_1}^0 \sin \alpha_2^{(i)}(z+H_2) \cdot \sin \alpha_2^{(j)}(z+H_2) dz = \frac{H_2}{2} \delta_{ij} \\ \delta_{ij} &= \begin{cases} 1 & (i=j) \\ 0 & (i \neq j) \end{cases} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} S_{ij} \\ V_{ij} \\ \delta_{ij} \end{aligned}} \right\} \dots\dots\dots (4.3.11)$$

とにおいて Ω が最小となるように B_j を定めるため、 $\partial\Omega/\partial B_j=0$ を演算すれば B_s に関する次の連立方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} \sum_{s=1}^{\infty} B_s \left\{ \frac{H_2}{2} \delta_{ij} + \sum_{i=1}^{\infty} \left(\frac{a_2^{(j)}}{a_1^{(i)}} \cdot \frac{a_2^{(s)}}{a_1^{(i)}} + \frac{a_2^{(j)} + a_2^{(s)}}{a_1^{(i)}} \right) \cdot \frac{2}{H_1} \cdot T_{ij} T_{is} \right\} \\ = \left(1 + \frac{a_2^{(j)}}{a_1^{(1)}} \right) T_{1j} + \sum_{i=1}^{\infty} \left\{ \left(\frac{a_1^{(1)}}{a_1^{(i)}} + \frac{a_1^{(1)}}{a_1^{(i)}} \cdot \frac{a_2^{(j)}}{a_1^{(i)}} \right) \cdot \frac{2}{H_1} \cdot T_{ij} \cdot T_{i1} \right\} \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (4.3.12)$$

($j=1, 2, \cdots$)

また、式 (4.3.9) の積分を行なえば T_{ij} は次のようになる。

$$T_{ij} = \left\{ \begin{aligned} & \frac{\alpha_2^{(j)}}{(\alpha_2^{(j)})^2 - (\alpha_1^{(i)})^2} \cdot \sin \alpha_1^{(i)} h \quad (\alpha_1^{(i)} \neq \alpha_2^{(j)}), \quad h = H_1 - H_2 \\ & \frac{H_1}{2} \delta_{ij} \quad (\alpha_1^{(i)} = \alpha_2^{(j)}) \end{aligned} \right\} \cdots \cdots (4.3.13)$$

式 (4.3.12) より B_j が決定され、式 (4.3.8) より A_i が決定される。

ここで、層厚が等しい場合について式 (4.3.12) の解を検討すれば、

$$\alpha_1^{(i)} = \alpha_2^{(j)}, \alpha_1^{(i)} = \alpha_2^{(j)}, T_{ij} = \frac{H_1}{2} \delta_{ij} \cdots \cdots (4.3.14)$$

となり、 $j=1$ のときは式 (4.3.12) の右辺第1項の値は H_1 、右辺第2項は $i=1$ のときのみに H_1 の値をもつ。また、左辺には δ_{js} 、 T_{is} が含まれており $s=1$ のときだけにゼロ以外の値をもち左辺第1項は $H_1/2$ 、第2項は $3H_1/2$ となる。したがって B_1 に関しては左右両辺の係数値が等しく $B_1=1$ と求まる。 $j=2$ 以上については同様の検討によって $B_j=0$ ($j=2, 3, \cdots$) が成立することが知られる。そして $B_1=1$ のときには $A_1=0$ となって結局、層厚が等しいとき、反射波動は存在せず、屈折波動は入射波動と全く同様の式で得られたことになる。すなわち、単一層の場合には入射波動がそのまま伝播することを表わしており、妥当な結果であろうことがわかる。

次に全く同様な解析手法によって層厚小の地盤から層厚大の地盤へと進行方向に直交する運動成分をもつ横波が伝播する際の地盤運動を解析する。

この場合には式 (4.3.8) に対応して次式をうる。

$$T_{1j} + \sum_{i=1}^{\infty} A_i T_{ij} = \frac{H_2}{H_1} B_j \cdots \cdots (4.3.15)$$

また、式 (4.3.10) に対応するのは次式である。

$$\begin{aligned}
\Omega = & \int_{-H_1}^0 \sin^2 \alpha_1^{(1)}(z+H_1) dz - 2 \sum_{i=1}^{\infty} A_i \frac{a_1^{(i)}}{a_1^{(1)}} \int_{-H_1}^0 \sin \alpha_1^{(1)}(z+H_1) \cdot \sin \alpha_1^{(i)}(z+H_1) dz \\
& - 2 \sum_{j=1}^{\infty} \frac{H_1}{H_2} (T_{ij} + \sum_{i=1}^{\infty} A_i T_{ij}) \cdot \int_{-H_1}^0 \frac{a_2^{(j)}}{a_1^{(1)}} \sin \alpha_1^{(1)}(z+H_1) \cdot \sin \alpha_2^{(j)}(z+H_2) dz \\
& + \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{r=1}^{\infty} A_i A_r \frac{a_1^{(i)} a_1^{(r)}}{(a_1^{(1)})^2} \int_{-H_1}^0 \sin \alpha_1^{(i)}(z+H_1) \cdot \sin \alpha_1^{(r)}(z+H_1) dz + 2 \sum_{i=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} A_i \frac{H_1}{H_2} \cdot \\
& \cdot (T_{ij} + \sum_{i'=1}^{\infty} A_{i'} T_{i'j}) \frac{a_1^{(i)} a_2^{(j)}}{(a_1^{(1)})^2} \int_{-H_1}^0 \sin \alpha_1^{(i)}(z+H_1) \cdot \sin \alpha_2^{(j)}(z+H_2) dz \\
& + \sum_{j=1}^{\infty} \sum_{s=1}^{\infty} \left(\frac{H_1}{H_2} \right)^2 (T_{ij} + \sum_{i=1}^{\infty} A_i T_{ij}) (T_{is} + \sum_{i'=1}^{\infty} A_{i'} T_{i's}) \frac{a_2^{(j)} a_2^{(s)}}{(a_1^{(1)})^2} \frac{H_2}{H_1} \int_{-H_1}^0 \sin \alpha_2^{(j)}(z+H_2) \cdot \\
& \cdot \sin \alpha_2^{(s)}(z+H_2) dz \quad \dots\dots\dots (4.3.16)
\end{aligned}$$

ここで、 $\partial\Omega/\partial A_i=0$ を演算することによって A_i に関する次の連立方程式を得る。

$$\begin{aligned}
& \sum_{r=1}^{\infty} A_r \left\{ \left(\frac{a_1^{(r)}}{a_1^{(1)}} \right)^2 \delta_{ir} + \frac{H_1}{H_2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{a_2^{(j)} (a_2^{(j)} + a_1^{(i)} + a_1^{(r)})}{(a_1^{(1)})^2} T_{rj} T_{ij} \right. \\
& \left. = \left\{ \delta_{ii} - \frac{H_1}{H_2} \sum_{j=1}^{\infty} \frac{a_2^{(j)} (a_2^{(j)} + a_1^{(i)} + a_1^{(1)})}{(a_1^{(1)})^2} T_{1j} T_{ij} \right\} \quad (i=1, 2, \dots) \dots\dots (4.3.17) \right.
\end{aligned}$$

この場合における T_{ij} は次式となる。

$$\begin{aligned}
T_{ij} = & \frac{2(-1)^j (a_1^{(i)} H_1)}{(a_1^{(i)} H_1)^2 - (a_2^{(j)} H_1)^2} \cdot \cos(a_2^{(j)} H_1) \quad (a_1^{(i)} \setminus a_2^{(j)}) \\
= & \frac{H_1}{2} \delta_{ij} \quad (a_1^{(i)} = a_2^{(j)}) \quad \dots\dots\dots (4.3.18)
\end{aligned}$$

同じく $H_1/H_2 \rightarrow 1$ で層厚が等しくなった場合について考えれば $A_1=0$, $B_1=1$ となって、入射波動がそのまま単一の地盤層を伝播していくことになり妥当な結果が得られているといえる。

4.3.2 数値計算とその考察

式(4.3.12), (4.3.17)によって計算した層厚急変部における地盤振動特性の周波数領域での結果、および前節と同様にフーリエ逆変換を用いて計算した時間領域での応答特性について述べる。

Fig. 4.3.2には $H_1/H_2 = 2.0$ で層厚大の地盤より層厚小の地盤へと定常正弦波動が進行する

際の層厚急変部を
はさんだ地表面上
の2点 $x/H = -1.0$
1.0 での変位振幅
 v_1, v_2 の共振曲
線を示した。
 $\omega/\omega_0 = 1.0, 2.0$
はそれぞれの地盤
のせん断1次固有
振動数であり、ま

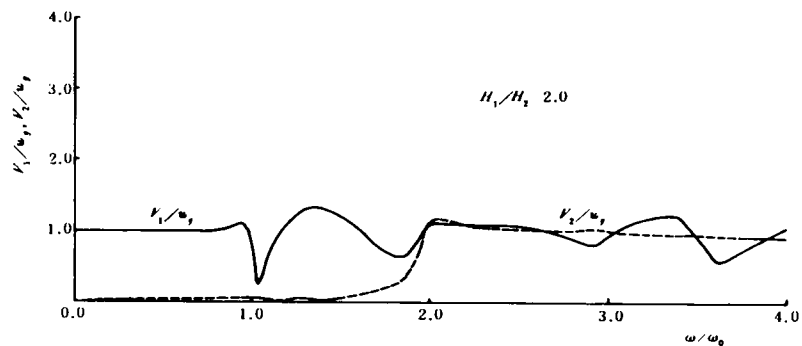


Fig. 4.3.2 地盤変位の共振曲線

た、cut off frequency ともなっている。 v_1 は $\omega/\omega_0 \div 1.3$ で若干値が増加するがその他の振動数ではほぼ1.0の値をとっている。また、 v_2 は cut off frequency 以下ではほとんどゼロに等しく $\omega/\omega_0 > 2.0$ では v_1 と同様の値を示している。本解析では入力の変位振幅が一定の波動を考慮しており、高い振動数ほど加速度は増加していることになる。したがって入力加速度が一定の波動を考えれば高い振動数領域では地盤の応答変位は小さくなることが考えられる。

Fig. 4.3.3 は地表面変位の分布を $x = -H_1$ での値を基準として示しており、 $H_1/H_2 = 2.0$ の場合について計算したものである。 $\omega/\omega_0 = 1.0, 2.0$ は前述のように両地盤層の cut off frequency となっている。 $\omega/\omega_0 \div 2.0$ の場合には $x = 0$ の領域では地表面変位が急激に減少して、層厚小の地盤内を波動しては伝播していないことがよく知られる。また、いずれの振動数においても層厚急変部付近で変位振幅の変化がみられる。

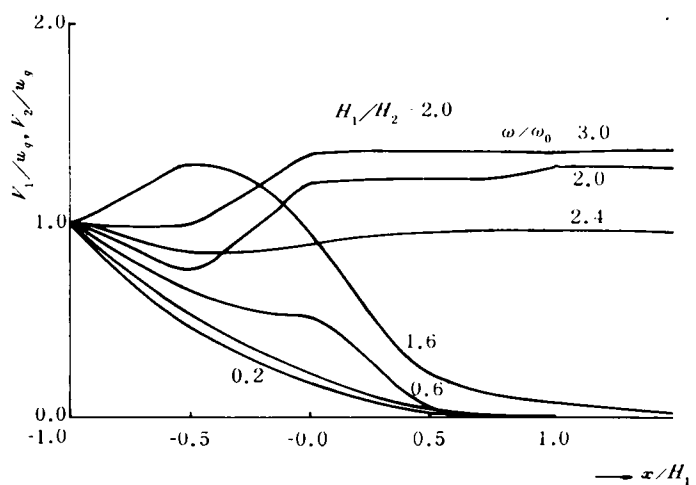


Fig. 4.3.3 地表面変位分布

また、 $\omega/\omega_0 > 2.0$ の領域では層厚大よりも層厚小の地表面変位が一般に大きくなっているが、これは地盤運動を引き起すエネルギーが層厚小の地盤層内へ閉じこめられる結果であろうと考えられる。

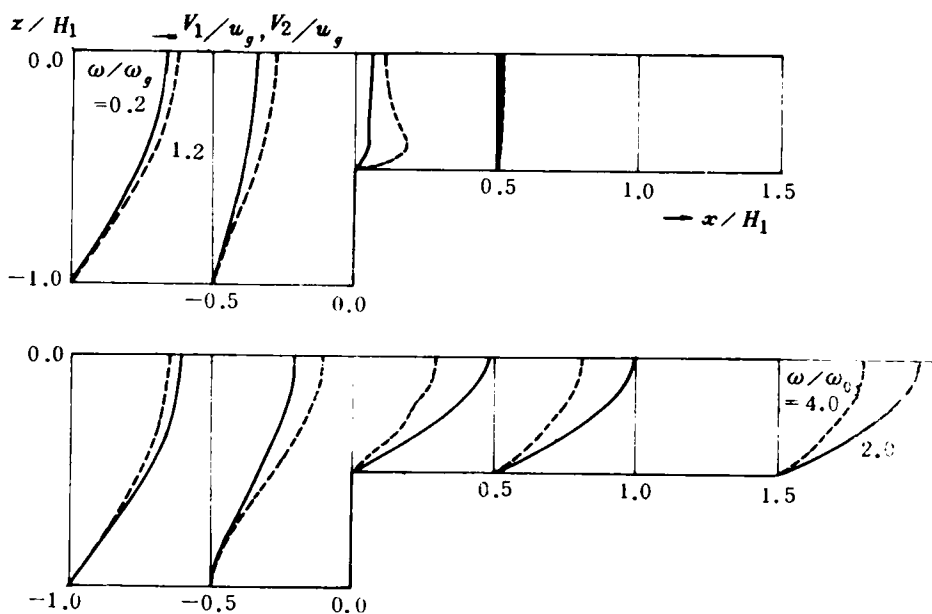


Fig. 4.3.4 地盤変位の深さ方向分布

Fig. 4.3.4は同じく $H_1/H_2 = 2.0$ の場合について波動の進行方向および地盤の深さ方向における変位振幅の分布を示したものである。振動数パラメーター $\omega/\omega_0 = 0.2, 1.2$ の場合を上段に、 $\omega/\omega_0 = 2.0, 4.0$ の場合を下段に示した。層厚変化部付近の深さ方向における変位振幅のモードは入射波の1次モードとは異なって層厚大の地盤の運動に引きずられ、層厚小の地盤の $z = -H_2$ に近い位置での変位振幅が大きくなるような分布となっている。また、層厚小の地盤での cut off frequency $\omega/\omega_0 = 2.0$ 以上の振動数では地盤内を波動が伝播している様子がよくうかがわれる。

次に波動の進行方向が逆で層厚小の地盤から層厚大の地盤へと伝播する場合の計算結果について述べる。

Fig. 4.3.5は $H_1/H_2 = 0.5$ の場合の $x/H = -1.0, 1.0$ における地表面変位振幅 v_1, v_2 の共振曲線を示したものであり、横軸は層厚小の地盤せん断1次固有円振動数 ω_0 で除した入射波動の振動数である。また、層厚大の地盤の cut off frequency は $\omega/\omega_0 = 0.5$ となっている。前出の Fig 4.3.2と比較してみればその差異は明白である。 $\omega/\omega_0 = 0.5$ では層厚小の地盤の cut off frequency 以下であるのでたとえ層厚大のせん断1次固有振動数であっても振幅は大きくない。そ

して $\omega/\omega_0 = 1.0$
 では v_1, v_2 とも
 に変位振幅が大き
 くなり、それ以上
 の振動数に対して
 は v_2 は v_1 の $1/2$
 程度の値となっ
 ている。先程の場合

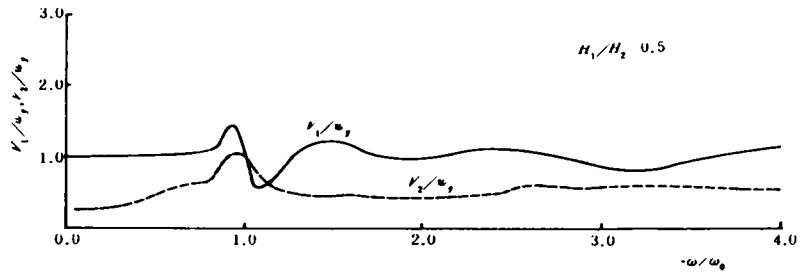


Fig. 4.3.5 地盤変位の共振曲線

とは逆に層厚小の地盤内を伝播してきた波動は層厚大の地盤層内へと分散されて上述の結果が得られているものと考えられる。 $H_1/H_2 = 2.0$ の場合は $\omega/\omega_0 > 2.0$ で両地盤の変位振幅がほぼ同様の値をもつのにに対し、 $H_1/H_2 = 0.5$ の場合には $\omega/\omega_0 > 1.0$ で両地盤の変位が2倍程度も異なっていることが注目される。 $H_1/H_2 = 0.5$ の場合についても波動進行方向および深さ方向における変位分布が計算されたが、前出 Fig. 4.3.3, 4.3.4 と同様に入射波動の振動数と両地盤における cut off frequency との関係によってその形状が変化し、地震波のようにあらゆる振動数成分をもつ入力に対しては一般的な結論を引き出し得ない。

そこで、逆フーリエ変換の手法を用いて計算した結果について検討する。

Fig. 4.3.6 には $H_1 = 30$ m, $H_2 = 15$ m, $v_t = 100$ m/sec, $\omega_0 = 5.33$ rad/sec の解析モデル

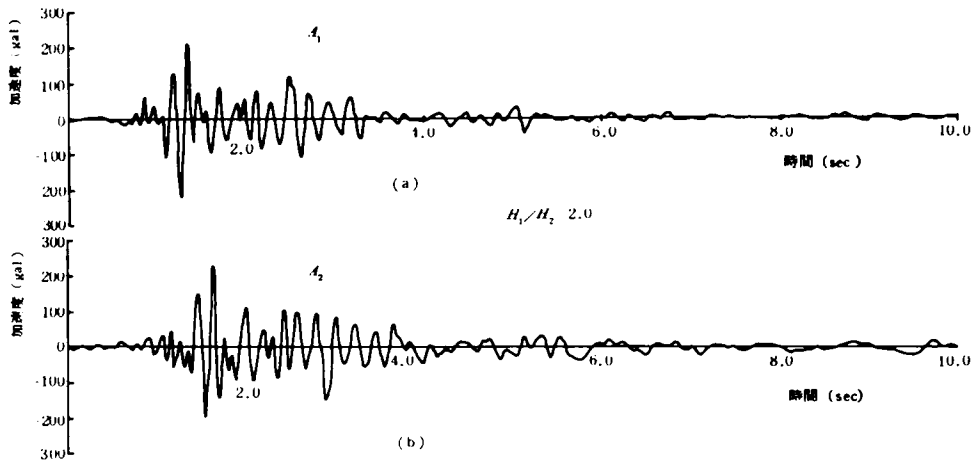


Fig. 4.3.6 地表面加速度応答

ルについて、層厚大の地盤から層厚小の地盤へと S 265 N (Max. Acc. 250 gal) の地震波が伝播する際の $x=+30\text{m}$ の地表面上の 2 点での運動加速度波形 A_1 , A_2 を示した。最大加速度は A_1 では 230 gal, A_2 では 217 gal とほとんど差がないことが知られる。また、これらの波形をフーリエ変換してスペクトルを求めたのが Fig. 4.3.7 である。 A_1 は 6.7 rad/sec, A_2 は 11 rad/sec にその最大値を有している。層厚大, 小の地盤層のせん断 1 次固有円振動数が 5.3, 10.6 rad/sec であることを考え合わせれば、両点の運動には地盤層の固有振動特性が強く反映されていることが知られる。また、 A_2 のフーリエスペクトルには ω

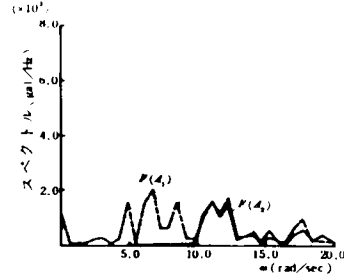


Fig. 4.3.7 応答加速度のフーリエスペクトル

が 5 rad/sec 以下の成分はほとんど含まれておらず、層厚大の地盤の cut off frequency が 5.3 rad/sec であることによる結果である。層厚大の地盤は層厚小の地盤の運動に対してハイパスフィルターの役割を果たしているともいえる。また、Fig. 4.3.6 において両地点の加速度が最大を示す時間には 0.29 sec の差がある。両地点間の距離は 60m であるから平均的な意味での伝播速度は $60/0.29 \div 207 \text{ m/sec}$ となる。一方、式 (4.3.6) より $c_u = 207 \text{ m/sec}$, $c = 100 \text{ m/sec}$ と考えればその値に対応する ω は 6.1 rad/sec となる。この振動

数は A_1 のフーリエスペクトルが最大値をもつ振動数 6.7 rad/sec とほぼ対応している。この結果より地震波のような場合に式 (4.3.6) の c_u を求めるには波動の卓越振動数を用いればよいことが知られる。同じくこの場合について地震波進行

方向での各点での応答の最大加速度の分布について調べたのが Fig. 4.3.8 の実線である。同図中の破線は後に述べるように $H_1/H_2 = 0.5$ の場合

の加速度の最大応答の分布である。 $H_1/H_2 = 2.0$ の場合には各点の加速度には大差がなく、逆に $H_1/H_2 = 0.5$ の場合には層厚大の地盤の地表面での加速度は小さくなる傾向にある。両地盤の運動の違いからいえば、層厚小の地盤から層厚大の地盤へと波動が進行する場合の方がこのような地盤に埋設された管状構造物には耐震的に不利になるものと考えられる。この結果は Fig. 4.3.2, 4.3.5 の振動数領域における検討からも推察されるところであり、振動数領域における両地点の変位振幅比はそのまま時間領域における加速度比ともなっている。

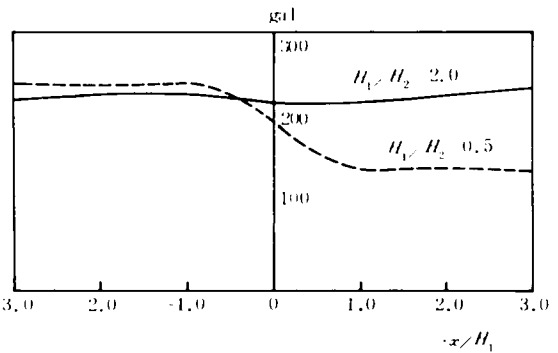


Fig. 4.3.8 地表面加速度の最大応答分布

Fig. 4.3.9 は $H_1/H_2 = 0.5$ で層厚小の地盤から層厚大の地盤へと S 265 N の波動が伝播する際の $x/H_1 = -1.0, 1.0$ の地表面における 加速度の時間応答を示したものである。 $H_1 = 30\text{ m}$, $H_2 = 60\text{ m}$, $v_t = 100\text{ m/sec}$ であり、層厚小の地盤のせん断 1 次固有円振動数は 5.33 rad/sec であり、層厚 60 m の地盤のそれは 2.66 rad/sec となっている。図より知られるように、それぞれの地点の最大加速度は $240.6, 139.7\text{ gal}$ となっており、加速度にして約半分に減少し、波動が分散して運動が小さくなっていることが知られる。

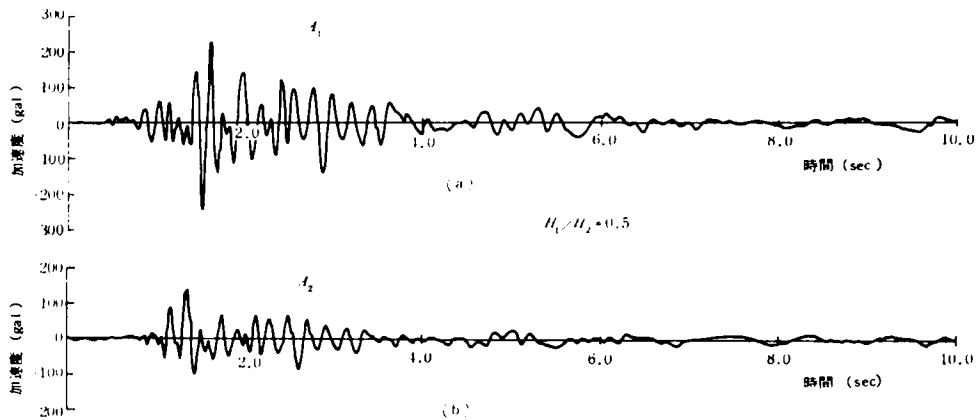


Fig. 4.3.9 地表面加速度応答

Fig. 4.3.8 の破線は $H_1/H_2 = 0.5$ の場合について波動進行方向の各点における加速度の時間応答記録により、その最大値を読みとって図示したものである。S 265 N の記録を最大値 250 gal に修正して入力としている。 $H_1/H_2 = 2.0$ の場合には両地盤における値ともほぼ同程度で 230 gal となっているのに対し、 $H_1/H_2 = 0.5$ の場合には $x = 0$ の境界付近で加速度分布の変化割合が大きく、同一の層厚をもつ地盤内各点の加速度には大差がなく、それぞれ、 240 gal , 130 gal 程度の値となる。この結果は前述のように波動の分散によるものと解釈される。

このような地盤内に管状構造物が埋設されているものとすれば、曲げ変形を受けることになり、前章の波動論による解析結果から、曲げひずみは地盤の運動加速度に比例することとも考え合わせれば Fig. 4.3.8 は構造物に生じる曲げひずみの分布形状を表わすものと考えてもよい。

4.4 結 語

本章では地震時における管状構造物の動的挙動はそれが埋設されている地点の地盤運動によって近似されうろという仮定のもとに、地盤剛性または層厚が急変する地盤層モデルを設定して波動伝播特性の解析を行なった。本文中でも述べたように、地盤構成の変化部を伝播する入射波動は Love 波型の波動であり、進行方向と直交する面内でのみ運動成分をもつ波動と仮定している。

本章の研究によって得られた成果を要約すれば以下のようなものである。

1) 剛性または層厚が急変する表層地盤内を Love 波型の定常波動が伝播する際の地盤運動は弾性波動理論によって解析可能であることを示した。その際、境界面における反射、屈折波動は各次モードの重ね合わせによって表示することは必ずしも厳密な解を与えるとは限らない。そこで、境界条件を満たし得る最適解を求めるために、Alsop⁹⁾らによって提唱された変分法を用いて、変位誤差が数%内におさまる場合の解を求めた。

2) 非定常地震波動が入射する場合、地盤構成変化部での波動伝播特性の解析が可能であることを示し、連続体振動系の時間応答計算に新たな解析手法を提示した。すなわち、定常波動に対する応答を求め、その応答特性関数を周波数伝達関数に変換する。しかる後、入力波動のフーリエ変換と周波数伝達関数を乗じたものを逆フーリエ変換することによって非定常波動に対する地盤運動の時間応答計算が可能となる。その際、非定常性を保証するために入力地震記録の前後にゼロを付加する操作を行ない、逆フーリエ変換の計算には F.D.T. を用いている。

3) 硬、軟両地盤が接合している地盤層に、その接合面を横切って波動が伝播するとき、地盤層全体としての固有振動特性は顕著ではなく、硬、軟それぞれの地盤が独自にその固有振動数付近で大きな動きを示し、しかも、互に他の地盤があることによって、軟地盤においては固有振動数が増大し逆に硬地盤においては固有振動数が減少させられる結果となる。

4) 軟地盤から硬地盤へと波動が入射する場合には逆方向に波動が伝播する場合と比較して、波動進行方向での地盤の相対的な動きは大きくなる。この結果は振動インピーダンスの相異によるものであり、軟地盤から硬地盤へは波動が透過しにくく、その逆の場合には透過しやすいことに起因している。

5) 1 次モードをもつ Love 波型の波動を入射波として与えた場合、硬、軟両地盤が接合している地盤層の接合面では反射波、屈折波ともにそのモードは 1 次モードが卓越している。

6) 層厚が急変する地盤層でその変化部を横切って Love 波型の波動が伝播する際には、剛性変化の場合のように各層の地盤がそれぞれの層の固有振動数でとくに大きく揺れることはない。

7) 層厚小の地盤から層厚大の地盤へと波動が進行する場合には、逆方向に波動が進行する場合と

比較して、水平方向での地盤運動に相対的な動きの違いが大きくなる。したがって、このような状態の地盤層に埋設された管状構造物は耐震的に不利になるものと考えられる。

8) 1次モードの Love 波型の波動を入射波動として与えても層厚急変部近傍における地盤の深さ方向の変位分布は1次モードとは異なり、互に他の地盤層での分布形状に影響されて、層厚大の地盤層内では基盤面に近い部分での変位は小さくなり、逆に層厚小の地盤層内では大きくなる。しかし、層厚急変部から離れるにしたがっていずれの地盤層でも1次モードの変位分布形状となってくる。

以上、本章では地盤構成が急変する部位での波動伝播特性について検討を加えてきたが、解析・数値計算結果から管状構造物の耐震性について総合的に判断されるところは、剛性なり、層厚なりが急変する部位では地盤の振動性状は特異な挙動を示し、変位や加速度分布の変化割合が最も著しくなる箇所であり、当然ながら、そのような箇所にある管状構造物は大きな変形を受けることになる。したがって、できる限りそのような地点での構造物の設置を避けるか、あるいは振動性状が徐々に変化しうるように何らかの施工上の配慮が必要となってくるであろう。

本章での問題点、今後の課題について列挙しておけば次のようになる。

1) 管状構造物の動的挙動は地盤運動によって近似できるものとして、地盤層のみのモデルで解析を進めたが、第3章で検討したように管状構造物の剛性による地震入力での損失も当然に考えられるところであり、管状構造物が埋設された状態での剛性や層厚が変化する地盤モデルを用いて解析していくことも今後の課題である。

2) 本章の解析モデルでも地盤は線形弾性的な挙動を示すものとして、地盤の内部減衰を考慮せずに剛性、層厚の変化に伴う振動性状の相異を明らかにすることに主眼をおいて解析を進めている。とくに、このような波動伝播問題を取り扱っていく際には、波動伝播過程におけるエネルギーの損失も重要となってくるので今後検討していく必要がある。

3) 解析モデルでは基盤層は剛であるとして Love 波型の波動伝播を取り扱ってきた。地表面に沿って伝播する波動には Rayleigh 波のような波動もあり、管状構造物の耐震性を検討する上で考慮する必要もあろう。基盤層が、ある弾性を有する場合のこのような波動伝播特性を明らかにしていくことも要望される。

4) 本章では解析モデルを設定して、波動論による理論的な検討に主眼をおいて、剛性、層厚変化部での波動伝播を取り扱ってきた。これらの解の妥当性、実用上への適用に当っては、今後実地盤あるいは模型地盤による振動実験によって検証を積み重ねていく必要がある。

第5章 模型実験による管状構造物の振動解析

5.1 概 説

前章までは主に弾性波動論によって理論解析を実施し、地中管状構造物の振動特性について論じてきた。第2、第3章ではそれぞれ適当な解析モデルを設定して、慣性力の影響と剛性による入力損失の効果について解析・検討を加え、第4章では地盤の剛性、層厚の変化する部位での波動伝播について述べた。

すなわち、第2、第3章より知られる地震時における地中にある管状構造物の挙動は埋設地点の地盤自身の運動ではほぼ近似しろという結果を用いて、第4章では地盤のみのモデルについて地盤構成の急変する部位での地盤の挙動に着目して解析した。

しかし、各章の結語でも述べたように、これらの結果は、さらに実験等によってその妥当性が検証されるとともに、解析的手法では解き得ない重要な問題についても実験的研究を進める必要があるのは当然のことである。

本章では、第4章と関連させつつ主に後者の立場より、弾性波動論やF.E.M.では解析が困難であり、なおかつ、管状構造物の耐震性を論じていくうえできわめて重要であると思われるモデルを設定して模型振動実験を実施した。そのモデルの設定に当っては以下のような考えに立脚した。

地中にある管状構造物の耐震性について考えるとき、これまでの研究成果より基本的には地震力に抵抗しろような構造様式をもつようにするよりもむしろ、地盤の動きに滑らかに追随するような配慮することが重要である。その結果、何らかの要因で振動性状が急変するような箇所は管状構造物にとっては耐震的に不利な箇所となる。このような振動性状が急変する場合には大別して次の2つの場合が考えられる。1つは管状構造物自体は長手方向に一樣な構造様式をもっているが、それが埋設されている地盤がその長手方向に変化している場合である。第4章で取り扱ったように地盤の剛性や層厚が急変している場合がこの例であり、その急変部近傍では地盤の振動性状が急変することはすでに理論的に指摘したとおりであり、その急変部に埋設された管状構造物にも多分、大きなひずみが発生するはずである。

また、第2の場合、埋設されている地盤そのものは一樣な地盤層であるが管状構造物自体に振動性状の一樣性を保ち得ないような構造的に特殊な部分を有する場合である。例えば、水道管、電話、ガス管などのマンホール、地下鉄のプラットフォーム、沈埋トンネルでは換気塔部分などのように地上への開口部となっている長手方向に垂直な構造物であるとか、他構造物との継手部、屈曲構造部などがこれに相当する。このような箇所は恐らく、地盤に全く追随して運動するのではなくて、隣接構造

物による運動の拘束を受けて特異な挙動を示すものと考えられる。実際、地震時における管状構造物の震害例を検討しても、上述の箇所における破損、破壊がきわめて多いことから、このような箇所における振動性状を明らかにすることは重要である。第3章で両端が拘束された管状構造物の振動性状を波動論によって取り扱ったが、この場合も第2の例に相当する。

そこで、本章では各節とも模型地盤を用いて上述の第1、第2に相当するモデルの場合について振動実験を実施し、振動性状急変部での挙動を調べた。

5.2、5.3ではそれぞれ地盤の剛性と層厚が急変している弾性地盤模型をゼラチンで作製し、その地盤中に合成ゴムで作った管状構造物を埋め込んで、定常加振実験および衝撃波による振動実験を行ない、主に構造物に生じるひずみの応答特性について検討した。また、5.4では構造物自体が特殊な部分をもつ場合を取り扱った。アクリルアミド系のグラウト剤で作製した地盤中に地上への開口部をもつ地中トンネル模型を合成ゴムで作製し、同じく定常振動実験と衝撃波による振動実験を実施して開口部付近の構造物の挙動を測定した。なお、これらの実験と従来の実験的研究との関連については第1章2節に述べたとおりである。そして、5.5では本章の模型振動実験による研究成果をとりまとめて列挙し、同時に本章に関連して今後に残された課題のいくつかを記した。

5.2 地盤剛性の急変する部位に埋設された管状構造物の模型振動実験

5.2.1 実験概要

洪積層と沖積層などのように硬さの異なる両地盤にわたって管状構造物が埋設されている場合についてモデル化を行なって模型実験を実施した。

まず、本実験における相似律について以下のような検討を行なった。

振動系に参与する物理量には次の諸量が考えられる。

h [L] : 構造物の埋設深さ

H [L] : 地盤の層厚

a [L] : 構造物の外径

ρ_g, ρ_s [$FT^2 L^{-3}$] : 地盤、構造物の密度

E_g, E_s [FL^{-2}] : 地盤、構造物の弾性定数

ω [T^{-1}] : 加振円振動数

u [L] : 構造物の応答変位

以上の物理量で構成される振動現象は次式で表わされる。

$$f(h, H, a, \rho_g, E_g, \rho_s, E_s, \omega, u) = 0 \quad \cdots \cdots \cdots (5.2.1)$$

ここで、Buckingham の π 定理によって、 a 、 ρ_s 、 E_s を基本量に選べば、この系は次の無次元諸量によって表わせる。

$$f' \left(\frac{h}{a}, \frac{H}{a}, \frac{\rho_g}{\rho_s}, \frac{E_g}{E_s}, \frac{a^2 \rho_s \omega^2}{E_s}, \frac{u}{a} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (5.2.2)$$

上式中の $a^2 \rho_s \omega^2$ は構造物のもつ慣性力に相当する項であり、ここで取り扱っているような中空断面の構造物においては、系の振動特性を左右するほどの要素ではないことが前章の研究結果からも知られている。そこで、 $a^2 \rho_s \omega^2 / E_s$ の項を無視すれば管状構造物の応答変位については次の関係式が得られる。

$$\frac{u}{a} = f'' \left(\frac{h}{a}, \frac{H}{a}, \frac{\rho_g}{\rho_s}, \frac{E_g}{E_s} \right) \quad \dots\dots\dots (5.2.3)$$

すなわち、上式は、長さ比、密度比、弾性定数比を原型と模型においてそれぞれ等しくなるように決めれば、構造物の応答変位の管径に対する比率は原型と模型で等しくなることを示している。本実験においては模型全体の寸法、模型地盤材料などを考慮して、長さ比 $L_p/L_m = 150$ 、密度比 $\rho_p/\rho_m = 2.0$ 、弾性定数比 $E_p/E_m = 7,000$ なる値を用いることにした。このとき、時間比 $\frac{T_p}{T_m} = \frac{L_p}{L_m} \cdot \sqrt{\frac{\rho_p}{\rho_m} \frac{E_p}{E_m}} = 2.55$ 、加速度比 $\frac{a_p}{a_m} = \left(\frac{L_p}{L_m} \right) / \left(\frac{T_p}{T_m} \right)^2 = 23.3$ 、振動数比 $\omega_p/\omega_m = 1 / \left(\frac{T_p}{T_m} \right) = 0.4$ と求められる。上式中の添字 p 、 m はそれぞれ prototype, model を表わしている。

本実験模型の寸法およびそれに対応する実地盤と構造物の寸法を上述した相似律を用いて計算し、一括して Table 5.2.1 に示した。

次に使用した実験材料の物理的性質について述べる。地盤材料については相似律より計算される弾性定数比が比較的良く合うこと、複雑な地盤条件を作製しうること、地盤内の構造物の変位を測定できるような透明度をもつこと、などを考慮してゼラチンを使用した。ゼラチンの弾性定数は温度に左右されやすいために、できる限り一

Table 5.2.1

		原 型		模 型	
		軟 層	硬 層	軟 層	硬 層
地 盤	弾 性 定 数 (t/m^2)	17500	37100	2.5	5.3
	単位体積重量 (t/m^3)	2.0	2.0	1.0	1.0
	ポ ア ソ ン 比	0.495	0.495	0.495	0.495
埋 設 管	材 料	鉄筋コンクリート		合成ゴム	
	寸 法 (m)	4.5 ϕ ×180		0.03 ϕ ×1.2	
	弾 性 定 数 (kg/m^2)	3.57×10 ⁹		51.0	
	単 位 重 量 (t/m^3)	3.0		1.5	

定の気温時に実験を行なうとともに各実験ごとに弾性定数を測定した。その測定法は Fig. 5.2.1 に示すように $\phi 60 \times 120$ mm の供試体にダイヤルゲージを通して載荷し、荷重—変位の関係を求め、そのころ配より弾性定数を決定した。Fig. 5.2.2 には荷重—変位曲線の 1 例を、Fig. 5.2.3 には測定時室温とゼラチンの弾性定数 E との関係を図示した。本実験では比較的一定の弾性定数 E で測定が実施されたと解してもよいであろう。

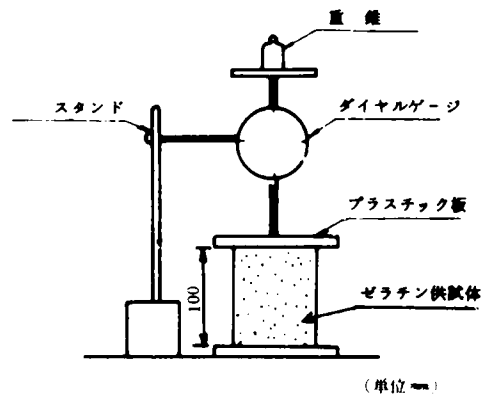


Fig. 5.2.1 弾性定数の測定法

また、ゼラチンの乾燥を防ぐためにゼラチン表面にシリコングリースを塗布し、さらに、グリセリンを添加した。このグリセリンは乾燥を防ぐとともにゼラチン濃度をおさえて弾性定数を増大する作用を有し、この使用によってより透明な模型地盤の作製が可能となった。また、ゼラチンの腐敗の間

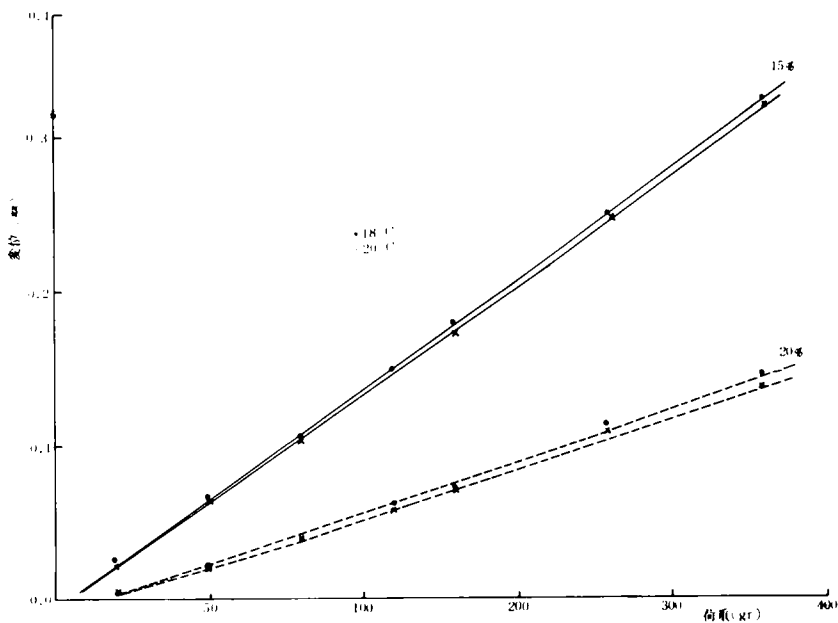


Fig. 5.2.2 荷重—変位関係

題については安息香酸を0.2%添加して酸性にすることによって解決し得た。本実験に用いた地盤材料の配合は Table 5.2.2 に示すとおりであり、軟かい方の地盤は0.25

kg/cm^3 ，硬い方

の表盤は0.53

kg/cm^3 の弾性定

数を有し，実地

盤においては横

波速度は約160

m/sec に相当するようなモデルである。次に管状構造物の模型としては実際の構造物を鉄筋コンクリート製と仮定し，弾性定数比 $1/7,000$ に近いものとして合成ゴムを用いた。この合成ゴムは市販のもので，硬度70，弾性定数 E は $51 \text{ kg}/\text{cm}^2$ である。模型作製の技術上，幾何学的相似律を合やすことは困難であったので，相似律から計算した曲げ剛性比率が直径5.0 m，厚さ0.5 mの中空円断面の構造物に等価となるように模型構造物の断面寸法を決定して $\phi 30 \times 1,200 \text{ mm}$ の合成ゴム棒を使用することとした。

次に測定に用いた計器および模型作製方法について述べる。

Fig. 5.2.4 に実験模型の全体図を示すと同時に，計測に用いた種々の計器の配置を示した。振動台（松平式UBC-10A型）上には小型加速度計（共和製BA 5 G-120）と変位計（エミックス製可動コア型）を取り付けて，それぞれ振動台の加速度，変位を測定した。また，Fig. 5.2.4 の記号 G_1, G_2 に示した位置に，構造物長手方向およびそれに直交する水平面内の地盤内加速度成分を測定するため2点ずつ計4個の小型加速度計を防水処理を施した後，ゼラチン地盤内に埋め込んだ。

合成ゴムの構造物模型につ

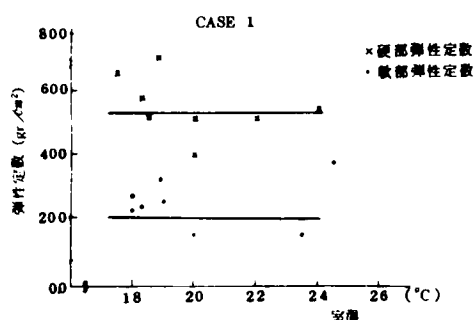


Fig. 5.2.3 室温と弾性定数の関係

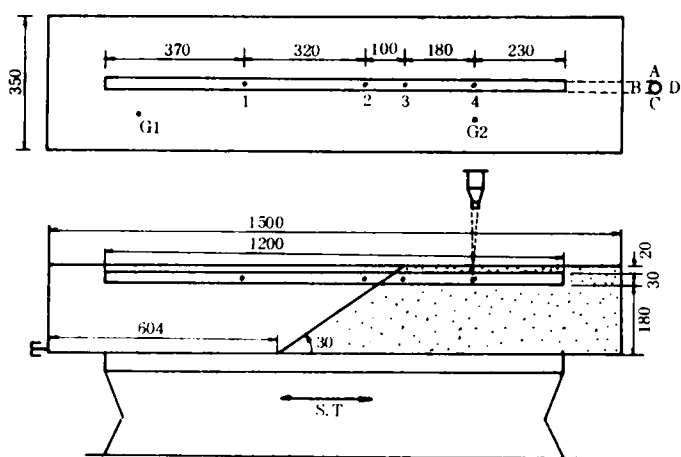


Fig. 5.2.4 模型実験概略図

いては、Fig. 5.2.4に示すように長手方向の測点 $\#1 \sim \#4$ の4箇所について、それぞれ構造物断面の円周方向 $A \sim D$ の4点における合計16点でのひずみを計測した。ストレインゲージには合成ゴムという軟かい材料のひずみを計測する都合上、ゲージベースの軟かい特殊ゲージ（共和製KLM-6-A9）を使用した。

さらに、ゼラチンの透明性を利用して、その中に埋設された合成ゴム棒の動きを計測するために非接触型変位計（ツィンマー製・M-100）を利用した。この変位計は構造物に接着された白黒境界をもつ標的の移動に伴う信号波の位相差の変動を電圧に変換し、変位量を直接に読みとることのできるものであり、分触能は0.01 mmの性能をもつものである。

模型作製は振動台上に1500×350×350 mmの鋼鉄製の振動箱を設置し、その中に硬軟両地盤の境界壁を設けて、ゲージを貼りつけた合成ゴム棒を固定枠より吊り下げる。最初に、硬い地盤に相当する箇所に液状ゼラチンを打設し、硬化後に境界壁を取り除いてもう一方の箇所に軟かい地盤に相当するゼラチンを打設して、その硬化後に吊り糸を切断するという方法を用いた。Photo 5.2.1はゼラチン地盤内に埋設された合成ゴム模型構造物の状態を示している。

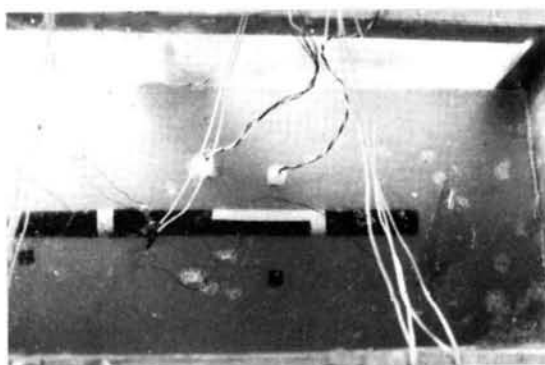


Photo 5.2.1 模 型

次に実験方法について述べる。本実験では大別して定常加振と衝撃波による2種類の振動実験を実施した。

定常加振実験においては、構造物の長手方向およびそれに直交する方向に加振して、入力加速度が一定（50 gal，100 gal）で加振振動数を変化させる実験と変位振幅が一定（0.1 mm）で振動数を一定の速度で減ずる sweep 実験をおのおの場合について行なった。

衝撃波による実験では構造物の長手方向およびそれに直交する方向に硬軟両地盤の端より板たたき法の要領によって打撃を加えて、それぞれ縦波、横波が構造物の長手方向に伝播する際の地盤内加速度および構造物のひずみ応答を計測した。

次に、振動箱の側壁は系の応答にかなりの影響を与えるものと考えられたので、側壁の取りはずせる振動箱を用いて、その有無による応答の相違を調べる実験をも実施した。

以上の実験の種類と記号表示を Table 5.2.3 に一括して示した。

Table 5.2.3 硬さの異なる地盤内埋設管振動実験

定常加振方向	実験数	側 壁	記 号	衝撃位置	波動の種類	記 号
軸	2	有	CASE 1A	軟	縦 波	CASE 1SP
軸直角	2	有	CASE 1B	軟	横 波	CASE 1SS
上 下	1	有	CASE 1C	硬	縦 波	CASE 1HP
軸	1	軸方向無	CASE 1A'	硬	横 波	CASE 1HS
軸	1	全無	CASE 1A''			

5.2.2 定常加振実験結果とその考察

最初に構造物の長手方向に人力加速度一定で加振した場合の各応答特性について述べる。

Fig. 5.2.5は G1（軟かい地盤内に埋設された構造物長手方向の加速度成分）と G2（硬い地盤内に埋設された同上の加速度成分）の共

振曲線を示したものである。G1の曲線は 420, 700 cpm でピークを有し、G2は 550, 800 cpm で加速度応答が大きくなっている。棒の縦振動における 1 次固有振動数は両端自由の境界条件の場合は、 $f_1 = 1/2l \sqrt{E_s g / \rho_s}$ として表わされる。そこで、本模型の構造物の諸定数を考慮して計算すれば $f_1 = 1,440$ cpm と求められる。構造物周辺地盤の拘束によってこの固有振動数はさらに増大することを考え合わせれば、Fig. 5.2.5 中には構

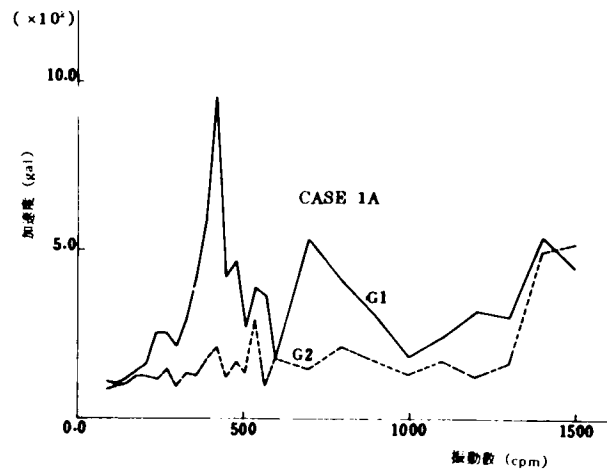


Fig. 5.2.5 加速度共振曲線

造物の固有振動特性が現われていないものと考えられ、420, 700 ~ 800 cpm のピークは軟地盤、硬地盤の共振振動数に対応しているものと推察できる。同図より知られるように、硬さの異なる地盤が接続している系においては、振動系全体の特性を示すような揺れ方をするのではなく、各地盤がそれぞれの固有振動特性を示しつつ独自の揺れ方をすることが知られる。この現象は岩崎¹⁾らによって報告されている結果と同一の現象である。

次に、Fig. 5.2.6には管状構造物の長手方向の 4 測点で得られた軸ひずみの共振曲線を示した。軟地盤と硬地盤のそれぞれの共振振動数で軸ひずみが大きな応答を示している。420 cpm では、硬、

軟向地盤の境界近傍におけるひずみ 2 B , 3 A がとくに大きな値を示し、端部でのひずみ 1 A 4 C と比較して5倍程度にもなっていることが特徴的である。共振振動数付近では両地盤の揺れ方の違いが明瞭となりとくに境界付近では、それら運動性状の変化部となっており、地盤変形がそのまま構造物に伝達されて、その付近の構造物に生じる軸ひずみも大きくなっているものと考えられる。

Fig. 5.2.7は構造物上の測点3における円周方向の1箇所(A~D)でのひずみの共振曲線を示したものである。構造物の長手方向に加振しているので地盤の運動成分が長手方向のみであれば3 A ~ 3 Dのひずみは本来同じ値を示すはずのものであるが、800 cpmでは3 A と3 Dでは値が若干異なっている。絶対値で計算して3 A , 3 C の平均値が水平面内におけるひずみ3 B , 3 D とほぼ等しくなっている。このことから長手方向加振によって地盤振動に上下方向成分も生じており、構造物は鉛直

面内での曲げ変形も若干ながら生じているものと思われる。この結果は3 A , 3 C の時間記録における位相特性からも判断される。

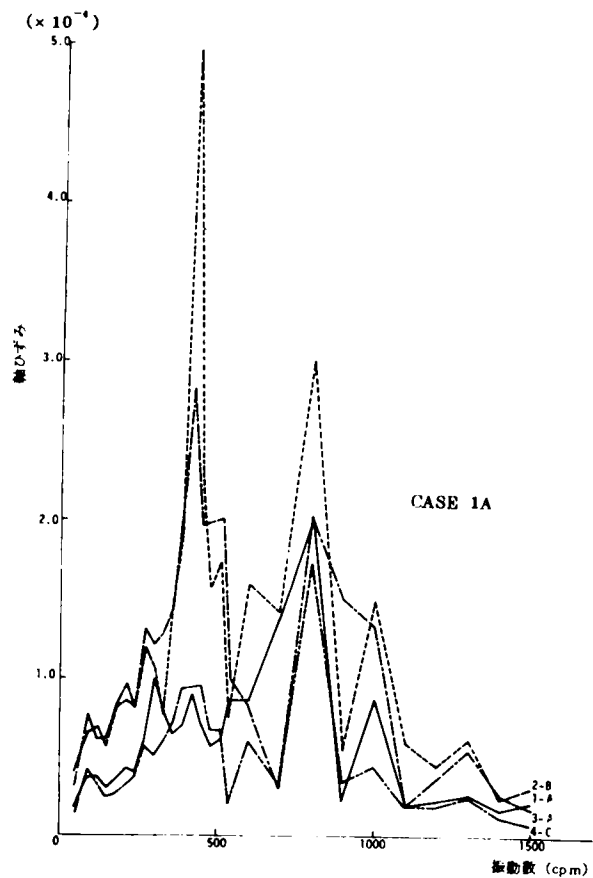


Fig. 5.2.6 軸ひずみ共振曲線

Fig. 5.2.8は振動箱の側壁を取りはずして模型地盤の端部が自由端となるようにした場合の地盤内加速度をしめしたものであり、Fig. 5.2.9はそのときの構造物の応答ひずみをしめしたものである。側壁があり固定端の場合の結果Fig. 5.2.5 5.2.6と比較してみれば、自由端のときは地盤の応答変位は明らかに大きくなり、一方、地盤内加速度は逆に減少していることが知られる。そして自由端の場合には硬、軟両地盤における応答特性の差異が、固定端の場合と比較して一層明確となってくることもわかる。また、構造物の軸ひずみは自由端の場合には大きくでている。この結果は両地盤における応答特性の差異が著しくなり、構造物長手方向での地盤の変形が大きくなることによるものと考えられる。

次に、構造物の長手方向に直交する方向に加振した場合の結果について述べる。この場合には構造物は曲げ振動を受けて変形することが予想され、とくに、硬、軟両地盤の境界付近における構造物の振動性状に着目して検討する。

Fig. 5.2.10は G_1 （軟かい地盤内での長手直角方向の加速度成分）と G_2 （硬い地盤内での同上の加速度成分）の共振曲線を示したものである。また、Fig. 5.2.11はそのときの構造物長手方向の4点A～Dにおける曲げひずみの共振曲線である。加速度共振曲線は G_1 では450 cpm、 G_2 では

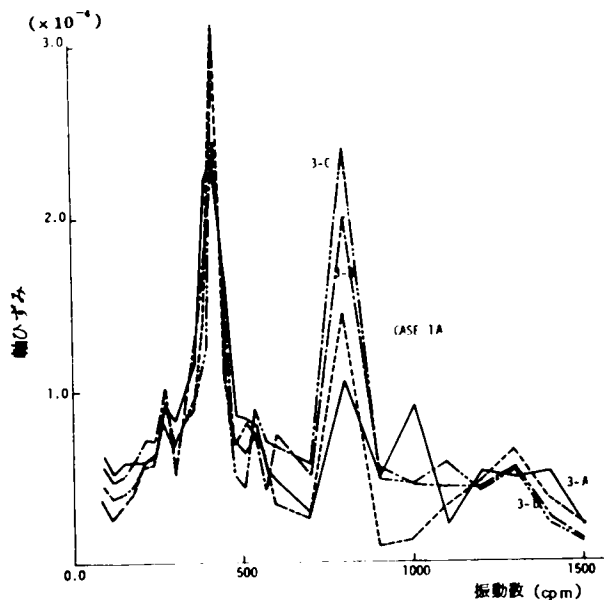


Fig. 5.2.7 軸ひずみ共振曲線

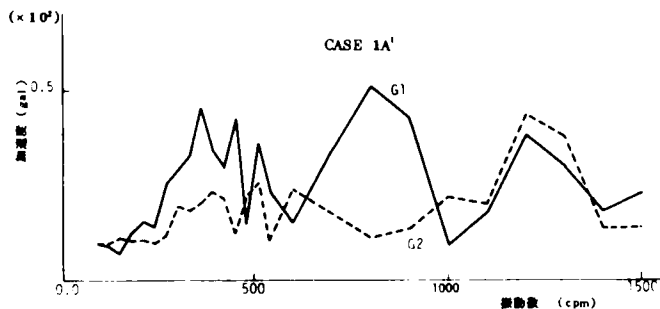


Fig. 5.2.8 加速度共振曲線

700 cpmでそれぞれピークを有している。 $(\times 10^{-4})$

この加振方向においても両地盤はそれぞれの固有振動数付近で大きな応答値を示し各層が独自の揺れ方を示しているのがわかる。一方、ひずみの共振曲線は 700 cpmでは各点ともに大きな値となっているが、450 cpmでは顕著なピークをもたないことが特徴である。この場合には硬い方の地盤で構造物が固定されたような状態にあり、軟かい地盤内で曲げ変形を受けていることが考えられる。Fig. 5.2.11にみるように硬い地盤内での曲げひずみの値がいずれも小さいことから上述の現象が推察される。

Fig. 5.2.12には各測点に生じる最大曲げひずみの分布を示した。地盤の硬さが変化する境界付近での曲げひずみは端部におけるひずみよりも大きく、境界付近で構造物は複雑な振動性状をすることが知られる。また、前述の構造物長手方向に加振した際に生じる軸ひずみと比較するとき、同一の入力加速度 (100 gal) に対して構造物に生じる曲げひずみは、その最大値においても軸ひずみの1/2以下となっており、軸ひずみは曲げひずみよりも卓越することがわかる。もちろん、周辺の側壁などの影響もあり、両者の現象を同一に比較することは多少の無理があるが、他の条件下での実験でも上述と同様の結果が得られている。

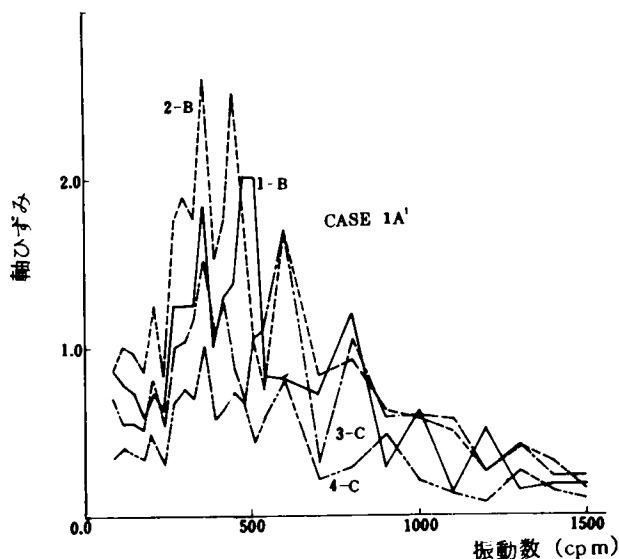


Fig. 5.2.9 軸ひずみ共振曲線

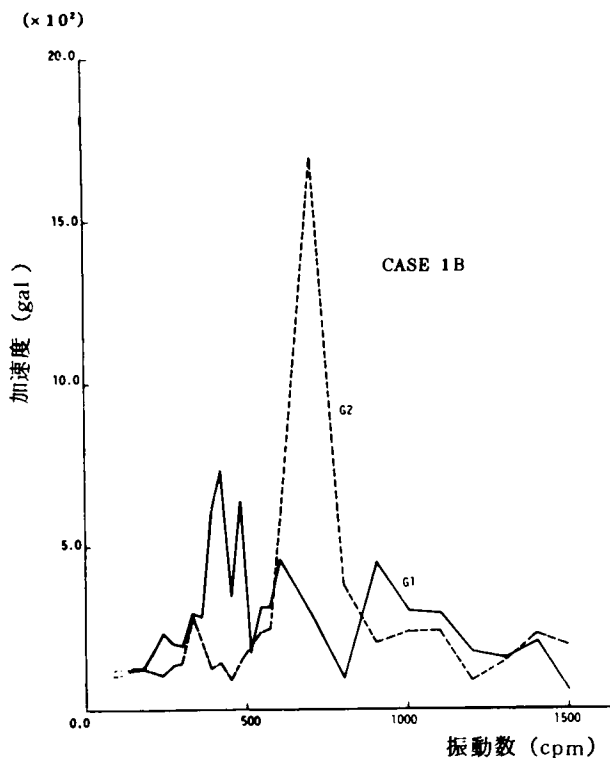


Fig. 5.2.10 加速度共振曲線

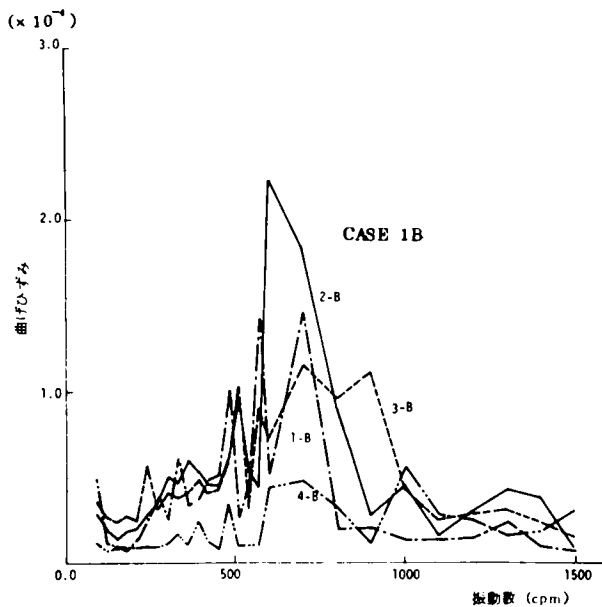


Fig. 5.2.11 曲げひずみ共振曲線

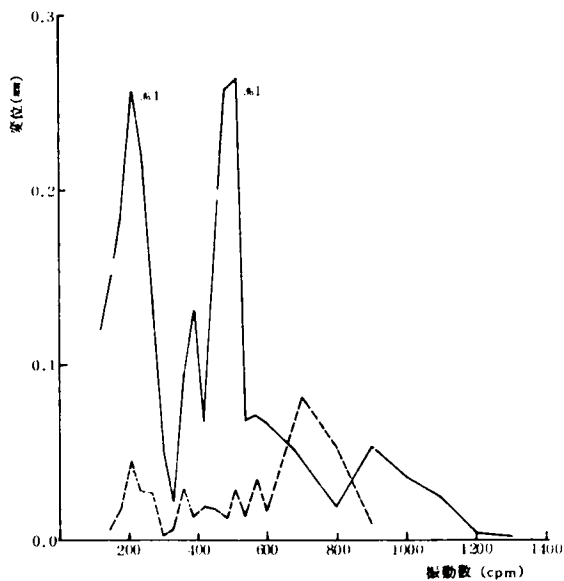


Fig. 5.2.13 構造物変位の共振曲線

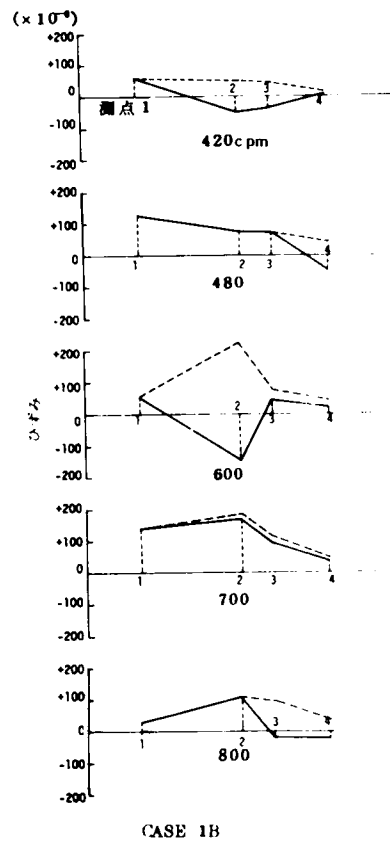


Fig. 5.2.12 軸ひずみの長手方向分布

次に, Fig. 5.2.13 にはコンタクトレス変位計を用いて測定した硬, 軟両地盤中での構造物の相対変位の共振曲線を示したものである。前出 Fig. 5.2.10 より 450 cpm, 700 cpm 付近はそれぞれ軟, 硬地盤の共振振動数であると考えられるが構造物変位もそれらの振動数で大きくなって

いる。硬い地盤内での構造物応答変位は小さく、軟地盤内での数分の一程度となっている。また、図より知られるように構造物が軟地盤内で大きく揺れているときには硬地盤内では動きは小さいが、逆に、硬地盤の共振振動数付近では硬、軟両地盤内では構造物の変位は同程度の大きさとなっている。

5.2.3 衝撃波による振動実験結果とその考察

衝撃波の伝播に関しては次の4種類の実験を実施した。すなわち、1) S.P. (Soft, P-Wave) : 軟地盤の端部において構造物の長手方向に衝撃を加えて縦波を発生させる場合、2) S.S. (Soft, S-Wave) : 軟地盤の端部において構造物の長手直角方向に衝撃を加えて横波を発生させる場合、3) H.P. (Hard, P-Wave) , 硬地盤の端部より縦波を発生させる場合、4) H.S. (Hard, S-Wave), 硬地盤の端部より横波を発生させる場合、である。

Fig. 5.2.14 は上記の各実験によって得られた構造物長手方向の4測点における最大ひずみ量を、衝撃を加えた箇所に近い測点(1または4)でのひずみ量で除して、ひずみ増幅率を求めたものである。硬軟両地盤における境界近傍でひずみがとくに大きな値をとっている。S.P.とH.P.の場合には構造物に生じる軸ひずみの分布形状には大した差異は認められない。しかし、S波の伝播によって構造物に曲げひずみが生じる場合には、H.S.の方がS.S.に比較して境界付近の測点2, 3で大きな応答値を示している。これは振動インピーダンスの違いによるものであり、S.S.の場合には波動が伝播してゆく側の地盤の運動が止められるのに対し、H.S.のときには逆に伝播側の地盤運動が増大せられる結果であると考えられる。

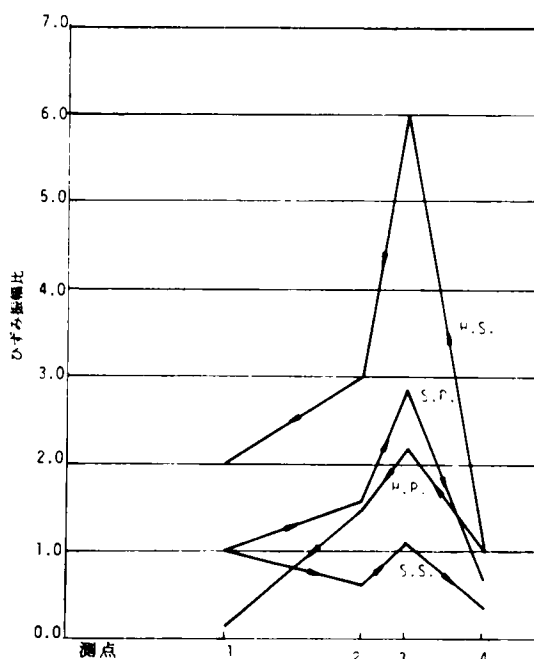


Fig. 5.2.14 ひずみ分布

Fig.5.2.15, Fig.5.2.16 は一例としてS.S., H.S.の場合における4測点(1B~4B)で得られた時間記録より、F.F.T. (Fast Fourier Transform)によってパワースペクトルを計算したものである。

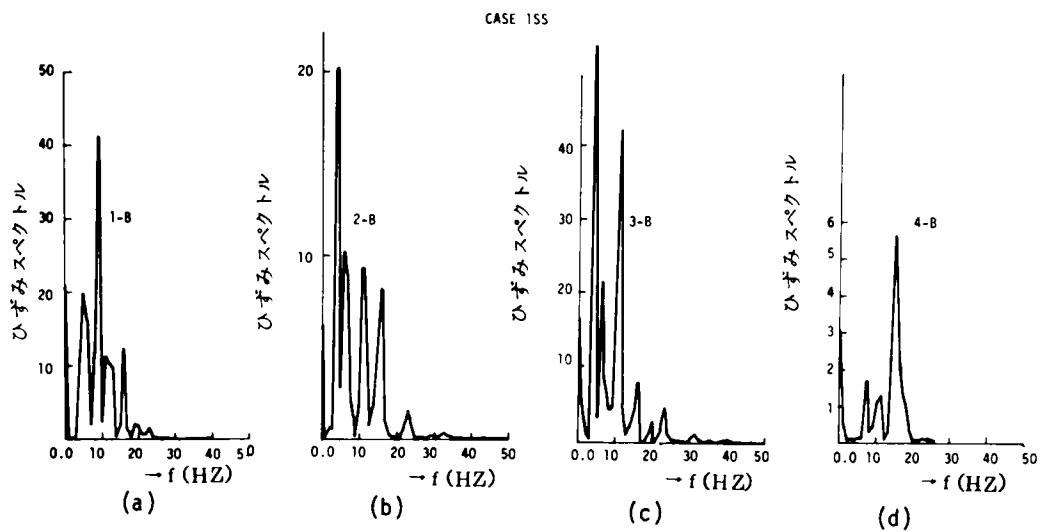


Fig. 5.2.15 ひずみのパワースペクトル (S.S.)

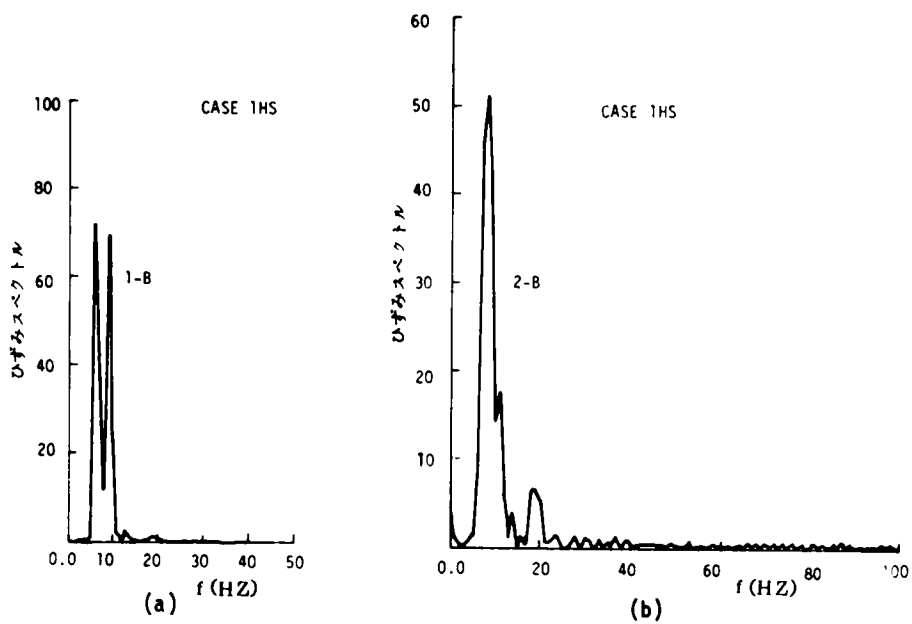


Fig. 5.2.16 ひずみのパワースペクトル (H.S.)

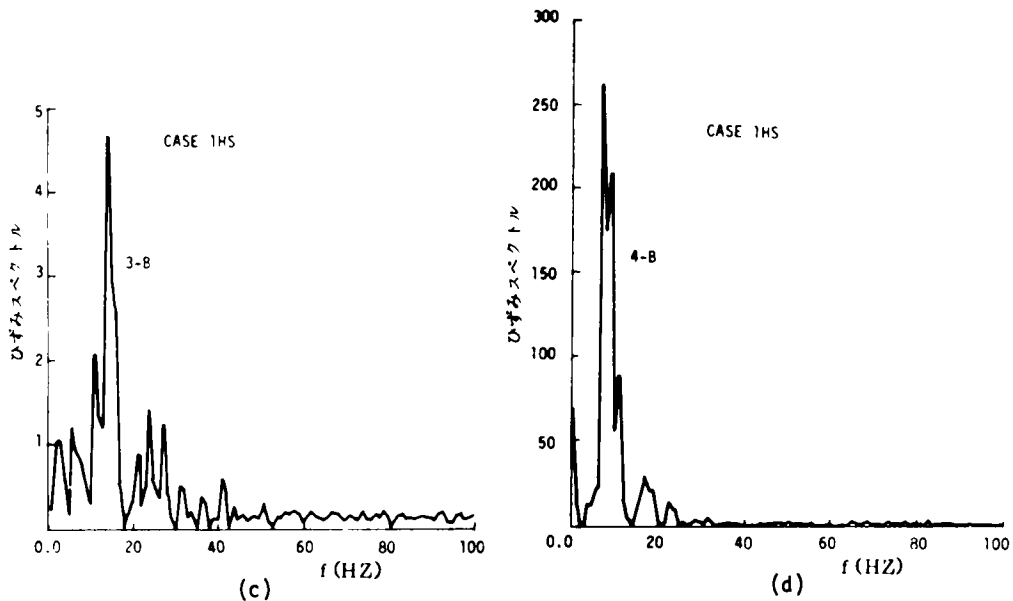


Fig. 5.2.16 ひずみのパワースペクトル (H.S.)

Fig. 5.2.15 の S.S. の場合についてみれば、いずれも 15 Hz 付近にピークを示す点においては同様のスペクトル構造をもっている。そして、硬地盤内にある構造物の測点での 4B のスペクトルでは軟地盤内での測点の 1B, 2B のスペクトルにみられる低周波域でのピークが cut されていることがわかる。すなわち、硬地盤の固有振動数は軟地盤におけるそれよりも高い振動数をもっているために上述の結果が得られたものと考えられ、地盤の動特性がそのまま構造物の応答特性に反映されていることが知られる。

Fig. 5.2.16 の H.S. の場合については、逆に、4B のスペクトルでみられる高周波域でのピークが 1B, 2B では cut されて 7~8 Hz 付近にのみピークをもつようになってきている。

Fig. 5.2.17 は S.S., H.S. の実験によって得られた 2B での構造物変位のパワースペクトルを計算したものである。Fig. 5.2.15, 5.2.16 のひずみのスペクトルと比較すればひずみのスペクトルにみられる高周波部分でのピークが変位スペクトルにはみられない。S.S., H.S. の実験では構造物の曲げひずみを計測しており、それは運動加速度に比例的な量であることを考えれば上述の結果は納得される。

これらのことより、波動が構造物の長手方向に伝播してゆく際にも、定常加振の場合と同様に、地盤の応答にはそれぞれの固有振動特性が顕著に現われて、構造物にも地盤と同様の変形を生ぜしめることが知られ、相対変位が大きくなる境界付近ではとくに構造物に大きなひずみが発生することが明

らかである。

そして、この傾向は構造物に曲げ変形を引き起す波動が長手方向に伝播する場合に顕著であることがわかる。

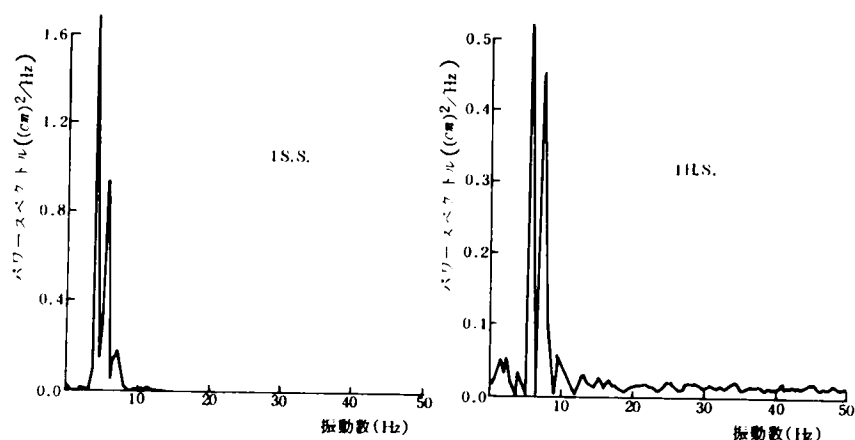


Fig. 5.2.17 変位のパワースペクトル

5.3 地盤層厚の急変する部位に埋設された管状構造物の模型振動実験

5.3.1 実験概要

表層地盤の層厚が急変するような箇所に管状構造物が埋設されている場合についてのモデル化を行ない模型実験を実施した。

相似律については5.2の実験と同様の検討を行なった結果、長さ比 $L_p/L_m = 150$ 、密度比 $\rho_p/\rho_m = 2.0$ 、弾性定数比 $E_p/E_m = 7,000$ なる値を用いた。

このときには、時間比 $T_p/T_m = 2.55$ 、加速度比 $a_p/a_m = 23.3$ 、振動数比 $\omega_p/\omega_m = 0.4$ と求め

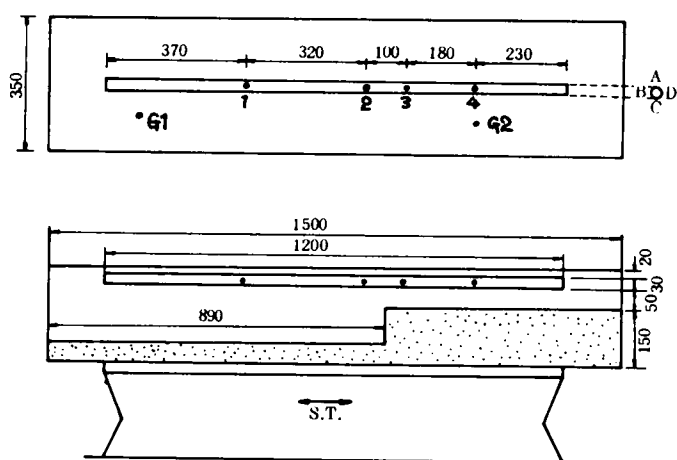


Fig. 5.3.1 模型実験概略図

られる。

本実験のモデル図を Fig. 5.3.1 に示した。基盤に相当する所には 800 gr/cm^2 の弾性定数 E をもつゼラチンを用い、表層地盤には 400 gr/cm^2 のゼラチンを用いた。表層厚は大きい方で 200 mm 、小さい方で 100 mm として層厚比が $2 : 1$ となるようにした。本実験で用いた地盤と構造物模型の寸法および物理的性質とそれらに対応する実地盤と構造物の諸量を相似律から計算して Table 5.3.1 に一括して示した。

また、測定計器については前節とほとんど同様であり、小型加速度計、変位計、非接触型変位計、ひずみゲージなどを用いた。

Table 5.3.1

		原 型		模 型	
		表 層	基 層	表 層	基 層
地盤定数	弾性定数 (t/m^2)	28000	56000	4.0	8.0
	単位重量 (t/m^3)	2.0	2.0	1.0	1.0
	ポアソン比	0.495	0.495	0.495	0.495

また、実験方法については定常加振実験と衝撃波伝播実験を実施して構造物が軸方向振動および曲げ振動を行なう際の応答特性を測定した。

なお、本実験では前節の実験結果な

Table 5.3.2

どもふまえ、構造物が

地盤と同様の挙動を示すものかどうかを検討する意味で、構造物がなく層厚の変化する地盤層のみのモデルについて

ても上と同様の実験を行なった。実験の種類と記号表示をTable 5.3.2に示した。

定常加振実験				衝撃波伝播実験		
加振方向	実験数	側 壁	記 号	打撃位置	波動	記 号
軸	2	有	CASE 2A	層厚大	縦波	CASE 2HP
軸直角	2	有	CASE 2B	層厚大	横波	CASE 2HS
軸	1	軸方向無	CASE 2A'	層厚小	縦波	CASE 2LP
軸	1	全無	CASE 2A''	層厚小	横波	CASE 2LS
軸直角	2	全無	CASE 2B''			
地盤のみの振動実験						
軸	1	有	CASE 3A			
軸直角	1	有	CASE 3B			
軸軸	1	軸方向無	CASE 3A'			
軸	1	全無	CASE 3A''			
軸直角	1	全無	CASE 3B''			

どもふまえ、構造物が地盤と同様の挙動を示すものかどうかを検討する意味で、構造物がなく層厚の変化する地盤層のみのモデルについても上と同様の実験を行なった。実験の種類と記号表示を Table 5.3.2 に示した。

5.3.2 定常加振実験結果とその考察

Fig. 5.3.2 は表層厚が急変する地盤層内に埋設された構造物を一樣に構造物長手方向に加振した場合について、 G_1 （層厚大の地盤内の加振方向の加速度成分）と G_2 （層厚小の地盤内の加振方向の加速度成分）の共振曲線を示したものである。

G_1 の値は G_2 よりも一般に大きく、表層厚さが大きいほど揺れやすいことを示している。また、 700 cpm 付近以外の振動数領域において G_1 と G_2 はほとんど同様の特性をしめすことも特徴的であ

る。

また、Fig. 5.3.3にはこの場合における構造物の長手方向4点での軸ひずみの共振曲線を示した。測点 1A, 2C, 3C, 4Aで得られた記録はその大きさにおいても周波数特性においてもほとんど同様の傾向を示すことがわかる。そして層厚の急変する境界近傍でとくにひずみが著しく大きくなるということもない。層厚が変化する場合には剛性が変化する場合と異なって、構造物は均質な地盤内に埋設

されており、層厚の違う両地盤が全く独自の運動をすることもないので上述の計測結果が得られたものと考えられる。

Fig. 5.3.4には振動箱の加振方向に直交する面の側壁^{*}を取り除いた場合の G1, G2 の応答加速度共振曲線を示した。Fig. 5.3.2の側壁がある場合と比較すれば、応答値が一般に大きくなっていることが特徴である。しかし、側壁を取り除いた場合でもやはり G1 と G2 の応答特性には

*地盤層モデル作製のための型わくとなり鋼鉄製のものである。

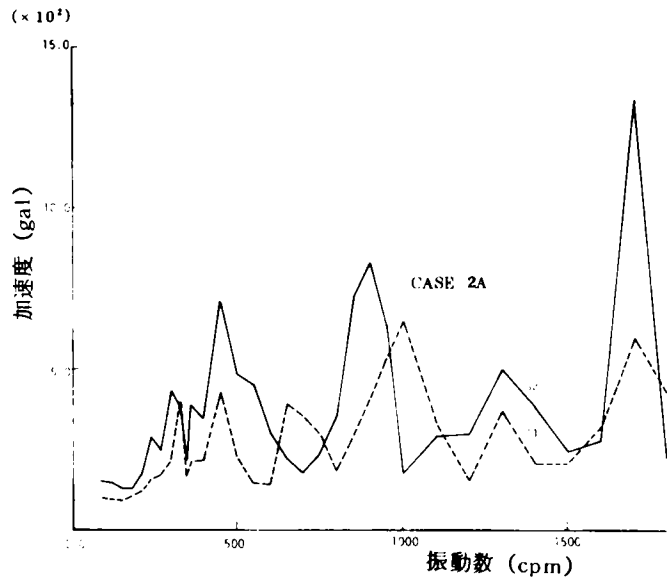


Fig. 5.3.2 加速度共振曲線

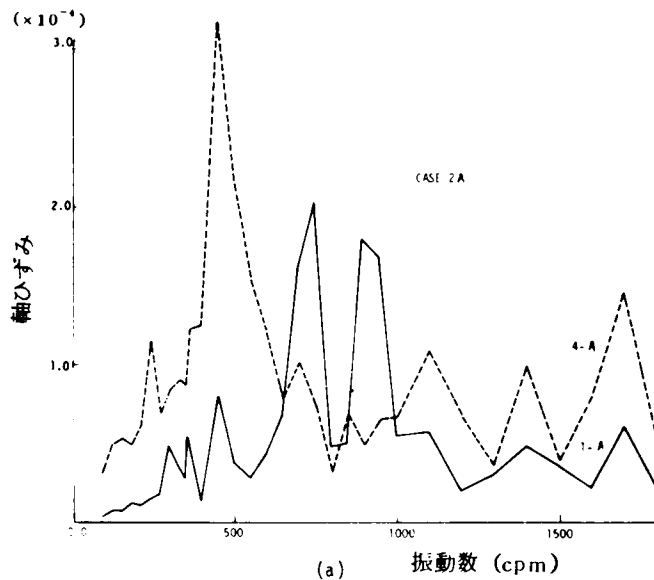


Fig. 5.3.3 軸ひずみ共振曲線

あまり差異のないことが知られる。この場合について各振動数における構造物の長手方向における軸ひずみの分布を示したのがFig. 5.3.5である。図中の測点2, 3の中間部で層厚が急変しているが、やはりこの場合にも変化部付近のひずみ $2D$, $3D$ が大きなひずみとなることはなく、ほとんど各点ともに様なひずみ分布となっている。

次に、ゼラチン地盤内より構造物を引き抜いて、空隙を再び表層地盤と同質のゼラチンで埋め戻して地盤のみの場合の加振実験を行なった。長手方向に加振した場合の両地盤層内に埋められた加速度計より得られた記録から求めた共振曲線がFig. 5.3.6である。Fig. 5.3.1の構造物が埋設されている場合と比較すれば、G1の方はほとんど同様の周波数特性を示し、G2はその共振振動数が若干低下している程度でやはり構造物が埋設されていない場合と同様の周波数特性をもっている。すなわち、構造物の埋設の有

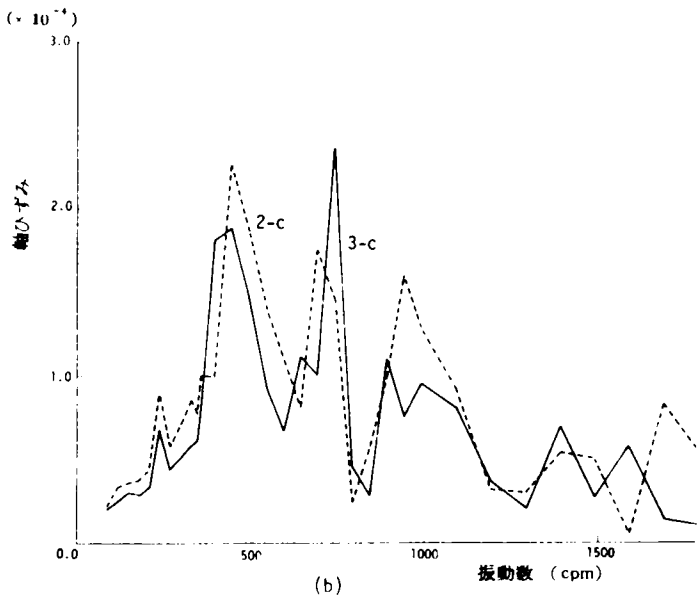


Fig. 5.3.3 軸ひずみ共振曲線

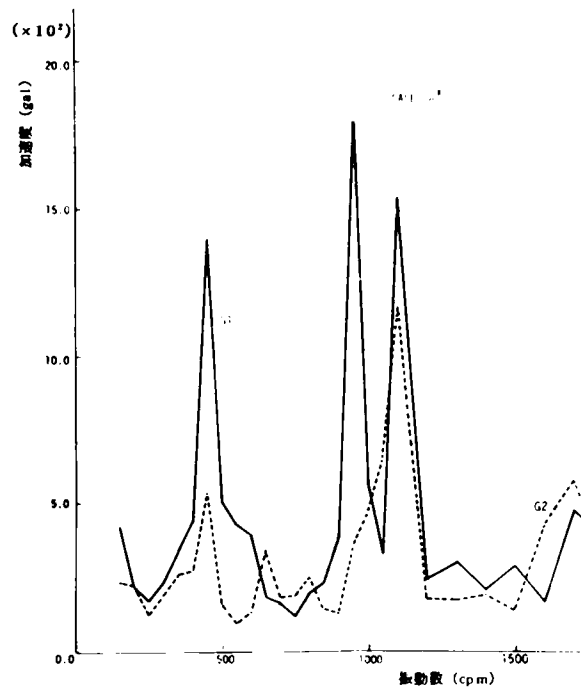


Fig. 5.3.4 加速度共振曲線

無は地盤の振動特性にほとんど影響を与えないともいえる。もし地盤—構造物系の振動特性に構造物自身の固有振動が現われてくれば上述のような結果は得られないはずである。したがって、構造物のもつ慣性力が小さく、構造物が地盤変形に対して相対変形を引き起こそうとする周辺地盤の拘束が大きく、構造物の運動は地盤運動に追従していることが推察される。

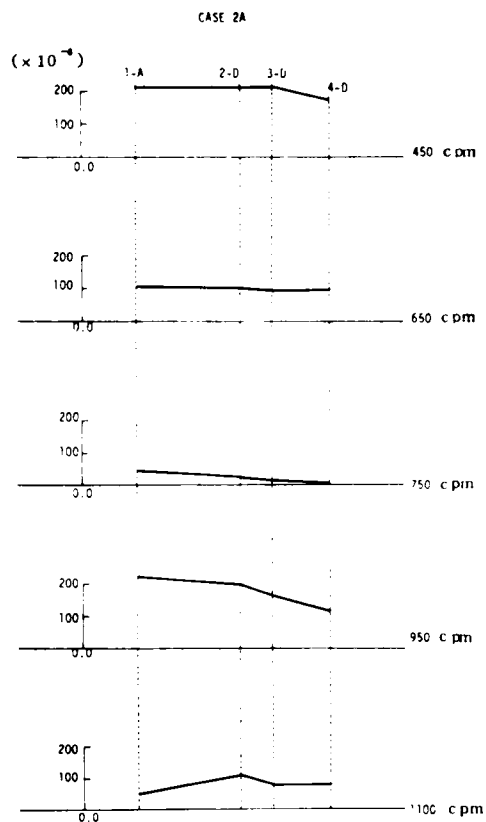


Fig. 5.3.5 軸ひずみの長手方向分布

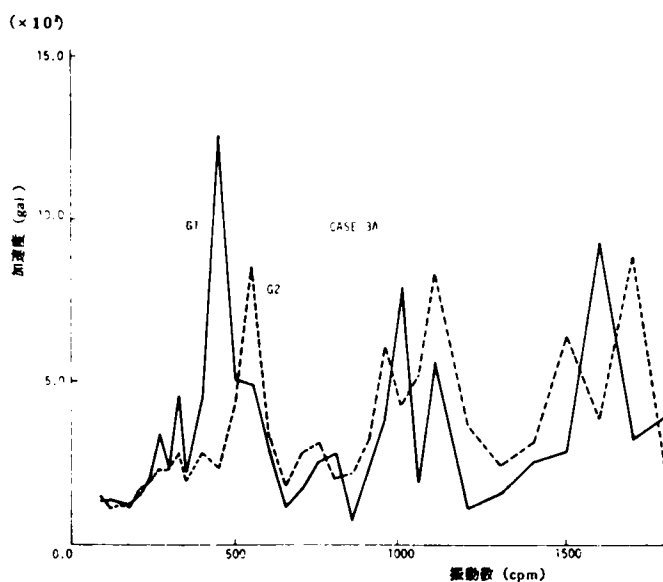


Fig. 5.3.6 加速度共振曲線

次に、Fig. 5.3.7は非接触型変位計を用いて地盤内の構造物変位を計測して測点 h_1 と h_4 における相対変位を絶対値で計算した結果である。前出のFig. 5.3.1で示したように、 h_1 は層厚大の地盤層内にある構造物上の1点であり、 h_4 は層厚小の地盤層内の構造物上の1点である。そして両点間の距離は600mmとなっている。Fig. 5.3.7より知られるように多少の変動はあるが、振動数の増加に伴って相対変位は直線的に減少するような傾向を示す。

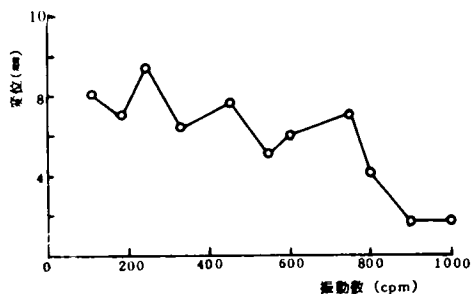


Fig. 5.3.7 相対変位の周波数特性

本実験は入力加速度を100 gal一定として行なっているので振動数の増加とともに入力速度は直線的に減少していることになる。前章の波動理論による算出の結果、管状構造物に生じる軸ひずみは地盤の運動速度に比例するということが知られたが、上記の結果はこの傾向を示しているものとも考えられる。また、図より相対変位の絶対値は最大1mm程度となっているが両点間の平均的な軸ひずみを計算すれば約 8×10^{-4} 程度の値となる。この値はFig. 5.3.3で示された軸ひずみ量の2～3倍程度にもなっている。ひずみゲージによる測定値はゲージ長6mm程度の間の相対変位に相当する値であり上述の軸ひずみの相違は相対変位測定の際両点の距離の違いによるものであると考えられる。地震時における水道管などの被害は材料自身の破壊によるものよりも、むしろ継手部の引抜けなどによるものが多いことを考え合わせれば、各点のひずみ量よりも水道管であれば1本当りの長さ5～6mの間の相対変位が問題となってくると考えられる。

次に構造物の長手直角方向に加振した場合の地盤特性について述べる。この場合にも入力加速度一定(100 gal)で定常正弦波の運動を与えた。

構造物は曲げ変形を受けて振動することになり、ストレインゲージでは曲げひずみが計測される。

Fig. 5.3.8はG1(層厚大の地盤層内での加振方向の加速度成分)とG2(層厚小の地盤層内での同様の加速度成分)の比 $G1/G2$ と加振振動数との関係を図示したものである。 $G1/G2=1.0$ は両測点における加速度が同一であることを示し、その値からの変動量は両測点における相対運動が大きくなることと対

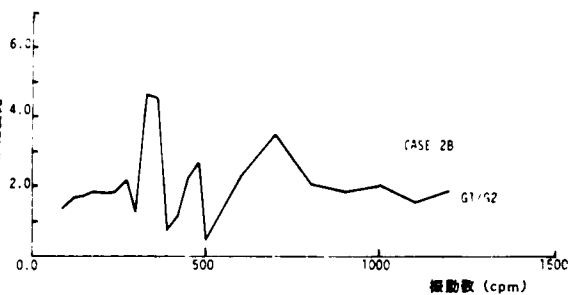


Fig. 5.3.8 加速度比の周波数特性

示している。この比率は 500 cpm 以外の振動数ではほとんど 1.0 以上の値となっており、長手直角方向の振動においても表層の軟弱層が厚いほど、応答加速度は大きくなることが知られる。また、この加振方向の場合には前述の長手方向加振の場合よりも層厚変化による影響が明瞭に知られる。

Fig. 5.3.9 には測点 1-D、4-D において得られた曲げひずみの共振曲線を示した。1-D、4-D はそれぞれ層厚大、小の地盤内にある構造物上の測点である。

1-D、4-D はそれぞれ 550、700 cpm にその最大のひずみを示すピークを有しているが、この振動数は Fig. 5.3.8 の極値を示す山、谷とよく対応している。この結果は、層厚大、小の両地盤層における相対運動に伴う地盤変形が構造物に曲げ変形を生ぜしめ、ひずみが計測されていることを意味している。

また、Fig. 5.3.10 は構造物に生じる曲げひずみの絶対値について長手方向分布を示したもので、5 種類の振動数における形状を示した。層厚急変部におけるひずみ（測点 2、3）がとくに大きな値を示すことはないが、長手方向加振の場合よりも複雑な分布形状を示している。逆に構造物端部（測定 1、4）における曲げひずみの方が大きくなる傾向にある。これは長手直角方向加振においては振動箱の側壁の影響が著しく、地盤層の端部ではその運動が拘

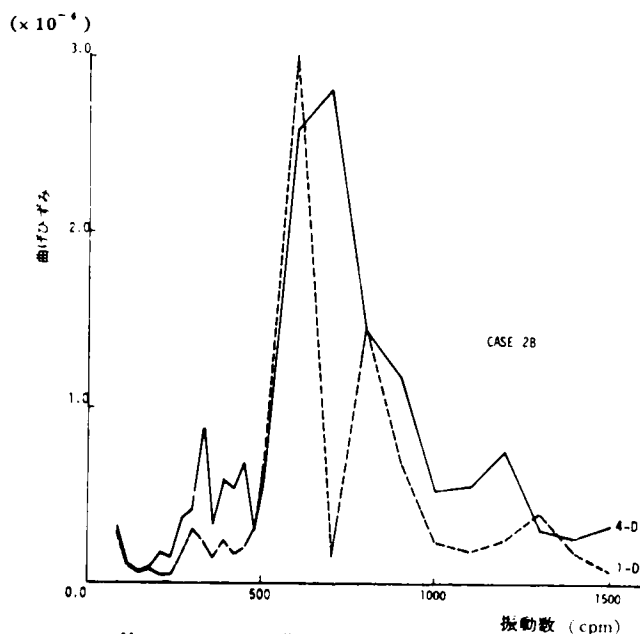


Fig. 5.3.9 曲げひずみ共振曲線

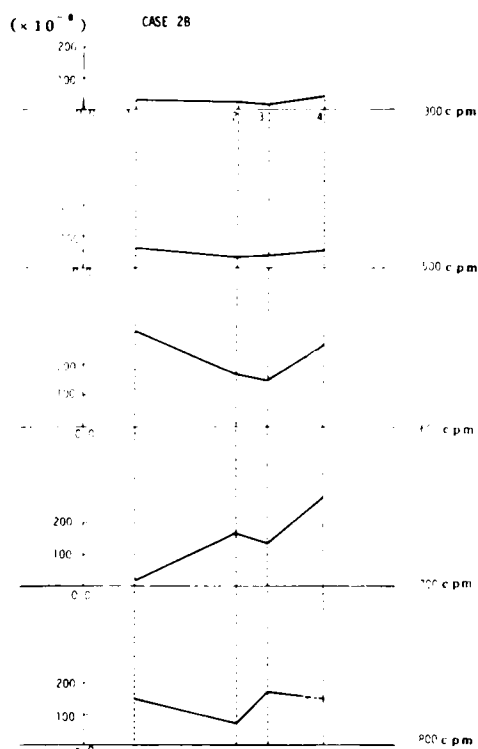


Fig. 5.3.10 曲げひずみの長手方向分布

束されていることによるものと考えられる。

そこで、振動箱の側壁をすべて取り除いて同様の測定を行なった場合の加速度共振曲線を Fig. 5.3.11 にそのときの構造物曲げひずみの共振曲線を Fig. 5.3.12 に示す。側壁が存在する場合と比較して考えてみれば、層厚大、小の両地盤はほとんど同じような周波数特性を示し、曲げひずみの値も減少していることが特徴的である。すなわち、本モデルのように表層が同質の材料で構成された地盤層では境界壁がないことによって地盤層全域が同様な振動特性を示し、層厚急変の影響は少なくなつて構造物に生じるひずみ量も減少しているものと考えられる。

以上より、側壁の有無による実験結果を総合すれば、長手直角方向加振の場合にも、層厚急変による構造物のひずみ発生に及ぼす影響は剛性急変の場合に比較して小さいと考えてもよい。

次に Fig. 5.3.13 は非接触型変位計によって得られた地盤内構造物上の 2 測点の変位から両者の相対変位を求め入力振動数との関係を求めたものである。図からも明らかなように 500, 700 cpm で相対変位曲線はピークをもっている。この振動数は前

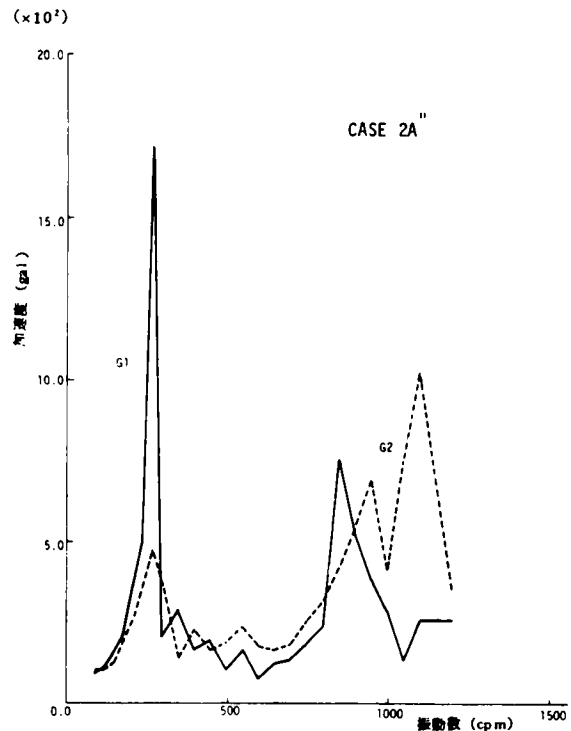


Fig. 5.3.11 加速度共振曲線

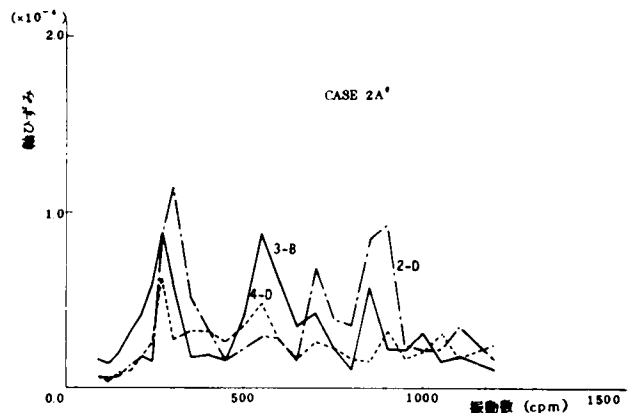


Fig. 5.3.12 軸ひずみ共振曲線

出の Fig. 5.3.9 の 1D, 4D のひずみが大きく
なる振動数, すなわち層厚大, 小の地盤の共振振動数
と一致している。したがって Fig. 5.3.13 で構造物の
相対変位が増大しているのは両地盤層の揺れ方が異なる
ためであり, その共振振動数と異なる振動数では同
程度の相対変位量となっている。長手方向加振の場合
の相対変位(軸ひずみ)とはその周波特性を異にして
いる。この結果は前章の波動理論の解析より知られる
曲げひずみは地盤の運動加速度に比例するという特性

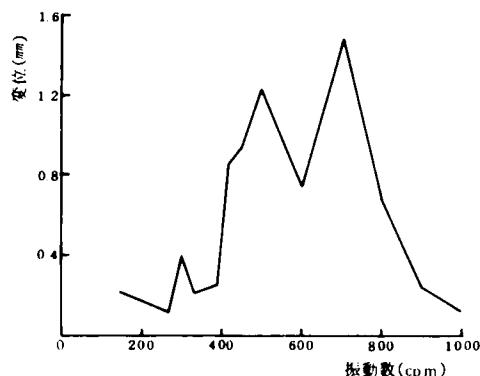


Fig. 5.3.13 相対変位の周波数特性

をある程度示すものと考えられる。また, Fig.

5.3.13より 1, 4の両測点の相対変位量は 1.5 mm に
も達していることが知られる。両測点間の距離 60 cm を弦とし, その中点より円弧までの距離を 1.5 mm
として円弧の曲率を考えて曲げひずみ量を算出すれば 10^{-4} 程度の値となり, ストレインゲージより
得られた値とはほぼ同程度であることが知られる。

また, 長手直角方向加振の場合についても構造物を取り除いて層厚が急変する地盤層のみのモデル
について実験したが, 各共振振動数が質量効果によって若干低下する程度で Fig. 5.3.11 と同様の加
速度共振曲線が得られた。この結果よりも構造物の運動は埋設地盤の運動で近似しうることが知られ
た。

5.3.3 衝撃波による振動実験結果とその考察

前節の剛性変化の場合と同様の方法で 4 種類の実験をおこなった。打撃する地盤の端部が軟, 硬地
盤に代って層厚大, 小の地盤端部になるだけである。記号は以下のとおりで最初の英字は打撃する方
の地盤層を表わし, 次の英字は構造物長手方向に伝播する波動の種類を表わしている。1) H.P. (
(High, P-Wave), 2) H.S. (High, S-Wave), 3) L.P. (Low, P-Wave), 4) L.S. (
(Low, S-Wave)。

最初に P 波が伝播する H.P., L.P. の実験結果について述べる。

Fig. 5.3.14 は構造物長手方向における各測点での軸ひずみの最大値を衝撃を加えた箇所に近い測
点でのひずみを 1.0 としてそれに対する比率として表示したものである。この実験は振動箱の側壁の
有無による違いについても検討して, 図中には (有), (無) の記号で示した。また図中の矢印は波動
の進行方向を示している。定常加振実験による結果と同様に層厚急変部における構造物の軸ひずみが

著しくおおきくなることはない。そして波
 動の進行方向に沿って順次ひずみが減少し
 ており、この傾向は側壁のない場合のほう
 が顕著であり、側壁のある場合には逆に端
 部でひずみが増大しており、壁による反射
 波の影響であろうと考えられる。

次に層厚小の地盤端部に衝撃を加えてP
 波を発生させたL.P.の場合についてG1
 G2のパワースペクトルをFig. 5.3.15に
 1D, 4DのパワースペクトルをFig.

5.3.16に示す。G2は衝撃を加えた側の地盤内加速度であり、G1は層厚大で波動が伝播してゆく
 側の地盤内加速度である。また、1D, 4Dは構造物の端部の軸ひずみでG1, G2と近い位置
 にある。Fig. 5.3.15よりG2は一般にパワーが大きく高い振動数成分も卓越しているのに対して、
 G1はG2に対応するピークが低振動数に移動し高い振動数成分が切り捨てられている。層厚小の地
 盤の固有振動数は当然高くなっており、両地盤の固有振動特性が波動伝播に伴う地盤の運動加速度
 に反映された結果である。また、軸ひずみのスペクトルについては10～11 Hz付近に1D, 4D
 のひずみがともにピークを有し、20 Hz以上の振動数成分はほとんどみられない。加速度のパワー
 スペクトルと軸ひずみのパワースペクトルを比較するとき、明らかに両者のスペクトルは高い振動数

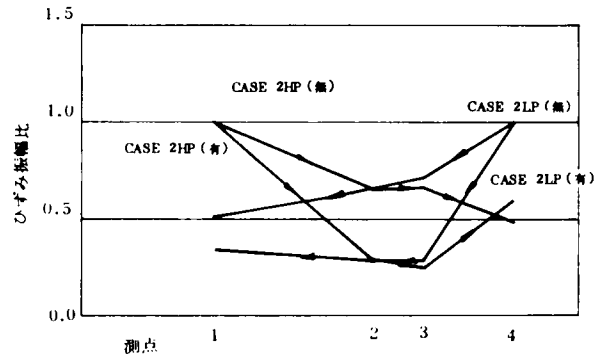


Fig. 5.3.14 ひずみ分布

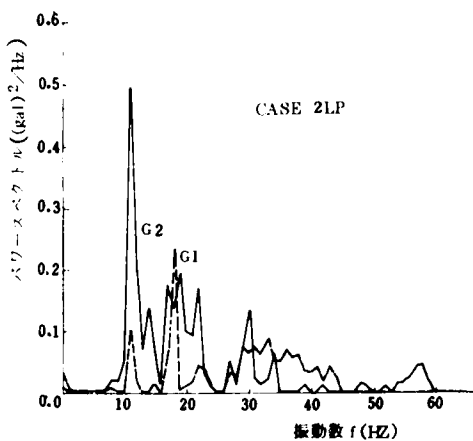


Fig. 5.3.15 加速度のパワースペクトル

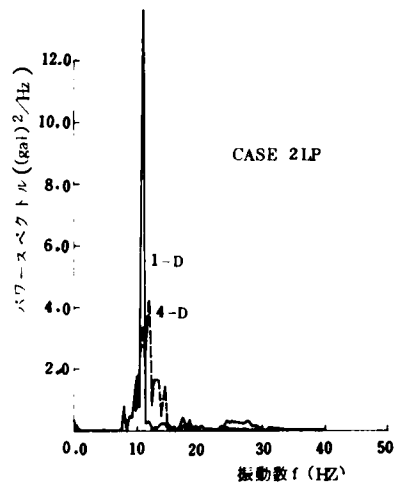


Fig. 5.3.16 ひずみのパワースペクトル

域で異なっており、軸ひずみのスペクトルは高い振動数域での振幅が小さくなっている。すなわち、軸ひずみは地盤の運動加速度よりもむしろ運動速度に比例的であることを考えれば当然の結果であろう。

次に、地盤層の両端部より板たたき法の要領で構造物の長手方向に横波を発生させた場合（H.S.，L.S.）についての地盤内加速度および構造物の曲げひずみの計測結果について述べる。

Fig. 5.3.17は構造物長手方向の4測点での最大曲げひずみの分布を調べたものであり、衝撃を加えた箇所に近い測点でのひずみで除して規格化している。S波が伝播する際においても層厚急変部でとくに曲げひずみが大きくなり、P波伝播あるいは定常加振の場合と同様の結果を示している。

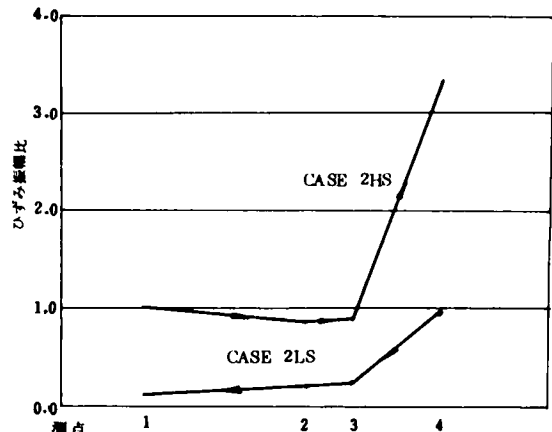


Fig. 5.3.17 ひずみ分布

層厚の小さい方の地盤層の端部に衝撃を加えた場合には波動伝播方向に順次曲げひずみ量は減少しているが、逆方向より衝撃を加えた場合には層厚の小さい地盤内での曲げひずみ量が大きくなっている。前者の場合には層厚急変部まで波動として伝播してきたエネルギーは、より層厚の大きい地盤層全体へと分散されるために地盤の運動は小さくなり、その地盤の固有周期の長いこととも相まって地盤変形も小さくなり構造物に生じる曲げひずみも減少しているものと考えられる。逆に後者の場合には伝播してきたエネルギーが層厚の小さい地盤内へと閉じ込められることになり、運動変位も大きくしかも固有周期も短いために地盤の変形が増大せられ曲げひずみも大きくなる傾向にあるものと考えられる。

Fig. 5.3.18は^{L.S.}~~H.S.~~の場合の G_1 （層厚大の地盤内加速度）と G_2 （層厚小の地盤内加速度）の記録より計算したパワースペクトルを示した。また、Fig. 5.3.19は^{H.S.}~~L.S.~~の場合の G_1 、 G_2 のパワースペクトルを示した。両者の場合ともそのスペクトルがピークを示す振動数には大差がない。しかし、L.S.の場合には G_1 のスペクトル値が G_2 に比較して著しく減少しているのに対し、H.S.の場合には G_2 のスペクトル値は G_1 とほとんど変わらない。この結果は、前述のひずみ分布の項で述べた地盤運動を引き起すエネルギー伝達の説明ともよく対応を示すものである。

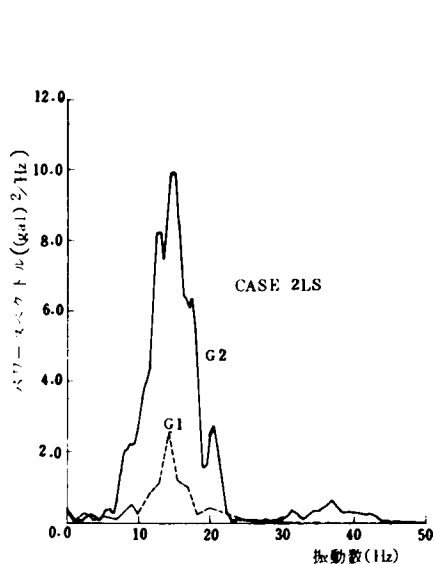


Fig. 5.3.18 加速度のパワースペクトル

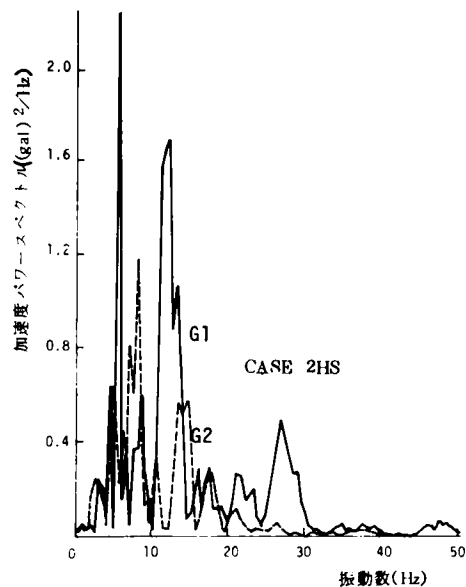


Fig. 5.3.19 加速度のパワースペクトル

Fig. 5.3.20 には L, S₁ の場合についてほぼ同位置にある地盤内加速度 G2 と構造物の測点 No. 4 における曲げひずみ 4B のパワースペクトルを示したものである。両スペクトルはその周波特性が近似している。前述の軸ひずみスペクトルは速度スペクトルとその周波特性が近似してくるものと推察されたのに対し、曲げひずみは加速度スペクトルに関係してくるものと考えられる。

以上より、波動伝播実験の結果を総合するとき、層厚急変部に埋設された構造物はその境界付近で大きいひずみが発生するということではなく、むしろ、運動の変位振幅が大きく、固有周期の短い層厚小の地盤内でひずみが大きくなる可能性があるものと推察される。

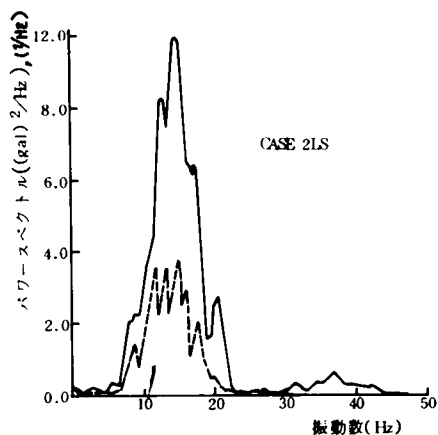


Fig. 5.3.20 加速度、曲げひずみのパワースペクトル

供試体を用いて載荷実験を行なった際の変位－荷重曲線を Fig. 5.4.3 に示した。

この材料を用いて $900 \times 2,000 \times 300$ mm の地盤層を作製し、その地盤中に構造物モデルを埋め込んで、開口部が地表面と一致するように設置した。

次に、計測装置および実験方法について述べる。Fig. 5.4.1 (a), (b) に示すように、管状構造物内 ($h_1 \sim h_6$) および地盤内 ($h_7 \sim h_9$) の各点に小型加速度計を取り付け、各測点において構造物長手直角方向の応答加速度を測定するようにした。

実験は衝撃波伝播実験および定常加振実験の 2 種類を実施した。

衝撃波伝播実験は板たたき法によって構造物長手方向に伝播し、それに直交する運動成分を有する波動を生ぜしめ

た。この方法については、振動源の位置を Fig. 5.4.1 (b) に示すように、地表面上(A), -10cm (B), -20cm (C) の 3 種類に変化させ構造物の応答特性の相違を調べた。

また、定常加振実験は Fig. 5.4.1 (b) に示した(C)の位置に小型起振機（早坂機械製作所，メカニカルバイブレーター，0.4 R）を設置し、振幅を一定として加振振動数を変化させて構造物の長手直角方向の運動を生ぜしめ、構造物および地盤内の加速度を計測した。

これらいずれの場合についても、入力波動は、長手方向に進行し、それに直角な運動成分のみを有する衝撃波および定常波である。一般に地震時には地盤層全体が振動しており、上述の現象とは異なっていることは明らかである。しかし、管状構造物自体の耐震性という観点から考慮すれば、地震時に構造物長手方向に、地盤が全く同位相の運動を行なうならば、構造物の変形は生じないことになる。通常、構造物の長手方向には地層構造の変化などによって地盤は局所的な運動を行ない、構造物に変形を生ぜしめている。このようなことから構造物にとって最も危険な状態は長手方向における

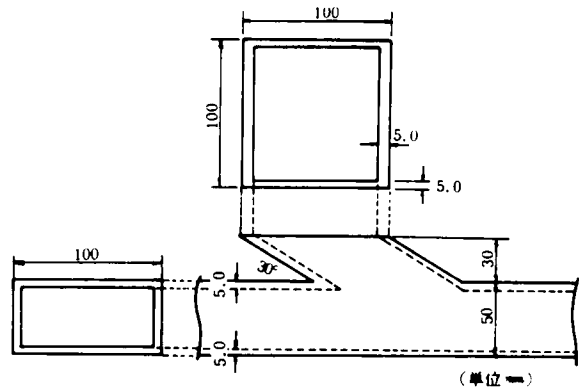


Fig. 5.4.2 開口部詳細図

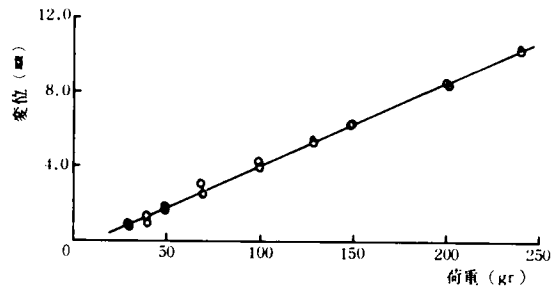


Fig. 5.4.3 荷重－変位関係

地盤の相対変形ということになる。したがって入力波動についていえば、構造物鉛直下方より構造物に向って同位相で入射してくる波動よりも、構造物長手方向に伝播する波動がより大きな変形を引き起す結果となる。そこで上述した2種類の加振方法は必ずしも地震動を模擬したものとはいえないが管状構造物の耐震性という観点からこの方法を用いることにした。

5.4.2 定常加振実験結果とその考察

最初に伝播波動の特性について述べる。Fig. 5.4.1の(C)位置（地表面下20cm）に小型起振機を設置して定常加振実験を行なった結果は次のとおりである。Fig. 5.4.4の一例に示すように構造物内および地盤内各測点の加速度は比較的、正弦波に近い波形が得られた。測点No.4とNo.6の記録のうち $f = 5.95, 17.86 \text{ Hz}$ のときの記録をFig. 5.4.4に示したが両測点間には明らかに位相のずれがみられ、しかも加振振動数によってそのずれの大きさは異なっていることが知られる。そこで、ペン書きの湾曲を無視し、2測点における記録のピークの時間差 Δt を各加振振動数ごとに読み取って両測点間の距離 Δx をその値で除すれば位相速度が求められることになる。そのようにして求めた周期一位相速度の関係がFig. 5.4.5の○印である。同図中に後述する衝撃波実験でフーリエ変換を利用して求めた位相速度を実線で示した。両者の値は比較的よく一致し、定常加振を行なった際にも構造物長手方向に伝播する波動は分散性のある波動であり、衝撃波と同等の特性をもつ波動であろうと推察される。

次に構造物の応答加速度の特性について述べる。構造物内測点4, 5, 6の変位共振曲線をFig. 5.4.6に示す。実験は振幅一定で加振しており振動数の増大とともに入力加速度も増加している。

そこでFig. 5.4.6の結果は得られた加速度記録を各振動数の2乗で除し、入力加速度一定として整

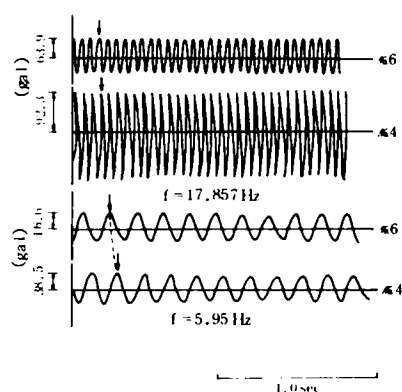


Fig. 5.4.4 加速度応答波形

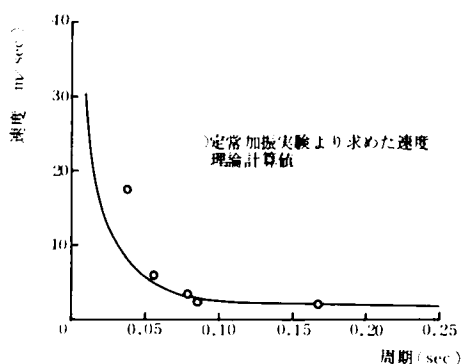


Fig. 5.4.5 位相速度と周期の関係

理し直してある。したがって Fig. 5.4.6 における縦軸は変位量の単位となっている。各測点とも 7 Hz 付近にピークをもっており、これは後に衝撃波伝播実験のパワースペクトルの項で検討するように地盤の卓越周波数であると考えられる。また、測点 5、6 はほとんど同様の応答特性を示すが測点 4 は 13 Hz 付近で若干異なっていることが知られる。これは測点 2 が開口部の下方に相当する位置にあり、開口部の振動特性が現われてきているものである。一方 Fig. 5.4.7 には地盤内測点の変位共振曲線を示した。7 ~ 8 Hz 付近にピークを有し、構造物内測点の応答曲線と非常に似かよっていることが知られる。この結果からも 7 ~ 8 Hz が地盤の卓越周波数であると判断される。

ここで、地盤の卓越周波数について若干の考察を試みる。2次元断面内において、側壁間の距離が a 、高さが b の弾性媒体層がある場合、その上下方向の変位を拘束すれば、この系の固有円振動数 p は波動理論によって次のように与えられる。²⁾

$$p^2 = c_1^2 \left\{ \frac{(2n+1)\pi}{a} \right\}^2 + c_1^2 \left\{ \frac{(2m+1)\pi}{2b} \right\}^2 \quad \dots\dots\dots (4.5.1)$$

$$(n, m = 0, 1, 2 \dots)$$

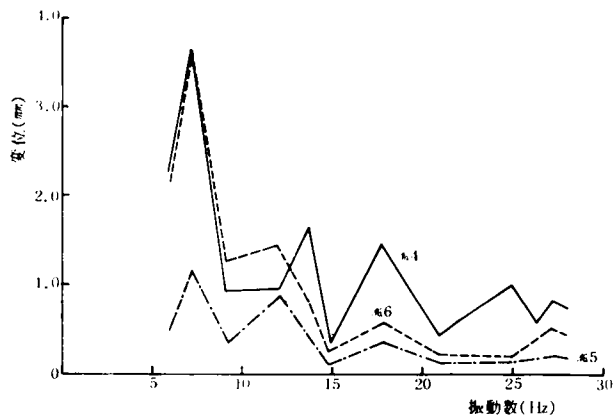


Fig. 5.4.6 変位共振曲線

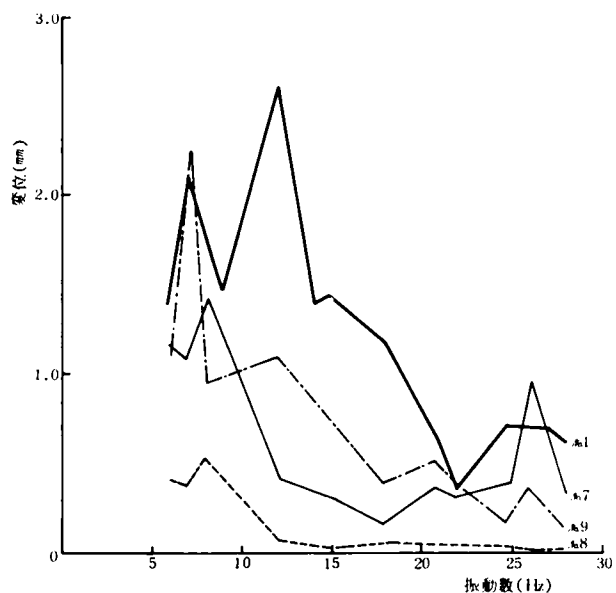


Fig. 5.4.7 変位共振曲線

ここに、 c_1 、 c_2 は媒体中を伝播する縦波、横波の速度である。本模型実験においては、 $a = 0.9$ m、 $b = 0.3$ m、 $c_2 = 3.726$ m/sec、 $c_1 = 12.36$ m/sec とし、 $n = m = 0$ の 1 次せん断モードの固有円振動数を求めれば $\omega = 47.32$ rad/sec となる。ゆえに $f = 7.54$ Hz となり、実験より知られる地盤の卓越振動数 7 ~ 8 Hz と近い値となる。

いずれにしても構造物内長手方向における各測点の周波数応答特性が地盤内各測点のそれと似かよっていることが知られ、長手方向では地盤とはほぼ同様な揺れ方をしていものと推察される。

次に、Fig. 5.4.7 の図中に太線で開口部における変位の共振曲線を示した。図よりあきらかなように Fig. 5.4.6、5.4.7 の構造物長手方向測点および地盤内測点との特性とは大きく異なっている。すなわち、7、12、15 Hz 付近にそれぞれピークを有していることが知られる。このピークを示す振動数は、後に衝撃波伝播実験で得られる開口部の記録のパワースペクトルでのピークを示す振動数とよく一致している。これより、7 Hz は地盤の卓越周波数、12 ~ 15 Hz は開口部のもつ固有振動数であろうと考えられる。定常加振結果についても、開口部は構造物長手方向部に比較して独自の揺れ方を示すものと考えてよさそうである。

5.4.3 衝撃波による振動実験結果とその考察

板たたき法によって Fig. 5.4.1 の(A)、(B)、(C)の位置より波動を生ぜしめた。その伝播波動は進行方向に直角な運動成分をもつ横波的な波動であると推察される。Fig. 5.4.8 に測点 3、4 での構造物内加速度記録の一例を示した。下図(a)、(b)は -10 cm の位置でそれぞれ左、右から打撃した場合である。両図の比較から明白なように、同一測点では打撃方向によって波形の位相は全く逆転しており、また、2 測点間では最初の立上りに時間のずれのあることが認められる。その時間差は約 0.0472 sec

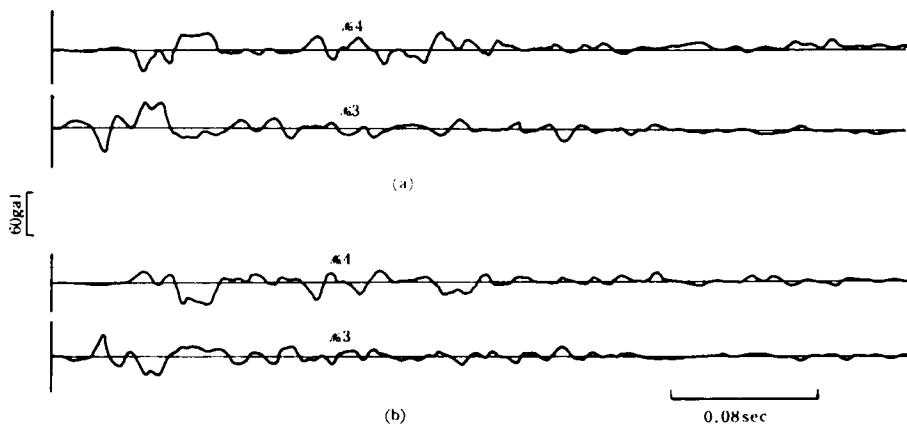


Fig. 5.4.8 加速度応答記録

であり、両測点間の距離を時間差で除すれば伝播速度は 4.237 m/sec と求められる。一方、地盤材料の弾性定数 $E = 466 \text{ gr/cm}^2$ より $v_s = \sqrt{\mu/\rho}$ として横波実体波の速度を求めれば 3.726 m/sec となり、位相逆転と伝播速度から考えてほぼ横波的な波動であろうと思われる。さらに、これらの波動は地表面境界近傍を伝播する境界波であり分散性のある波動である可能性もある。そこで、2 測点における同時記録より伝播波動の特性を明らかにするために、フーリエ変換の手法を用いて、波動の位相速度、群速度を求める手法について次のような解析を試みた。

この基本的な考え方は波動伝播方向に位置する 2 つの測点で得られた記録は同様のスペクトル構造を有し、その位相のずれは波動の伝播性に起因するとみなすものである。

いま、 $x-y$ 平面内で x 方向に伝播する波動を考え、 $x = x_1, x_2$ で測定される波動の時間記録をそれぞれ $f(t, x_1), f(t, x_2)$ で表示するものとする。

$f(t, x_1)$ は次式で表示される。

$$f(t, x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} g(\omega, x_1) e^{i\omega t} d\omega \quad \dots\dots\dots (5.4.2)$$

$$g(\omega, x_1) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(\tau, x_1) e^{-i\omega \tau} d\tau \quad \dots\dots\dots (5.4.3)$$

すなわち、ある測点で観測された時間記録はフーリエ変換されたものの逆変換として表示されと考える。

$g(\omega, x_1)$ は複素数値をとるものであり、絶対振幅 $|g(\omega, x_1)|$ と位相特性 $\varphi(\omega, x_1)$ を用いて次のように書ける。

$$g(\omega, x_1) = |g(\omega, x_1)| \cdot e^{-i\varphi(\omega, x_1)} \quad \dots\dots\dots (5.4.4)$$

一方、測点 $x = x_2$ で観測された記録については、波動は平面的な拡がりの媒体中を伝播するのでエネルギーの拡散によって、 $x = x_2$ では $x = x_1$ でのパワーに比較して減少していることは明らかである。この減少の仕方は波動の種類によって異なり、伝播距離の $-1 \sim -1/2$ 乗であるなどの研究結果が報告されている。³⁾ ここでは、いずれにしても波動のもつスペクトル特性には変化なく、その絶対値は伝播距離のみの関数として表示されるものと考えておく。また、位相特性については、波動が 2 点間を伝播することによる時間差のみによって "ずれ" が生じているものとする。すなわち、2 点間の距離をある振動数における伝播速度 $v(\omega)$ で除しただけの時間ずれが生じている。この $v(\omega)$ が波動のもつ位相速度ということになる。

したがって、式 (5.4.2) より $x = x_2$ における波動は次式で表示される。

$$\left. \begin{aligned} f(t, x_2) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x_1, x_2) g(\omega, x_1) e^{i\omega(t - \frac{x_1 - x_2}{v(\omega)})} d\omega \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x_1, x_2) g(\omega, x_1) e^{-i\omega\{\frac{x_1 - x_2}{v(\omega)}\}} e^{i\omega t} d\omega \end{aligned} \right\} \cdots (5.4.5)$$

ここに、 $\alpha(x_1, x_2)$ は振幅減衰特性を表わす距離のみの関数である。

ここで、 $f(t, x_2)$ のフーリエ変換がいかなる形で表示されるのかについて検討する。

$$\begin{aligned} g(\omega, x_2) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t, x_2) e^{-i\omega t} dt \\ &= \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x_1, x_2) g(\omega', x_1) e^{-i\omega'\{\frac{x_1 - x_2}{v(\omega')}\}} e^{i\omega' t} d\omega' \right\} \\ &\quad \cdot e^{-i\omega t} dt \\ &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{i(\omega' - \omega)t} dt \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x_1, x_2) g(\omega', x_1) e^{-i\omega'\{\frac{x_1 - x_2}{v(\omega')}\}} d\omega' \\ &= 2\pi \delta(\omega' - \omega) \cdot \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \alpha(x_1, x_2) g(\omega', x_1) e^{-i\omega'\{\frac{x_1 - x_2}{v(\omega')}\}} d\omega' \\ &= \alpha(x_1, x_2) g(\omega, x_1) e^{-i\omega\{\frac{x_1 - x_2}{v(\omega)}\}} \\ &\cdots \cdots \cdots (5.4.6) \end{aligned}$$

このことより、式(5.4.5)は測点 $x = x_2$ での記録をフーリエ変換したものの逆変換として表示されていることが知られる。

式(5.4.6)より $x = x_2$ での位相特性 $\varphi(\omega, x_2)$ は、2点間の距離を Δx と表わせれば次式となる。

$$\varphi(\omega, x_2) = \varphi(\omega, x_1) + \frac{\omega \cdot \Delta x}{v(\omega)} \cdots \cdots \cdots (5.4.7)$$

これより、

$$v(\omega) = \frac{\omega \cdot \Delta x}{\varphi(\omega, x_2) - \varphi(\omega, x_1)} \cdots \cdots \cdots (5.4.8)$$

前式より位相速度 $v(\omega)$ が計算されることになる。

そこで測点 2, 6 における 2 つの記録より式 (5.4.8) によって計算した位相速度は Fig. 5.4.9 のようになる。同図は横軸に周期をとっている。これより、波動の卓越する振動数は後で述べるように地盤の共振振動数と考えられる 7 ~ 8 Hz 付近であり、これに対応する位相速度は約 2.5 m/sec となっている。

この図でみる限りにおいては振動数によって伝播速度が変化する分散性のある波動であることが知られる。

Fig. 5.4.10 には横軸に振動数、縦軸に位相速度をとって両対数目盛に図示した。両対数軸で両者の関係はほぼ直線関係にあり、次式のように表示される。

$$\log v(\omega) = a \log \omega + b \quad \dots\dots\dots (5.4.9)$$

一方、位相速度 $v(\omega)$ と群速度 $V(\omega)$ の間には次の関係式が成立っている。

$$\frac{V(\omega)}{v(\omega)} = \frac{1}{v(\omega)} \frac{d\omega}{dk} \quad \dots\dots\dots (5.4.10)$$

ここに k は波数である。式 (5.4.10) より

$$\begin{aligned} \frac{V(\omega)}{v(\omega)} &= \frac{1}{v(\omega)} \frac{d\omega}{dv(\omega)} \bigg/ \frac{d\left\{\frac{\omega}{v(\omega)}\right\}}{dv(\omega)} \\ &= \frac{1}{v(\omega)} \frac{d\omega}{dv(\omega)} \bigg/ \left\{ \frac{1}{v(\omega)} \frac{d\omega}{dv(\omega)} - \frac{\omega}{v(\omega)^2} \right\} \quad \dots\dots\dots (5.4.11) \\ &= v(\omega) \cdot \frac{d\omega}{dv(\omega)} \bigg/ \left\{ v(\omega) \cdot \frac{d\omega}{dv(\omega)} - \omega \right\} \end{aligned}$$

ここで式 (5.4.9) の両辺を $v(\omega)$ で微分すれば次式が得られる。

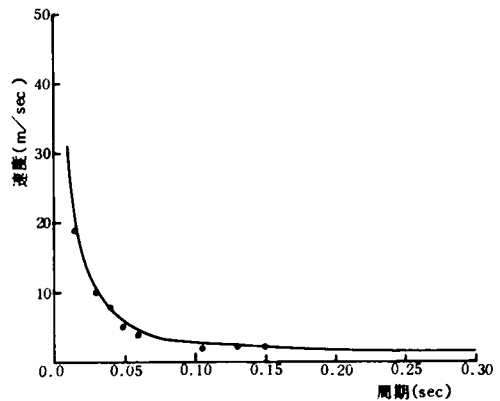


Fig. 5.4.9 位相速度と周期の関係

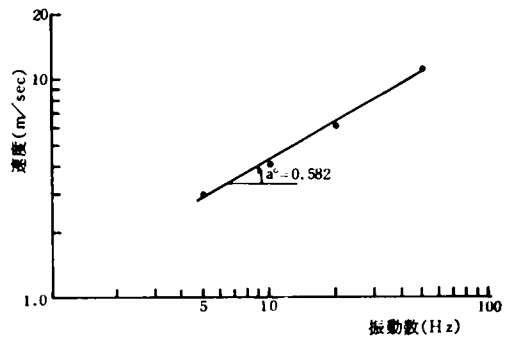


Fig. 5.4.10 位相速度と振動数の関係

$$\frac{1}{v(\omega)} = \frac{a}{\omega} \frac{d\omega}{dv(\omega)} \quad \dots\dots\dots (5.4.12)$$

$$\therefore v(\omega) \frac{d\omega}{dv(\omega)} = \frac{\omega}{a} \quad \dots\dots\dots (5.4.13)$$

上式を式(5.4.11)に代入すれば、

$$\frac{V(\omega)}{v(\omega)} = \frac{1}{1-a} \quad \dots\dots\dots (5.4.14)$$

すなわち、Fig. 5.4.10における直線の傾きを知れば群速度 $V(\omega)$ を知ることができる。同図より $a=0.582$ と求められ、群速度と周期の関係はFig. 5.4.11の実線のように得られる。

ここで、群速度は波のむれにおいて、その周期が最もよく現われるところが移動する速度であることを考慮して、測点2、6のそれぞれの波形より隣接する山と山、谷と谷の時間差 Δt を読みとり群速度を $x/\Delta t$ で近似し(x は加振点からの距離)、その周期 $2\Delta t$ に対して図示すればFig. 5.4.11中の各点となる。○印は測点6、×印は測点2よりそれぞれ独立に求めたものである。結果は位相速度より求めた群速度とかなりよい一致を示しており、フーリエ変換を利用した位相速度の算定の可能性を示すものと考えられる。

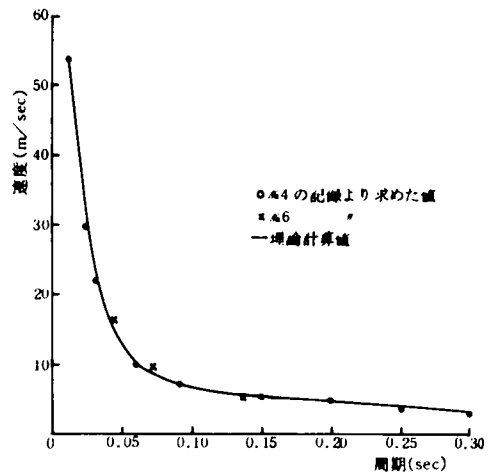


Fig. 5.4.11 群速度と周期の関係

以上より管状構造物の長手方向に伝播する波動は分散性のある横波的特性をもつものとみなしてもよい。

また、測点2、6の記録より得られる位相速度は5～10 Hz付近では2～3 m/secの値をもち地盤の弾性定数 E より計算される横波実体波の速度と比較的良好な対応を示す。この結果より、構造物の長手方向における変形特性は地盤の変形と同等であろうことが推察される。

次に応答加速度特性について述べる。Fig. 5.4.1の地盤面(A)、(B)、(C)の3種類の位置より板たたき法によって波動を生ぜさせた場合の構造物内の各測点の応答加速度の最大値分布をFig. 5.4.12、5.4.13に示す。Fig. 5.4.12(a)は測点1での値に対する比率として求めたものであり、Fig. 5.4.12(b)は波動が入射する側の測点2での値に対する比率として求めたものである。また、Fig. 5.4.13

には地盤内での応答加速度も同時に示した。

Fig. 5.4.12 (a), (b)にみるように、いずれの打撃位置の場合も開口部測点 1 の加速度が最大となっており、測点 4 での値が若干大きくなっているが、構造物長手方向測点での値は比較的似かよった値を示している。各測点での最大加速度分布形状にはほとんど差異は認められず、構造物の埋設位置と同じレベルで打撃し、長手方向に平行に伝播する波動のときにその値は最大となってくることが知られる。

Fig. 5.4.13には地盤内加速度最大値の分布を示した。この場合には波動伝播方向に加速度値の減少はなくむしろ増加の傾向を示している。

この結果をみる限りにおいては、地盤の運動加速度は割引かれて構造物に伝達されているものと考えられる。しかし、測点 1 の開口部の側壁で得られた加速度のみは他の測点の記録とは波形においても最大値においても全く異なっており、開口部は独自の振動特性をもっているものと思われる。

そこで、フーリエ変換によって応答加速度の波形分析を行ってみた。

測点 1, 2, 6 でのパワースペクトルを Fig. 5.4.14(a), (b)に示した。開口部測点 1 においては、各振動数に対するパワーが全体に大きく、

7.5, 11.5, 15 Hz に鋭いピークを有している。一方、構造物の長手方向部分である測点 2, 6 においてはそのスペクトルに特性は非常に似かよっており、7.5, 11.5 Hz にいずれもピークをもっている。測点 2, 6 においては 7.5 Hz のピークは 11.5 Hz のピークよりもその値が卓越しており、逆に開口部測点 1 においては 11.5 Hz のピークの方が卓越している。位相速度の項で検討したように構造物の長手方向における加速度記録より知られる位相速度が、地盤内伝播波動の横波伝播速度に近

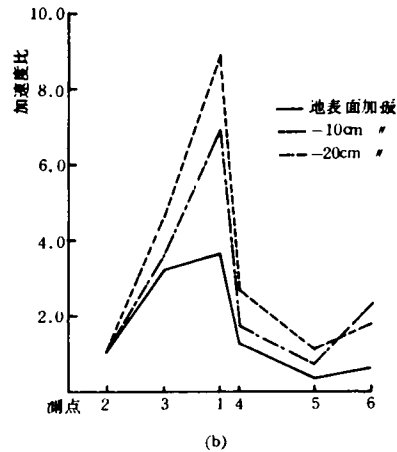
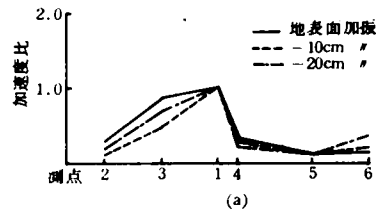


Fig. 5.4.12 応答加速度比

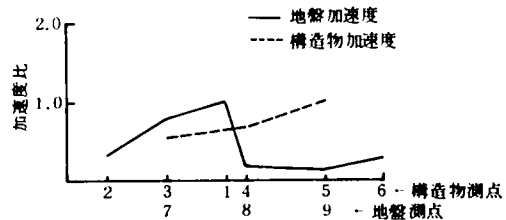


Fig. 5.4.13 応答加速度比

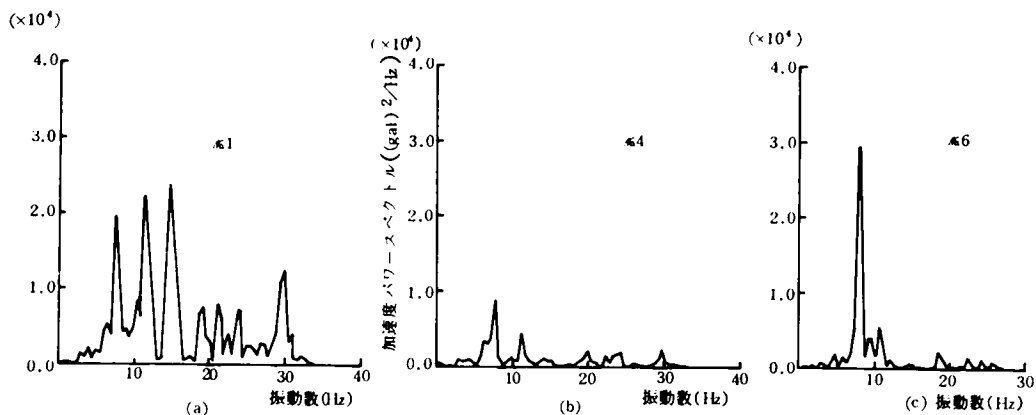


Fig. 5.4.14 加速度パワースペクトル

似的であることから、測点 2, 6 に卓越している 7.5 Hz のピークは地盤のもつ固有振動数であると考えられる。そして 11.5 Hz は開口部付近の構造物のもつ固有振動数であると考えられる。したがって、開口部は構造物の長手方向部に比較して独自の揺れ方を示し、しかもその応答加速度値は大きな値をとるものといえよう。

この結果は開口部と長手方向部における構造的特性から次のように考えられる。すなわち、長手方向部はその周囲をすべて地盤に取り巻かれ、地盤からの拘束によって構造物の固有振動特性が引き起こされにくい状態となっている。また、管状の長手方向に延びる構造物であるため、たわみやすい特性をもっていることも事実である。したがって、地震時に地盤変形が生ずれば、それに追従するような変形が構造物に生じているものと推察される。このことが、構造物内測点 3, 6 の記録が地盤特性を強く反映していることの原因と考えられる。一方、開口部については、頂部が地上との連絡口となっているために壁を有せず、その三方が地盤に取り囲まれているような状態にある。したがって側壁どうしが互に他の壁の変形を拘束することはなく、側壁はあたかも独立した構造様式をもっているものとみなされる。ゆえに地震時には壁に振動圧が加わり、さらに壁自体も揺れやすい構造をもっているために、変形や加速度が大きくなるものと考えられる。

5.5 結 語

本章では管状構造物の埋設されている地盤、あるいは構造物自体に振動性状の急変を引き起す要素がある場合について、模型振動実験を実施して、急変部における振動性状を明らかにするとともに、前章までの波動理論解析によって得られている管状構造物の振動特性に関する一般的な結論について実験結果から考察を加えた。

すなわち、5.2では剛性の急変する地盤内にある管状構造物の振動性状を調べ、周辺地盤の運動との関連について述べると同時に、剛性急変部で構造物に生じるひずみ特性について調べた。また、5.3では層厚の急変する部位に埋設された管状構造物について同上の事柄について検討した。さらに5.4では管状構造物の開口部近傍における挙動を同じく模型地盤と構造物を用いて計測しその結果について考察を加えた。そして、とくに5.4では模型地盤中を伝播する波動の特性についてフーリエ変換による手法で位相速度、群速度を求め、伝播波動の種類などについて議論した。

本章の実験、解析的検討によって得られた成果を以下に列挙する。

1) 硬さ(剛性)の異なる地盤が接合しているような振動系においては、系全体の固有振動特性を示すような揺れ方を示すのではなく、各地盤がそれぞれの固有振動特性を示し、両者は互に独自の揺れ方をすることが知られた。一方、層厚が急変する地盤層では両地盤の動きにあまり差違のないことが知られた。

2) 剛性あるいは層厚の急変する地盤層に埋設された管状構造物であっても、地盤を定常加振した場合に、その応答特性に管状構造物自体の固有振動特性であると思われるものは現われてこない。

3) 剛性の異なる地盤が接合している地盤層に管状構造物が埋設されており、系全体を定常加振した場合には、その剛性が急変する部分で構造物に最も大きなひずみが生じる。しかし、層厚急変部の管状構造物にはとくに大きなひずみは生じないことが知られた。

4) 硬、軟両地盤が接合している地盤層の一端より衝撃を加えて、横波を伝播させた場合には、硬地盤から波動が入射する場合の方が、逆方向に入射する場合と比較して、接合部付近の管状構造物に大きなひずみを与える。定常波動を加えたときの両地盤の動きの違いは第4章で解析したとおりであり、一見、上述の結果と矛盾しているように思えるが、衝撃波の場合には地盤全域が振動するに十分なエネルギーが与えられないことにより異なった結果が得られたものと考えられる。

5) 衝撃波が管状構造物の長手方向に伝播する際に、構造物に生じる軸ひずみ応答波形とその付近の地盤の変位および加速度波形から求めた両者のスペクトル特性を比較すれば、低い振動数でのピークはよく一致するが高い振動数ではスペクトルの形状が異なってくることが知られた。

6) 層厚が急変する地盤層の一端より衝撃を加えた場合、層厚急変部で構造物にとくに大きなひずみが発生することはないが、層厚小の地盤側から衝撃を加えた場合には構造物のひずみは波動進行方向に順次減少し、逆方向より衝撃を加えた場合には層厚小の地盤内でひずみが大きくなる。

7) 開口部をもつ管状構造物の定常加振実験および衝撃波伝播実験によって、開口部自体は管状構造物の長手方向部とは異なった独自の揺れ方を示すことが知られ、構造物のモデル化も関連してくる

が、長手方向部よりも大きな応答加速度をもってくる。

8) 一般に、構造物の長手方向に加振した場合に構造物に生じる軸ひずみ量は横方向に加振した場合に生じる曲げひずみ量よりも卓越している。

以上、本章各節における実験結果をとりまとめて示したが、さらに、実験の結果を総合して、管状構造物の耐震性に関連しては、おおよそ次のことがいえそうである。

1) 管状構造物の地震時挙動は周辺地盤の挙動に支配されて、構造物の固有振動特性が引き起こされることはないので、地震時の地盤の振動性状を知ることができれば、構造物の応答特性は推定できる。

2) 硬さが急変する部位では管状構造物に大きなひずみが発生するので、埋設地盤の改良（硬さが徐々に変化するような工夫等）を行なうか、構造物の設計に際しては、何らかの配慮をする必要がある。

3) 管状構造物の長手方向部と開口部とは違った振動性状を示すので、耐震設計に関してはそれぞれ独自の考え方で進める必要がある。すなわち、長手方向部に関しては地盤の変形と同様の変形をするものとみなして、軸力、曲げ力を算定し、開口部およびその近傍の構造部分に関しては、むしろ、地中にあるケーソン基礎と同様な考え方で耐震設計を進めるべきであると考えられる。

次に、本章での問題点、今後の課題について簡単に以下に記述する。

1) 模型地盤の規模が種々の制限によって十分ではなく、側方境界の条件についてもさらに工夫していく必要がある。また、実地盤での実験も実施して両者の結果を比較検討する必要がある。

2) 地盤運動の測定は変位計、加速度計で行ない、構造物の運動測定は主にひずみゲージで行なっている。管状構造物の運動を地盤運動との関連によって述べていくには、今後、地盤のひずみ測定を何らかの方法で行なう必要がある。

3) 本章の結果を耐震設計への有力な資料としていくには、各応答の定量的な側面についても議論することが望まれる。

第6章 管状構造物の地震応答解析と耐震性

6.1 概 説

前章まではおもに定常正弦波入力を受ける管状構造物の振動特性を中心にして議論を進めてきた。さらに、地震時における管状構造物の動的特性を検討するにはこれまでの議論では十分に尽くせないところがある。正弦波応答は単一の振動数をもつ波動に対する管状構造物の応答をみたものである。一方、地震波動は広範囲の周波数成分を含んでおり各周波数成分の強さが異なるため、各地震動に特有の応答特性を示すことになる。また、周波数領域のみならず時間領域における応答の位相特性も重要となってくる。そこで本章では一般の地震波動に対する管状構造物の応答を解析し、その結果より耐震性に関する考え方について論じることとする。

本章の構成について述べれば、6.2では逆フーリエ変換を利用した管状構造物の地震応答解析の方法について述べるとともに、計算例を示した。さらに、種々の強震記録を入力としたときの軸および曲げひずみの最大応答値を求め、用いた入力加速度記録の卓越周期との関連、地盤内横波速度、構造物の径などとの関連について考察を加えた。

さらに、6.3では地盤のひずみがそのまま管状構造物に伝達されるものと考えれば、本論文第1章の式(1.2.2)、(1.2.3)によって軸ひずみ、曲げひずみが与えられる。そこで、加速度強震波形が管状構造物の長手方向に一定速度で伝播する解析モデルを設定し、地盤の運動速度 V は簡単に加速度波形の直接積分によって得られるものとの仮定を用いてひずみの算定を行なった。そして、それらの結果と前節で得られた最大ひずみ振幅を比較することによって入力損失の影響について考察を行なっている。

加速度波形の積分を行なう際に、できる限り合理的に行なう手法についても検討した。加速度強震記録の積分については種々の積分法が考えられている。デジタル記録の誤差はおもに地震動を計測する計器の固有振動特性に起因するもの、読み取りの際の中心線ドリフトによるものなどが考えられる。これらに関しては、Hudson¹⁾、Housner²⁾、Berg and Housner³⁾、Amin and Ang⁴⁾、Shiff and Bogdanof⁵⁾、栗原・桜井⁶⁾らによって研究されている。また、青木⁷⁾は沈埋トンネルの耐震設計用変位スペクトルを作成するのに、あまり周期の長い成分はほとんど影響がないので無視してもよいとの仮定のもとに0.07 Hz以上の周波数成分についてのみ考慮したハイパスフィルター処理を行なっている。

本文では、文献4)の方法にならって速度計算値における補正を3次以上の多項式で近似した方法をとった。これは加速度波形の中心線を放物型の曲線で近似し、速度の2乗平均を最小にするような

手法である。

さらに、管状構造物の振動特性を考慮すれば周期の長い成分に対する地盤の変形割合は小さく、ひずみ量も小さくなっていくので波形にハイパスフィルターの処理を行なう方法について検討し、波形をフーリエ級数に展開し、低周波成分を取り除いたものを再び合成する手法をとった。

このような補正を用いて積分を実行し、その結果より加速度、速度、変位におけるそれぞれの最大値の相互の関連性、地盤と卓越周期との関係などについても検討した。

最後に、6.4 では上述の結果を整理するとともに管状構造物の耐震性を検討していく際の基本的な概念について若干言及した。

6.2 フーリエ変換手法による管状構造物の地震応答解析

6.2.1 周波数伝達関数の誘導

本章の概説で述べたように現時点における沈埋トンネルの耐震設計に関しては設計変位スペクトル法が有力な手法であると考えられている。本節では設計変位スペクトルを求める際のモデルと同様の解析モデルを設定して管状構造物に生じるひずみを波動論によって解析し、その結果より時間応答を求める方法について述べる。

すなわち、Fig. 6.2.1 のようなモデルを用いる。弾性地盤内に円断面の管状構造物が埋設されており、構造物から十分離れた場所での加速度波形 $f(t)$ が構造物の長手方向に伝播するときの地盤—構造物系の応答を求める。第3章の定常変位波形 $u_R^B \exp\{ik^B(x - c^B t)\}$ あるいは $u_R^A \exp\{ik^A(x - c^A t)\}$ の代りに非定常加速度波形 $f(t)$ が入力である場合の応答を求めようとするものである。

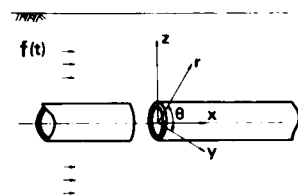


Fig. 6.2.1 解析モデル

そしてこの $f(t)$ の波形には地震時に観測された記録を幾つか用いて、得られた地点の地盤特性、波動の特性と応答ひずみとの関連について考察を加えていく。このように強震記録波形が管状構造物の長手方向に一定速度で伝播するものとみなして解析用入力に用いることには次のような根拠がある。

地盤と構造物が地震時に一体となって挙動するものとするれば、鉛直下方より波動が入射してくる場合、その伝播過程で波動の散乱がなく構造物長手方向の地盤が同位相で動けば構造物には全く変形が生じないことになる。しかし、実際には表層地盤内で散乱・屈折が繰り返されて長手方向に位相差が生じ構造物の変形をもたらすことになる。この位相差を生じさせる波動の波長は一般に長いものであり短い波長の散乱波は生じにくい。したがって基盤に鉛直下方より入射してきた波動の波長と表層地

盤内を水平に伝播する波動の波長とは関係があるものと考えられる。そして式 (1.2.2), (1.2.3) より知られるように波速が小さいほど地盤内に生じるひずみが大きく、構造物内ひずみも大きくなっていく。波速を実体波である横波速度にとればせん断波型の表層地盤内を伝播する波動のうちでは、Love 波も含めて最も遅い波速である。また、Rayleigh 波については上下方向の振動成分が卓越しているのであまり重要視しなくともよいと考えられる。

そこで、Fig. 6.2.1 のモデルについて考えていくが、最初に $f(t)$ の入力に代りに $u_g^A \cdot e^{ik^A(x - ct)}$ の入射波動を考えると、第3章の解析結果より管状構造物の軸ひずみ ϵ_A 、曲げひずみ ϵ_B は次式のように与えられる。

$$\frac{\epsilon_A}{(u_g^A \omega^2)} = \frac{1}{\omega c^A} \cdot \frac{U_p^A}{u_g^A}, \quad \frac{\epsilon_B}{(u_g^B \omega^2)} = \frac{a}{(c^B)^2} \cdot \frac{U_p^B}{u_g^B} \quad \dots\dots\dots (6.2.1)$$

ここに、

$$\begin{aligned} \frac{U_p^A}{u_g^A} &= \left[1 + 1/\left\{ \left(\frac{c^0}{c^A} \right)^2 - 1 + \frac{\rho}{\gamma} \frac{f\alpha}{1 - (b/a)^2} \right\} \right] \cdot \exp\{ik^A(x - c^A t)\} \\ \frac{U_p^B}{u_g^B} &= \left[1 + 1/\left\{ \frac{EI(k^B)^4}{\gamma\pi(a^2 - b^2)\omega^4} - 1 + \frac{\rho}{\gamma} \frac{K\alpha}{1 - (b/a)^2} \right\} \right] \cdot \exp\{ik^B(x - c^B t)\} \\ f\alpha &= -2/\left[F(h'a)/\left\{ \left(\frac{c^A}{v_l} \right)^2 - 1 \right\} + F(g'a) \right] \\ K\alpha &= \{ 4 - F(pa) - F(qa) \} / \{ F(pa)F(qa) - F(qa) - F(qa) \} \\ F(z) &= zH_0^{(1)}(z)/H_1^{(1)}(z) \\ p^2 &= \{ \rho\omega^2 - \mu(k^B)^2 \} / (\lambda + 2\mu), \quad q^2 = \{ \rho\omega^2 - \mu(k^B)^2 \} / \mu \\ (h')^2 &= (\omega/v_l)^2 - (k^A)^2, \quad (g')^2 = (\omega/v_l)^2 - (k^A)^2 \\ &\dots\dots\dots (6.2.2) \end{aligned}$$

上式中において、 $\lambda, \mu, v_l, v_t, \rho$ は埋設地盤の Lamé の定数、縦波、横波の波速、密度を表わしている。 $u_g^A, u_g^B, c^A, c^B, k^A, k^B, f$ はそれぞれ入射波動の変位振幅、波速、波数、周波数である。また、 a, b, γ, c^0, EI は管状構造物の外径、内径、単位体積重量、圧縮波伝播速度、曲げ剛性を表わしている。 U_p^A, U_p^B は求められるべき管状構造物の軸方向および曲げの変位振

幅である。 $H_n^{(1)}(z)$ は n 次の第 1 種 Hankel 関数である。

$u_g^A \omega^2$, $u_g^B \omega^2$ は入射波動の加速度を表わしている。したがって、式 (6.2.1) は単位の加速度入力に対する管状構造物の応答軸ひずみ、あるいは曲げひずみを表わすことになる。式 (6.2.1) の右辺はもちろん振動数 ω の関数であり、複素数値をとることから次式のように表示できる。

$$\epsilon_A / (u_g^A \omega^2) = \epsilon_A'(\omega) \cdot \exp\{i\varphi_A(\omega)\}, \quad \epsilon_B / (u_g^B \omega^2) = \epsilon_B'(\omega) \cdot \exp\{i\varphi_B(\omega)\} \quad \dots\dots\dots (6.2.3)$$

すなわち、 $\epsilon_A'(\omega)$, $\epsilon_B'(\omega)$ は軸ひずみ、曲げひずみの応答振幅の周波数特性をしめすものであり、 $\varphi_A(\omega)$, $\varphi_B(\omega)$ はそれらの位相の周波数特性を表わしている。

式 (2.6.3) の解は定常波動が長手方向に伝播する際の応答を波動理論によって計算した結果でもあるが、見方を変えれば、単位の加速度入力を受ける振動系のひずみに関する周波数伝達関数であるとも考えられる。そこで、本章においてはこの伝達関数を用いて非定常解をうるように努める。

Fig. 6.2.2 には軸ひずみ、曲げひずみの振幅に関する周波数伝達関数 $\epsilon_A'(\omega)$, $\epsilon_B'(\omega)$ を示した。

同図より、軸ひずみの伝達関数は振動数の増大とともに双曲型の曲線で減少しており、曲げひずみについてはほぼ一定値をとっている。加速度一定の入力に対する計算値であるので、上述の結果は軸ひずみが、ほぼ運動速度に比例して、曲げひずみは運動の加速度に比例することを裏付けている。

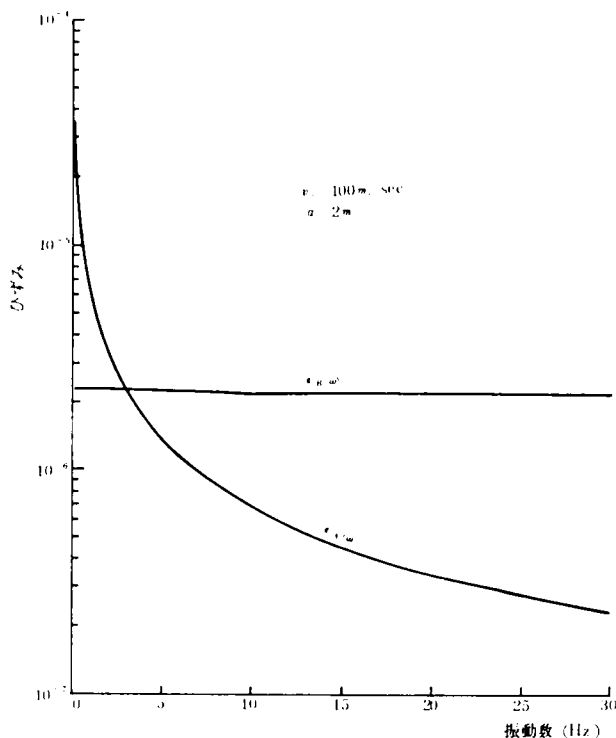


Fig. 6.2.2 ひずみの周波数伝達関数

6.2.2 地震応答解析

本論文第4章でも若干述べたように、長手方向に伝播し、構造物から十分離れた場所での地震加速度波形を $f(t)$ と表わし、その有限フーリエ変換を $F(i\omega)$ とすれば、入力波形に対するひずみの時間応答 $\epsilon(t)$ は、ひずみの周波数伝達関数 $H(i\omega)$ と $F(i\omega)$ との積の逆有限フーリエ変換として次のように表示される。

$$\epsilon(t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^T H(i\omega) \cdot F(i\omega) e^{i\omega t} d\omega \quad \dots\dots\dots (6.2.4)$$

ここに、

$$F(i\omega) = \int_0^T f(t) \cdot e^{-i\omega t} dt \quad \dots\dots\dots (6.2.5)$$

また、式(6.2.3)を考慮すれば、

$$H(i\omega) = \epsilon_A'(i\omega) \cdot e^{i\varphi_A(\omega)} \quad \text{または、} \quad \epsilon_B'(i\omega) \cdot e^{i\varphi_B(\omega)} \quad \dots\dots\dots (6.2.6)$$

すなわち、式(6.2.4)の計算を実行すれば、管状構造物が地震波を受けるときの非定常時間応答が求まる。

前節の解析からも明らかなように $H(i\omega)$ はこの系の応答の定常項を求めたものであり、式(6.2.3)より得られる解は周期性をもつことになる。しかし、すでに本章までに検討してきたように構造物の固有振動特性が応答に現われてくる可能性は少なく、周辺地盤が管状構造物の相対的な動きを拘束しているので、入力地震波が伝播した後も構造物の震動が長く継続することは考えにくく、 $H(i\omega)$ は見掛け上減衰の大きな伝達特性を有しているものと考えてよい。したがって周期性の存在は応答の初期の部分にのみ若干の影響を及ぼすものと考えられる。そこで、本章の解析・計算に当っては、地震記録の最初と最後にゼロを加えて入力波形とし、定常的取り扱いによる誤差の除去をはかるように工夫した。

また、フーリエ変換、逆変換の計算にはF.F.T.による方法を用いている。

一般に、

$$N = \prod_{l=1}^m r_l, \quad x = \widetilde{T} x \quad \dots\dots\dots (6.2.7)$$

$$x = (x_0, x_1, \dots, x_{N-1})$$

$$\hat{x} = (\hat{x}_0 \hat{x}_1 \cdots \hat{x}_{N-1}) \quad \left. \begin{array}{l} \cdots \end{array} \right\} \cdots (6.2.8)$$

$$\tilde{T} = |t_{kj}|, \quad t_{kj} = e^{-2\pi i k j / N}$$

のとき、 \tilde{T} を大きさ r_l の N/r_l 個の変換からなる T_l の積に分解して、式 (6.2.7) を求める方法を F.F.T. アルゴリズムと呼んでいる。⁸⁾ とくに、 $N=2^m$ の場合のアルゴリズムは Cooley と Turkey によって開発された。本章における計算も、この $N=2^m$ 個の地震加速度記録のデータを用いて行なっている。

地震記録 $x(t)$ の測定点数を $2N$ 個、時間刻みを Δt とし、測定点を $t=0, 1, 2, \cdots, 2N-1$ とすると、その有限フーリエ変換 $F(\omega)$ は次のようにして計算される。

$$F_n(\omega_n) = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{2N-1} x_k \cdot e^{-i(nk\pi/N)} \quad (n=0, 1, \cdots, 2N-1)$$

また、逆変換は次式となる。

$$x_k = \frac{1}{2} \sum_{n=0}^{2N-1} F_n(\omega_n) \cdot e^{i(nk\pi/N)} \quad (k=0, 1, \cdots, 2N-1)$$

ここに、 $\omega_n = (n-1)/(2N\Delta t)$ である。

式 (6.2.9) より計算されるフーリエ変換は、その実数部は $\omega_f = \omega_{max}/2$ に関して対称となり、また、その虚数部は逆対称となってくる。また、一方、式 (6.2.9) の逆変換を実行することによって時間応答が計算されるためには、 $F_n(\omega_n)$ の実部、虚部に関して上述の性質が成立していなければならない。このことより、式 (6.2.4) で計算される、 $F(i\omega) \cdot H(i\omega)$ の実部は対称、虚部は逆対称が保証されねばならないことになる。そこで、本解析においては、式 (6.2.1) によって $H(i\omega)$ の値を 0 から ω_f まで計算し、 ω_f から ω_{max} の振動数領域については、実部は対称に虚部は逆対称にしてその値を求め $F(i\omega)$ と乗じるという方法を用いて周波数域での計算を行なっている。

6.2.3 数値計算と最大ひずみ振幅

本節では式 (6.2.4) を用いて行なった地震応答計算の一例と、本手法の計算による最大ひずみ振幅の特性について考察を行なう。

Fig. 6.2.3(a) には入力 $f(t)$ として用いた加速度波形を示した。運輸省港湾技研資料 S 265 N で

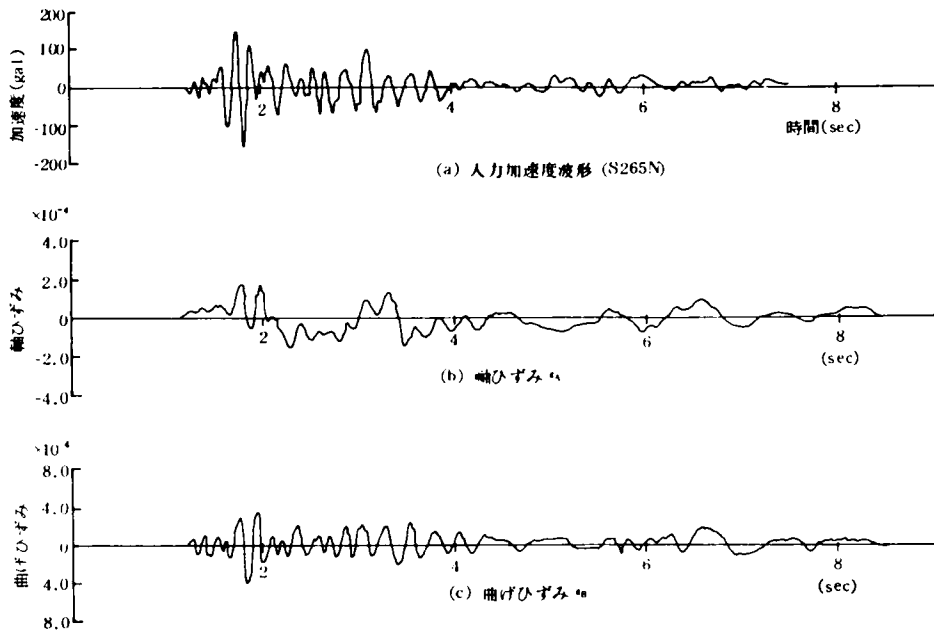


Fig. 6.2.3 ひずみの地震応答波形

1968年3月30日の和歌山港工事事務所内の地盤上で得られた記録である。この記録のフーリエスペクトルはすでに第4章Fig. 4.2.10で示したように卓越周期が0.19 sec ($f = 5.26$ Hz)のものである。

この波形のフーリエスペクトルと前出Fig. 6.2.2に示した伝達関数 $\epsilon_A'(\omega)$, $\epsilon_B'(\omega)$ を乗じて逆フーリエ変換して求めた応答ひずみ波形がFig. 6.2.3の(b), (c)である。この計算例においては加速度記録の前に1 sec間 ($\Delta t = 0.01$, $n = 100$), 後に0.88 sec間のゼロを加え, $T = 10.24$ sec $N = 2^{10} = 1024$ として定常的取り扱いによる誤差を少なくするようにしている。軸ひずみ, 曲げひずみの最大値はそれぞれ 2.1×10^{-4} , 3.6×10^{-4} と得られている。ほとんど同程度のひずみ量となっているのは, 入力卓越振動数である5.26 Hz付近ではFig. 6.2.2から知れるように伝達関数の値が近似しているからである。これら3者の波形のスペクトルをFig. 6.2.4(a)~(c)に示した。曲げひずみ ϵ_B のスペクトルが入力のスペクトルとほとんど同様であるのに対し, 軸ひずみのスペクトルには他のスペクトルよりも長周期成分が卓越しているのが特徴である。これは, 第3章で定常波入力を用いて検討した際に, 軸ひずみ, 曲げひずみがそれぞれ, 地盤の運動速度, 加速度に比例することが知られたが, その結果と対応を示すものである。事実, 曲げひずみの応答波形(c)は入力の加速度波形(a)と時間領域でもきわめて似かよった波形であることが知られる。また, 次節で検討するように, S265

Nの波形を1回積分して求めた速度波形

(Fig. 6.3.1)はFig. 6.2.3(b)の軸ひずみ応答波形とほとんど同様の波形であることも知られ、Fig. 6.2.2のように伝達関数の中に固有振動特性が顕著に現われない場合には次節で述べるような考え方によって構造物に生じるひずみを推定しても大きな過りがないことが知られる。

次に Fig. 6.2.5には管状構造物が埋設されている周辺地盤の横波速度と軸ひずみ、曲げひずみの最大値との関係を示した。ひずみの最大応答値は式(6.2.4)を用いて求めたものである。同じく S265N の記録を入力として用い、その最大値が 250 gal となるように規準化してある。式(6.2.1)からも容易に予測できることであるが、軸ひずみは横波速度の逆数に比例して減少しており、曲げひずみは逆数の2乗に比例して減少していることがうかがわれる。横波速度と地表面に沿って伝播する波動の速度とは正比例的な関係にあるだろうことが推測され横波速度の小さい軟弱な地盤内に埋設された管状構造物に生じるひずみは大きいといえそうである。また、同図より横波速度の大きい地盤内にある構造物ほど、曲げひずみよりも軸ひずみの方が大きくなっていく可能性のあることが知られる。

Fig. 6.2.6には管径と最大応答ひずみの関係を示した。軸ひずみ ϵ_A は管径による変化がほとんど認められない。一方、曲げひずみについては管径に1次比例して増大している。このことは、式(6.2.1)をみれば、 U_P^A/u_g^A 、 U_P^B/u_g^B で表わされる構造物の変位が管径とはほとんど無関係であることを示しているのにはかならない。管径が大きくなれば構造物の慣性力は当然大きくなるが、同時に

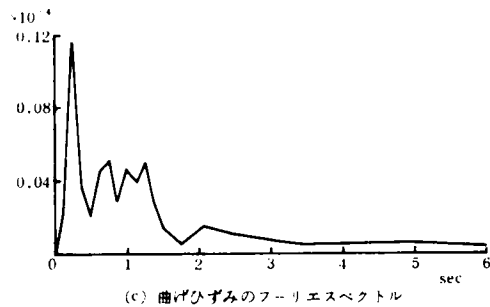
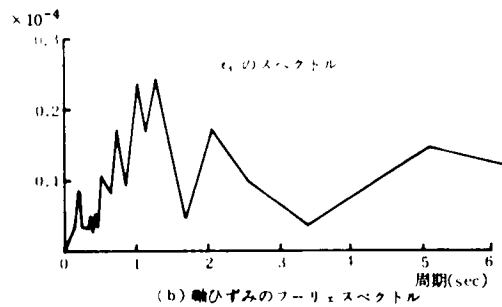
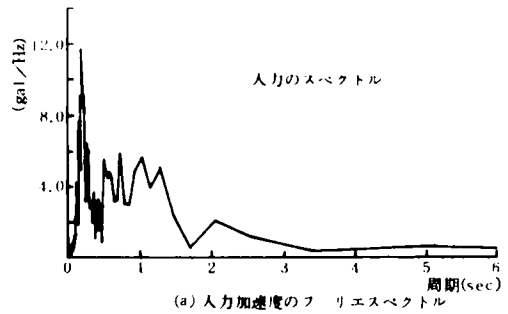


Fig. 6.2.4 フーリエスペクトル

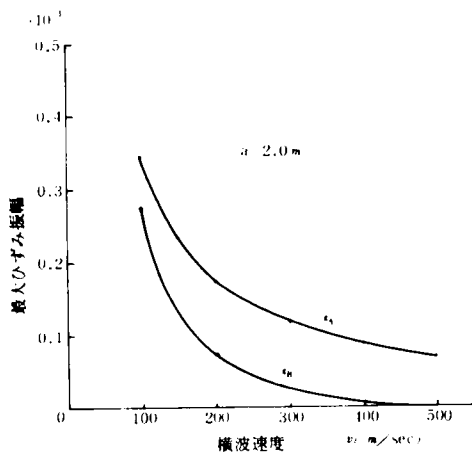


Fig. 6.2.5 横波速度と最大ひずみ振幅の関係

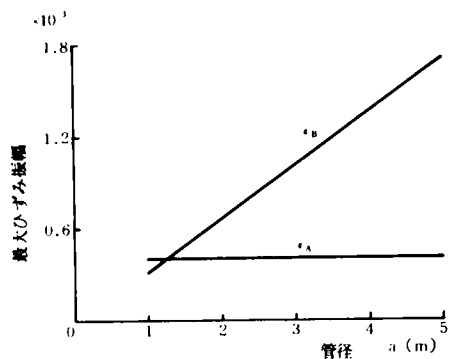


Fig. 6.2.6 管径と最大ひずみ振幅の関係

構造物と地盤との接触面積が大きくなって構造物の運動を低減する地盤からの拘束力が増大するためであろうと考えられる。

次に種々の強震記録波形を用いて、式(6.2.4)によって応答計算を行ない、軸ひずみ、曲げひずみの最大応答振幅を求め

た結果について述べる。

Table 6.2.1 地震記録

用いた加速度記録は、

Table 6.2.1 に示すよう

な特性をもつものであり

卓越周期 0.18 ~ 1.28

sec, 最大加速度 86.3

~ 258 gal の範囲にある

6 種類の記録を採用した。

	資料名	観測地点	発生年月日	最大加速度 (gal)	加速度フーリエスペクトル卓越周期 (sec)
港研資料	S074N	清水工場	1965.4.20	86.3	1.28
	S236N	宮古	1968.5.16	118.0	0.18
	S265N	和歌山	1968.3.30	176.0	0.19
	S265E	和歌山	1968.3.30	258.0	0.51
CAL. TFC 資料	A04N	Taft	1952.7.21	152.7	0.73
	A18E	Hollister	1961.4.8	175.7	1.10

Fig. 6.2.7 には入力記録の卓越周期と最大軸ひずみ振幅の関係を図示した。各入力 の最大加速度を 250 gal で一定としてある。また同図中に示した各応答値に対応する小さい方の値は次節で述べる簡便法によって求めたひずみ振幅である。明らかに卓越周期の増加とともにひずみ量は増大している。最大加速度を一定としているので、卓越周期が増大すれば速度も増加するために上述の結果が得られているものと考えられる。Fig. 6.2.7 においては管状構造物の長手方向に伝播する波動の速度を一

定として応答値を求めているが、入力加速度の卓越周期と波動の伝播速度の間にはいくらかの関係があることも推察されるので、Fig. 6.2.5に示した横波速度と軸ひずみ量の大きさの関係を考慮して、 ϵ_A の最大応答値を修正して用いる必要があると考えられる。

また、簡便法によって求めた軸ひずみ量は応答計算をした結果によるひずみ量よりも、1～2割程度いずれも大きくなっていることが知られる。本論文第3章でも検討したように、このひずみ振幅の減少は構造物の剛性によるものである。逆にいえば、簡便法によってひずみを推定し、その8～9割の値を見込めば、応答計算による最大値が知られるということがいえる。

次にFig.6.2.8には前図と同様にして、6種類の加速度波形に対する曲げひずみの応答計算を行なってその最大値と入力加速度の卓越周期との関係について示した。やはり入力加速度の最大値は250 galとしてある。同図より卓越周期にかかわらず最大曲げひずみ量はほぼ一定値をとってくる。これまでに管状構造物に生じる曲げひずみは地盤の運動加速度に比例するという結果が得られているが、Fig. 6.2.8の結果もこの傾向を裏付けているものである。また、次節で、簡便法によって求めた曲げひずみ量を同図中に示したが、いずれも応答計算結果による最大値よりも大きな値を示している。そして、剛性による入力損失の程度はFig. 6.2.7に示した軸ひずみの場合と同程度であることも知られる。

Fig. 6.2.8を用いる場合、とくに曲げひずみについては管径の影響が直接に関係してくるので前出Fig. 6.2.6の計算結果を用いて $a=2$ mの場合の結果を修正して利用していくことが必要となってくることはいうまでもない。

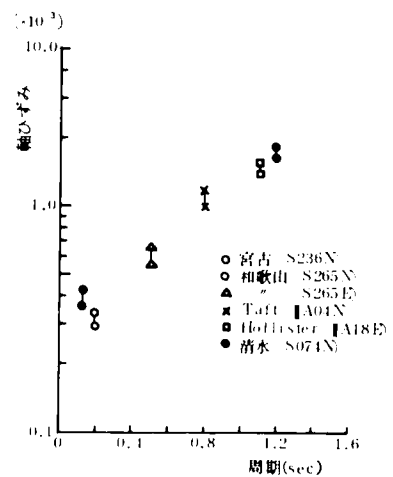


Fig. 6.2.7 卓越周期と最大応答軸ひずみの関係

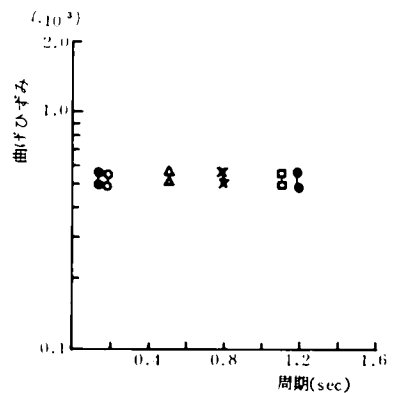


Fig. 6.2.8 卓越周期と最大応答曲げひずみの関係

6.3 地震波形による管状構造物のひずみ算定

6.3.1 簡便法によるひずみ算定

前節の式(6.2.1)より地盤の運動加速度、速度を $-u_g^B \omega^2 = A$ 、 $u_g^A \omega = V$ と書けば管状構造物に生じる軸ひずみ ϵ_A 、曲げひずみ ϵ_B は次式のように表示される。

$$\epsilon_A = -\frac{V}{c^A} \frac{U_p^A}{u_g^A}, \quad \epsilon_B = \frac{aA}{(c^B)^2} \cdot \frac{U_p^B}{u_g^B} \quad \dots\dots\dots (6.3.1)$$

本論文の第2章、第3章における結果より、管状構造物の地震時における挙動は、地盤運動と同様な動きではあるが、その剛性によって入力損失のあることが知られた。したがって、管状構造物の地震時変位はたかだか地盤の変位までであるともいえる。そこで、地震時における管状構造物の変形が地盤変形によって近似されるものとすれば、

$$U_p^A/u_g^A \rightarrow 1.0, \quad U_p^B/u_g^B \rightarrow 1.0 \quad \dots\dots\dots (6.3.2)$$

となり、 V 、 A を知れば ϵ_A 、 ϵ_B を推定できることになる。

そこで本章においては種々の加速度記録を積分することによって V を求め、 ϵ_A 、 ϵ_B の最大値を得ようとするものである。

なお、本章の概説でも述べたように、最近の管状構造物の耐震設計に関しては設計スペクトル法がよく利用されているが、その方法も基本的には地震加速度記録の積分によって変位スペクトルを計算しようとするものである。そこで、次節においては加速度記録の積分によって V (速度波形)を求めると同時に、 D (変位波形)も求めてスペクトルを作成し、従来研究成果との比較検討を行なう。

6.3.2 地震加速度波形の積分

本節では、加速度波形 A の積分によって V 、 D を求める手法について述べる。一般に加速度波形を直接に数値積分すれば速度、変位波形における中心線ドリフトや発散現象を生じる場合が多い。これらの原因は主に地震記録の初期の値が明確でないこと、記録の中心線が不明瞭なこと、測定器の計測可能な周波数帯域が得ようとする運動の特性と十分な対応を示していないことなどによるものである。

本節では上述のことを考慮して1つには、Amin & Ang⁴⁾らによって提唱された速度計算値における2乗平均を最小にする方法で中心線補正を行なった。次に、波形の中にふくまれているノイズやドリフトを除去する方法としてフィルター処理がよく行なわれる。実際に計測器の特性による誤差を取り除くためにはローパスフィルターが必要となってくる。

本章においては管状構造物のひずみを求めることを目的として積分を行なうわけであるが、波動に

よる地盤変形がそのまま管状構造物の変形となってくると考えている。そこで、長周期成分の波動による変形割合（ひずみ）は小さくなってくることが予想される。すなわち、管状構造物の最大ひずみを論じるに当って波動の長周期成分は大きな影響を与えてこないと考えてよい。

そこで本節では波形にハイパスフィルター処理を行なってドリフトを除去するために、波形を一たんフーリエ級数に展開し、各項を積分して再合成するという方法を用いた。以下に中心線補正法とフーリエ級数展開法を示す。

$\ddot{x}_0(t)$ を加速度記録， $\ddot{x}(t)$ を補正された加速度記録とする。中心線の補正に，時間に関する2次放物線を用いれば，

$$\begin{aligned} \ddot{x}(t) &= \ddot{x}_0(t) - (c_1 + c_2 t + c_3 t^2) & (0 < t < T) \\ &= \ddot{x}_0(t) - c_1 & (t = 0) \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\ddot{x}(t)} \right\} \dots\dots\dots (6.3.3)$$

上式を積分すれば，

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \dot{x}_0(t) - (c_1 t + \frac{1}{2} c_2 t^2 + \frac{1}{3} c_3 t^3) - V_0 \\ x(t) &= x_0(t) - (\frac{1}{2} c_1 t^2 + \frac{1}{6} c_2 t^3 + \frac{1}{12} c_3 t^4) - V_0 t - D_0 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\dot{x}(t)} \right\} \dots\dots\dots (6.3.4)$$

ここに V_0 , D_0 は $t=0$ における速度，変位で次式で表示される。

$$V_0 = \dot{x}_0(0) - \dot{x}(0) \quad , \quad D_0 = x_0(0) - x(0) \quad \dots\dots\dots (6.3.5)$$

速度の2乗平均値を Ω とすれば次式となる。

$$\begin{aligned} \Omega &= \frac{1}{T} \int_0^T [\dot{y}_0(t) - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{t} c_i t^i - V_0]^2 \cdot dt \\ &= \frac{1}{T} \int_0^T [\dot{y}_0(t) - \sum_{i=1}^3 \frac{1}{t} c_i t^i - V_0] \cdot [\dot{y}_0(t) - \sum_{j=1}^3 \frac{1}{j} c_j t^j - V_0] dt \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\Omega} \right\} \dots\dots\dots (6.3.6)$$

2乗平均値を最小にするために $\partial \Omega / \partial c_i = 0$ を演算して c_j について整理すれば次式を得る。

$$\sum_{j=1}^3 c_j \frac{T(i+j+1)}{j(i+j+1)} = \int_0^T \dot{y}_0(t) \cdot t^i dt - \frac{T(i+1)}{(i+1)} V_0 \quad \dots\dots\dots (6.3.7)$$

上式の連立方程式を解くことによって， $V_0=0$ の場合には c_i は次のように求まる。

$$\left. \begin{aligned} c_1 &= 300B_1 - 900B_2 + 630B_3 \\ c_2 &= (-1800B_1 + 5760B_2 - 4200B_3)/T \\ c_3 &= (1890B_1 - 6300B_2 + 4725B_3)/T^2 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6.3.8)$$

ここに,

$$B_i = \int_0^T \ddot{y}_0(t) t^i dt \quad (i=1, 2, 3 \dots) \dots\dots\dots (6.3.9)$$

これらの係数を式(6.3.3)に用いれば, 補正された加速度記録 $\ddot{x}(t)$ が得られる。

次にフーリエ級数展開による積分法について述べる。⁹⁾

地震加速度波形を $x(t)$ として, 記録の測定点数を $2N$ 個とすれば次のように表わせる。

$$x(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{N-1} \{ a_n \cos \omega_n t + b_n \sin \omega_n t \} + \frac{a_N}{2} \cos \omega_N t \dots\dots\dots (6.3.10)$$

ここに,

$$a_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \cos \omega_n t dt, \quad b_n = \frac{2}{T} \int_0^T x(t) \sin \omega_n t dt$$

$$(n=0, 1, \dots, N-1) \dots\dots\dots (6.3.11)$$

$$\omega_n = \frac{2n\pi}{T}, \quad T: \text{地震波継続時間}$$

$x^{(1)}(t) = \int x(t) dt$ とすれば, 式(6.3.10)より,

$$x^{(1)}(t) = \frac{a_0}{2} t + \sum_{n=1}^{N-1} \left\{ -\frac{b_n}{\omega_n} \cos \omega_n t + \frac{a_n}{\omega_n} \sin \omega_n t \right\} + \frac{a_N}{2\omega_N} \sin \omega_N t + C$$

$$\dots\dots\dots (6.3.12)$$

$t=0$ で速度, 変位がゼロの初期条件を用いれば積分定数 C は次のようになる。

$$C = \sum_{n=1}^{N-1} \frac{b_n}{\omega_n} \dots\dots\dots (6.3.13)$$

式(6.3.12)より $x^{(1)}(t)$ は $x(t)$ と同様の形でフーリエ級数に展開される。一般に $x^{(k)}(t)$ を k 階積分したときの波形 $x^{(k)}(t)$ は次式となる。

$$x^{(k)}(t) = \frac{a_0^{(k)}}{2} + \sum_{n=1}^{N-1} \{ a_n^{(k)} \cos \omega_n t + b_n^{(k)} \sin \omega_n t \} + \frac{a_N^{(k)}}{2} \cos \omega_N t \dots\dots\dots (6.3.14)$$

ここに,

$$\left. \begin{aligned} a_0^{(k)} &= \frac{2}{T} \int_0^T x^{(k)}(t) dt = \frac{a_0^{(k-1)}}{2} T + 2 \sum_{n=1}^{N-1} \frac{b_n^{(k-1)}}{\omega_n} \\ a_n^{(k)} &= \frac{2}{T} \int_0^T x^{(k)}(t) \cdot \cos \omega_n t dt = - \frac{b_n^{(k-1)}}{\omega_n} \\ b_n^{(k)} &= \frac{2}{T} \int_0^T x^{(k)}(t) \cdot \sin \omega_n t dt = - \frac{a_n^{(k-1)} - a_0^{(k-1)}}{\omega_n} \\ a_N^{(k)} &= 0 \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (6.3.15)$$

式(6.3.10)を用いれば容易にフィルター処理が可能となる。例えば振動数が ω_r よりも低い成分を除去する場合には、次式で計算すればよい。

$$x(t) = \sum_{n=r}^{N-1} \{ a_n \cos \omega_n t + b_n \sin \omega_n t \} + \frac{a_N}{2} \cos \omega_N t \dots\dots\dots (6.3.16)$$

なお、上述の計算においても、F.F.T.を用いてフーリエ級数および係数の決定を高速に行なうことができた。

6.3.3 積分結果の整理と最大ひずみ振幅

6.3.2で示した方法によって加速度波形の積分を行なった結果の一例をFig. 6.3.1, Fig. 6.3.2に示す。それぞれ、前節の解析に用いた入力波形のうちのS265N, II A04N (カリフォルニア工科大学資料¹⁰⁾の記録の加速度、速度波形である。同図には中心線補正のみを行なってフィルターをかけていない場合の結果を示してあるが、0.1 Hz以下の周波数成分を切り捨てたハイパスフィルター処理を行なっても速度波形およびその最大値にはほとんど影響しないことが知られた。Fig. 6.3.1の速度波形と前節で求めた応答ひずみ波形 (Fig. 6.2.3) を比較すれば、符号は逆になっているがきわめて似かよった形状を示しており、同一の入力加速度に換算した場合、速度波形を 4.0×10^{-5} 倍したものが軸ひずみ形となっているものとみなしても大きな誤りはない。S265N, II A04Nの場合について式(6.3.1)の簡便法によって軸ひずみを推定すれば、それぞれ図より、 $V = 7.41 \text{ cm/sec}$ 27.32 cm/sec と求まり、前節の応答計算での波速 $v_t = 100 \text{ m/sec}$, $c^d = 237 \text{ m/sec}$ を用いれば軸ひずみは 0.32×10^{-3} , 1.2×10^{-3} と求まる。これらの値とそれに対応する前節での応答計算値 0.29×10^{-3} , 1.0×10^{-3} と比較すれば10～20%程度増加していることが知られる。同様の過程によって各種入力波形の積分によって最大軸ひずみと推定した値が前出のFig. 5.2.7の中に記してあるが、いずれの場合にも同程度の低減率となっていることが知られる。また、曲げひずみについては式

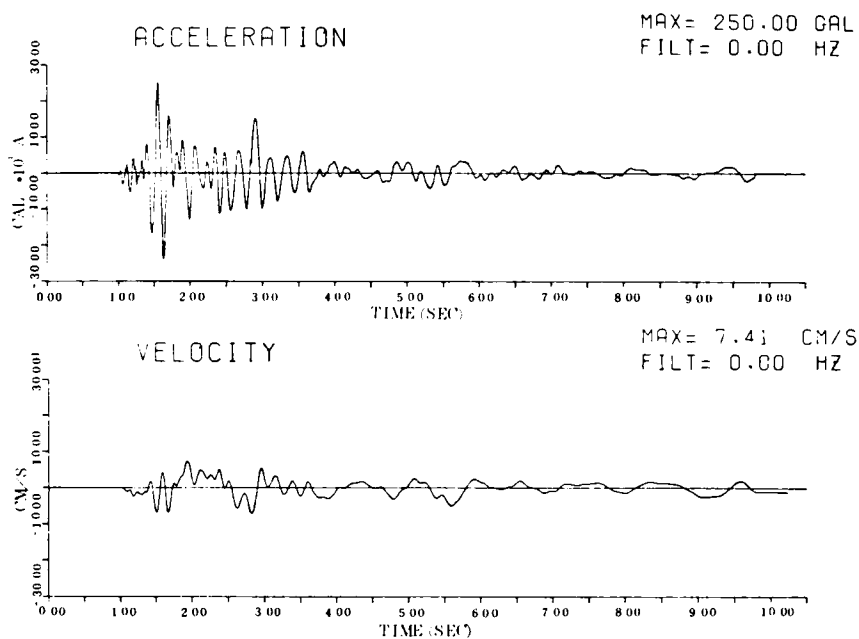


Fig. 6.3.1 加速度および速度波形 (S265N)

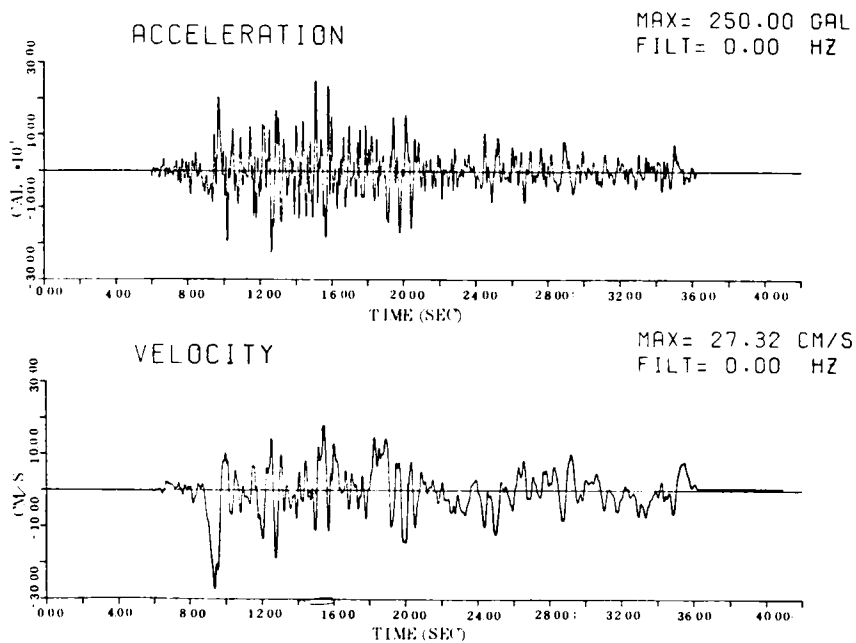


Fig. 6.3.2 加速度および速度波形 (IIA04N)

(6.3.1) より最大加速度 250 gal (各種入力波形に共通), $c^B = 95 \text{ m/sec}$, $a = 2 \text{ m}$ を用いれば 0.55×10^{-3} と求まる。この値は応答計算をした結果の曲げひずみ 0.50×10^{-3} (S265N) よりも 10% 程度増大しており、軸ひずみと同程度の入力損失のあることが知られる。これらの結果についても前出の Fig. 6.2.8 の中に同様の記号で示してある。

次に、上述の積分法によって得られた最大加速度、速度、変位、卓越周期と記録が得られた地点の地盤種別 (横波速度) の相互の関連について結果の整理を行なう。なお、これらの整理に際しては文献 10) で得られている加速度波形の積分結果をも利用した。

Fig. 6.3.3 は最大加速度と最大速度の関係を図示したものである。同図中の黒丸印は用いた加速度波形の卓越周期が 0.3 sec 以下のものであり、白丸印は 0.3 sec よりも大きい加速度波形を用いて積分した結果である。同図より両者の関係は、

$$V_{max}(\text{cm/sec}) \approx 0.1 \times A_{max}(\text{cm/sec})$$

..... (6.3.17)

の直線付近で値がばらついており、とくに A_{max} が 200

gal より小さい値のときにこの傾向が顕著である。さらに注目されることは式 (6.3.16) で表示される直線よりも

小さい速度値の場合は 0.3 sec 以下の卓越周期の加速度波形を積分したときの結果に多くみられ、逆に 0.3 sec 以上の卓越周期の加速度波形を積分したときには直線よりも上の値をとってくる。すなわち、長周期の成分を多く含む加速度波形を積分するほど、速度は大きくなることを意味している。桜井¹¹⁾ らは振動台による実験結果と長周期成分を切り捨てて強震記録を積分した結果、 $V = 7 \text{ cm/sec}/100 \text{ gal}$ として速度値の評価を行なっている。式 (6.3.16) の結果では $10 \text{ cm/sec}/100 \text{ gal}$ となって文献 11) よりも大きな値となっている。

Fig. 6.3.4 には加速度の最大値をすべての

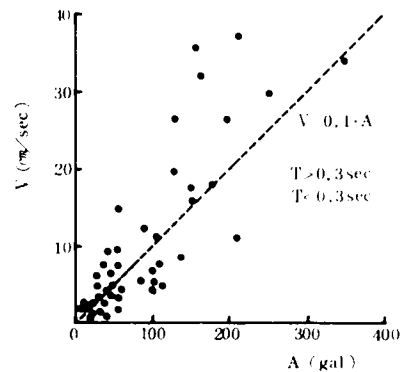


Fig. 6.3.3 加速度と速度の関係

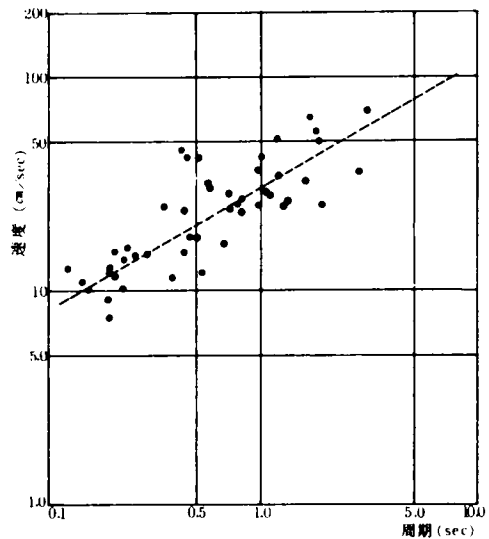


Fig. 6.3.4 卓越周期と速度の関係

記録について 250 gal に規準化し、それらを積分した結果より卓越周期と最大速度の関係を示した。値にかなりのばらつきがあるが卓越周期の増加とともに速度値は増加する傾向にあることが知られる。Fig. 6.2.7 で卓越周期の増加とともに最大軸ひずみが増加する傾向がみられたが、速度値と軸ひずみが比例する関係にあることを考慮すれば当然の結果であろう。

次に Fig. 6.3.5, Fig. 6.3.6 にはそれぞれ最大加速度と最大変位の関係, 最大速度と最大変位の関係について図示した。最大加速度と最大変位の間にはきわだった相関はなさそうであるが、最大速度と最大変位の関係は次式の直線で近似できそうである。

$$D_{max}(cm) \cong 0.4 \times V_{max}(cm/sec) \quad \dots\dots\dots (6.3.18)$$

この結果は多くの速度波形の卓越周期が 2.5 sec 付近であることを意味している。

次に、これまでに用いられている変位スペクトルの値と本論文の積分法によって得られた変位振幅の値との比較を行なう。第1章の1.2.1でも述べたように変位スペクトル法は入射波動の卓越周期と地盤の変位振幅の関係をスペクトルとして求めておいて、それより曲げモーメント、せん断力を計算していく手法である。

例えば、花浦港連絡道路トンネルの耐震性を検討する際に用いられた変位スペクトル¹¹⁾は Fig. 6.3.7 の実線で示すものである。これは、加速度強震波形の直接積分によって得られた変位から15 sec 以上の周期成分をフーリエ分析によって取り除いたものを出力しこの時間と変位の関係から目視によって正弦波とみなした場合の周期と振幅を読み取って作成したものである。

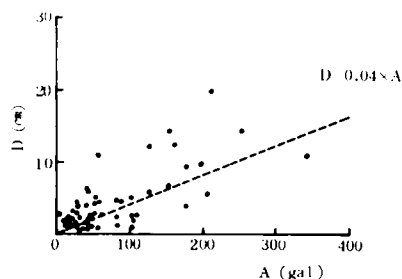


Fig. 6.3.5 加速度と変位の関係

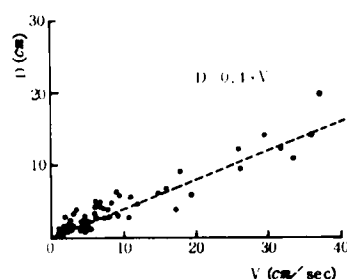


Fig. 6.3.6 速度と変位の関係

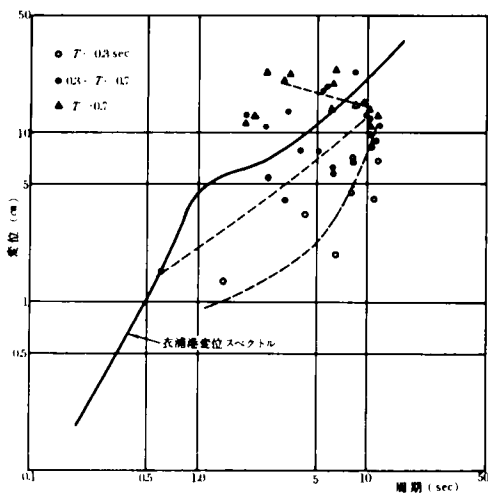


Fig. 6.3.7 変位スペクトル

Fig. 6.3.7の図中に本論文の積分法による結果を示した。この値はフィルター処理を行なわない場合について、変位波形が最大値を示す付近の周期とそのときの最大変位から求めたもので40個の加速度波形を積分したものである。衣浦港の変位スペクトルの値と同程度となるものもあり、加速度卓越周期によって異なった傾向を示している。衣浦港の変位スペクトルは沈埋トンネル建設地点の地盤条件と似かよった地盤条件の場所で得られた強震波形を選択して積分した結果であるので上述のような差異がでてくるものと考えられる。

最後に、これまでの積分に用いた加速度強震波形のフーリエスペクトルがピークを示す周期 T とその波形が得られた地点の地盤条件との関連について調べる。

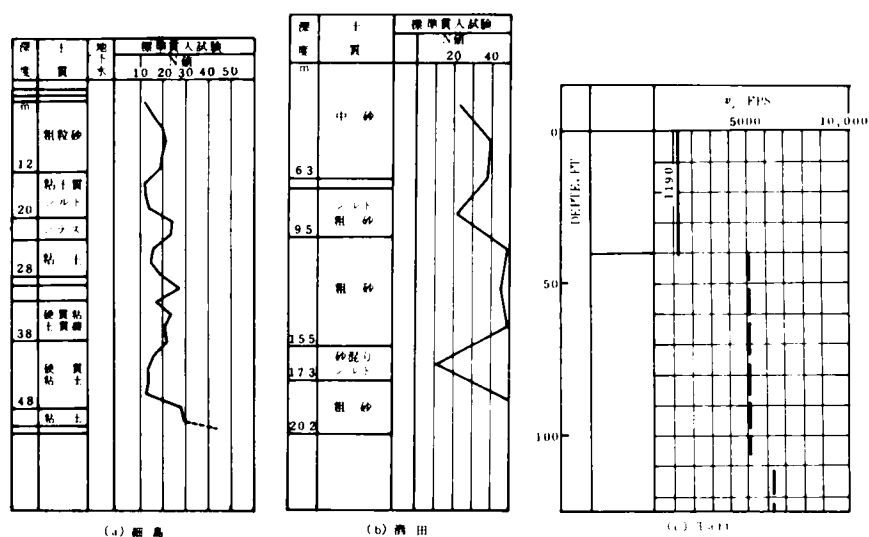


Fig. 6.3.8 土質柱状図および N 値

一例として、Fig. 6.3.8には S544N (細島)，S271N (酒田)，IIA04N (Taft) の記録が得られた地点の土質柱状図および N 値または横波速度の分布を示した。地盤条件を示す指標としてここでは横波速度 v_t を用いることにした。 N 値が得られている地点に関しては柴田¹²⁾による次式で v_t に換算している。

$$v_t \text{ (m/sec)} \cong 10 \sqrt{10N} \quad \dots\dots\dots (6.3.19)$$

そして N 値に関しては、各観測地点で異なるが表層と思われる 10 ~ 50 m の平均的な値を用いている。このようにして得られた結果を Fig. 6.3.9 に示す。 v_t と T は必ずしも 1 対 1 に対応するもので

はないが、横波速度が大きくなれば強震波形の卓越周期は小さくなっていくことは明らかである。すなわち、硬い地盤上の観測点で得られた波形には高周波成分が多く含まれていくことが知られる。本節の目的である管状構造物に生じるひずみとの関連でいえば、前節の Fig. 6.2.7

で v_t を一定として応答計算した結果、 T の増加とともに軸ひずみは増加しており、Fig.

6.3.9 の v_t と、解析に用いた v_t が対応しているものと考えれば、Fig. 6.3.9 より v_t の減少とともに T は増加しているの、地震時には v_t が小さく軟かい地盤内にある管状構造物に生じる軸ひずみはほど大きくなるということが知られる。

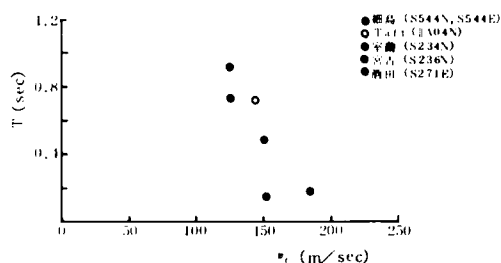


Fig. 6.3.9 地盤条件 (v_t) と卓越周期の関係

6.4 地中に埋設された管状構造物の耐震性に関する考察

本章の研究によって得られた結果より、地中にある管状構造物の耐震性を検討する上での基本的な考え方について述べる。

地中にある管状構造物は周囲を地盤に取り巻かれているため、埋設地点の地盤の運動に大きく影響され、慣性力を中心とした従来の耐震設計とは異なった設計法が必要であることが、これまでにも指摘されてきたが、系統的な手法はまだ確立されていない現状にある。

現在行なわれようとしている新しい設計法¹³⁾では、管状構造物の長手方向に伝播する波動から地盤変位波形を求め、その卓越周期と変位振幅との関係を求めて、スペクトルを作成する。そして管状構造物を弾性床土のはりとして地盤と同様の変形をする際の運動を解析し、構造物に生じる軸力、曲げ力を算出しようとするものである。

この変位スペクトル法の考え方の基本には、地震時に管状構造物は地盤と同様な変形を行ない構造物に生じる変位振幅もただか地盤の変位振幅までであるとみなす立場であることはいうまでもない。

本論文の第1章でも述べたように、地盤の変形を中心として管状構造物の地震時応答を議論することにはもちろん異論はない。

実際に、管状構造物の耐震性を検討する際には構造物に生じる変位の大きさそのものが問題となるのではなく、構造物の変形割合すなわちひずみが重要な評価の指標となってくる。変位スペクトルを用いて最終的に軸力、曲げ力を算出するのもそれぞれ軸ひずみ、曲げひずみをもって動的応答値を評価していることになる。

本章 6.3 節の式 (6.3.1) をみれば、管状構造物と地盤の変位振幅が等しいときには、これまでも述べてきたように、軸ひずみは地盤の運動速度に比例し、曲げひずみは地盤の運動加速度に比例することが明らかである。

したがって、加速度波形の積分によって変位波形を得て、その変位スペクトルより軸力、曲げ力を計算していく過程には、一度積分して得た量を再び微分して用いるという操作が含まれているように思われる。しかも、弾性床土のはりとしてひずみを求めていく際には定常波入力のか考え方によって解析を進めていることになっている。

スペクトル法に対するこのような考え方の立場より、本研究においてはスペクトル法と同様の解析モデルを用いて、地震波が管状構造物の長手方向に伝播する際に生じる軸ひずみ、曲げひずみの非定常応答の解析を行なった。そしてこれらの最大応答ひずみ振幅が入力波形の卓越周期や波速、構造物の径といかなる関係にあるのかについて検討を進めた。

さらに軸ひずみ、曲げひずみの応答波形が地盤の加速度波形、速度波形ときわめて近似していることを確かめて、管状構造物に生じるひずみの非定常応答波形は加速度記録さえあれば容易に推測されうるものであることを示した。そして加速度波形およびその積分によって得られるひずみ振幅は応答計算によって得られるひずみ振幅よりも 1～2 割程度大きくなっていることを指摘して、管状構造物の剛性による入力損失のあることを確かめた。それより、地震時に生じるひずみ量を推定するための有用な資料に供する目的で Fig. 6.2.7, Fig. 6.2.8 でひずみ振幅の特性を示し、Fig. 6.3.3 では多くの地震記録の積分によって得られた加速度と速度の関係について図示した。

これらの事柄より、とくに運動の拘束されていない、地中にある管状構造物の耐震性を検討するにあたっては、地震時における埋設地点の最大加速度、最大速度を何らかの方法で推定し、長手方向に伝播する波動の速度を縦波、横波の速度に等しいものと仮定して軸ひずみ、曲げひずみ量を式 (6.3.1) によって算出する。そして、それらの値の 8～9 割を見込んだものを構造物に生じるひずみ量とみなして諸断面力の検討を行なえばよいということになる。この際、問題となるのは地盤の最大速度の求め方であるが、本文の式 (6.3.16) で示した $10 \text{ cm/sec}/100 \text{ gal}$ も 1 つの目安となるであろう。また、地表面に沿って進行する波動の速度は直接にひずみ振幅に影響してくるので重要ではあるが、本文第 1 章にも述べたように横波、縦波の速度を用いることはひずみの上限値を与えて安全側を計算していることになる。さらに、剛性による入力損失の程度については波動論による応答計算のパラメータを変えて多くの計算例から算出してくる必要がある。1～2 割程度の低減率は横波速度 100 m/sec 程度の地盤中に径が 4 m 程度のコンクリート管が埋設されている場合の結果であることはいうまでもない。

以上のような基本的な考え方によって地中にある構造物に対する耐震性の検討が可能であると思われる。

6.5 結 語

本章 6.2 では波動論による管状構造物の地震応答解析を周波数伝達関数の考え方を用いて行なった。また、6.3 では加速度波形の積分による応答ひずみの算定を行なうと同時に加速度、速度、変位、周期などの相互の関連について考察を加えた。そして、6.4 では 6.2、6.3 の結果より地中に埋設された管状構造物の耐震性を検討する際の基本的な考え方について若干ふれた。

本章の研究によって得られた成果を列挙すれば以下のようである。

1) 入力地震波をフーリエ変換したものと、波動論により求めた周波数伝達関数を乗じて逆変換すれば、任意の地震波に対する連続体振動系の非定常応答を計算しうることを示し、地盤中に埋設された管状構造物の地震時応答を解析した。

2) 軸ひずみ応答波形は地盤の速度波形ときわめて近似しており、曲げひずみ応答波形は加速度波形と近似している。

3) 管状構造物の長手方向に進行する波動の速度を c とすれば、軸ひずみは c の逆数に比例して減少し、曲げひずみは c の逆数の 2 乗に比例して減少する。

4) 軸ひずみは管径にはほとんど影響されないが曲げひずみは管径に 1 次比例して増大している。

5) 種々の加速度強震波形を用いて応答計算した結果、最大応答軸ひずみは強震波形の卓越周期と 1 次比例の関係にあるが、最大応答曲げひずみは無関係である。

6) 周波数伝達関数を用いて応答計算を行なった結果の最大応答ひずみ量は、加速度波形を積分して、簡便法により求めたひずみ量よりも 1～2 割程度小さくなっている。これは管状構造物の剛性によって地盤の運動がすべては、構造物に伝達されず入力損失があるためと考えられる。

7) 多くの加速度波形を積分した結果、最大加速度と最大速度の間には、

$$V_{max} \cong 0.1 \times A_{max}$$

の関係があることが知られ、最大速度と最大変位との間には、

$$D_{max} \cong 0.4 \times V_{max}$$

の関係がほぼ成立していることが知られた。

8) 最大加速度が同一の場合、加速度波形の卓越周期が増加するほど速度値も増加する傾向にある。

9) 硬い地盤上の観測点で得られた加速度波形ほど高周波成分が卓越している。

10) 軟かい地盤内に埋設された管状構造物ほど地震時に生じるひずみ量は大きくなるものと推察さ

れる。

11) 本章で得られた研究成果より、地中にある管状構造物の耐震性を検討するにあたっては、地震時における埋設地点の最大加速度 A 、最大速度 V を推定して、 $\epsilon_A = V/v_l$ 、 $\epsilon_B = A/v_t$ として軸ひずみ ϵ_A 、曲げひずみ ϵ_B を計算する。 v_l 、 v_t は縦波、横波の速度である。その値に剛性による入力損失係数(0.8～0.9)を乗じて応答値とし、諸断面力を検討すればよいことが知られた。

12) 変位スペクトル法は構造物に生じる地震時ひずみを算出するのに必ずしも最善の手法ではないと考えられる。

続いて、本章における問題点、今後の課題について簡単に記述する。

1) 管状構造物および地盤の弾性諸定数の種々の値について伝達関数 $\epsilon'_A(u\omega)$ 、 $\epsilon'_B(u\omega)$ を計算して、最大応答ひずみを算出し、剛性による入力損失係数を明らかにしていく必要がある。

2) 変位スペクトル法ではひずみを計算する際に周辺地盤の地盤反力係数をいかに決定するかによってひずみ量が大きく変化するので、応答計算による結果と直接に比較できない。今後何らかの形で相互の定量的な差異を明らかにしていく必要があろう。

3) 本章の応答計算は比較的、短時間で容易に行なうことができるので、計算例をふやして入力地震、管状構造物、埋設地点の地盤条件の種別に最大応答ひずみスペクトルを作成して設計の用に供することが望まれる。

第7章 結 論

本論文の研究は、地中に埋設された管状構造物の地震時の振動性状を明らかにし、その合理的な耐震設計を行なう上での有用な資料を得ることを目的として実施されたものである。

管状構造物は、地中にある土木基礎構造物と比較して種々の構造的特性を有するために、耐震設計に関する従来の概念が通用しない一面を有している。

沈埋トンネルやパイプラインなどが次々と建設されている現況にあって、それら管状構造物の耐震設計に関する基本的な考え方を確立し、設計指針を作成することは、現在の耐震工学に課せられた重要な課題の一つであることは疑いないところである。さらには、管状構造物のもつ機能遂行の際における安全性や建設の必要性を総合的な開発計画の中で議論していくことも、耐震工学を研究する者にとって無関係なことではないであろう。

本研究を実施するにあたっては、地震時における管状構造物の挙動と埋設地点周辺の地盤の挙動との関連性を明らかにすること、振動性状急変部における構造物の挙動を知ること、耐震性を検討する上での基本的な考え方をうることを目的として、理論的、実験的研究を行なった。そして、いくつかの新しい理論解析手法、実験的手法を用いることによって、地中にある管状構造物の耐震性を検討する上での有益な資料が得られたものと考えられる。

各章における研究成果については各章の結語の中ですでに詳しく列挙したが、本章においては、さらに、各章の研究概要を取りまとめるとともに、管状構造物の耐震性という観点から研究成果を整理し直して記述し、同時に今後に残された課題等に言及することにする。

緒論は本論文の研究を実施する目的・意義について述べるとともに、この分野における各種研究の紹介とそれに対する著者の考え方についてふれたものである。また、管状構造物が過去の大地震によって受けた被害例を示して、研究課題との関係を明らかにしようとした。

第2章では管状構造物の横断面内での振動性状を波動論および有限要素法を用いて検討し、構造物のもつ慣性力とその系の振動に与える影響について調べた。その結果、構造物の諸応答値が入射波動の特定の振動数で大きな値を示すことはなく、構造物の固有振動特性は引き起こされないことが知られた。そして、構造物の動的挙動は周辺地盤の挙動とほとんど等しくなり、構造物の慣性力とその系の応答値に与える影響は無視できうる程度であることが明らかとなった。

このことより、管状構造物の耐震性を検討する上で、それが埋設される地盤の、地震時の運動性状を明らかにしていくことは最も重要な要素となってくる。さらに、本章における研究の結果、地中の深い位置に埋設される構造物の変位は小さくなるが、それに作用する振動圧は大きくなっていくこと

が知られ、深い位置に埋設された構造物ほど耐震的に有利であるとは必ずしもいい難いことが知られた。構造物の保安管理の面からも、適切な埋設深さが決定される必要があろう。

第3章では管状構造物の長手方向をも含めた系を対象として、弾性波動論による解析手法を用いて構造物の剛性による地震入力損失について検討した。同時に、構造物の運動が地盤運動の近似では表現できないような振動系を対象として、構造物の接合部付近に生じるひずみ振幅の大きさについて議論を行なった。その結果、管状構造物に生じるひずみ振幅は地盤に生じるひずみよりも幾分低下することが知られ、本章における計算例では5～25%程度の低減率であった。すなわち、地震時に管状構造物が地盤と全く同じ動きをすると仮定してひずみ振幅を推定した場合には、一般的に過大に評価していることになる。本論文においては、第6章の地震応答解析の結果とも総合して、地盤時に管状構造物に生じるひずみ振幅は地盤の挙動より推定したひずみ量に剛性による入力損失係数を乗じて求められるという立場をとっている。

また、管状構造物が他の構造物と接合する部位において生じるひずみ量はきわめて大きな値であり軸ひずみよりも曲げひずみの方が卓越することが知られた。実際にこのような位置においては振動性状が滑らかに変化しうるように、何らかの耐震構造様式の工夫が必要となるであろう。上述した剛性による入力損失係数を種々の場合について計算しておくことは本論文に残された重要な課題の一つである。

前章までの検討によって、管状構造物の運動は地盤運動によって近似しうることが知られたので、第4章では地盤構成要素（剛性・層厚）が急変する場合の地盤の動特性を調べることによって、このような地点に埋設される管状構造物の耐震性の資料をうることに努めた。その結果、剛性や層厚が急変する部位では地盤の振動性状は特異な挙動を示し、変位や加速度の変化割合が最も著しくなることが知られた。当然ながら、このような地点に埋設される構造物には大きなひずみが発生することは容易に推測される。とくに、軟かい地盤層から硬い地盤層へ、また、層厚の小さい地盤層から層厚の大きい地盤層へと波動が進行する場合には、逆方向に波動が進行する場合と比較して、波動進行方向での地盤の動きの差異が大きくなることが明らかにされた。したがって、できうる限りそのような地点での構造物の設置を避けるか、あるいは振動性状が徐々に変化しうるように地盤の改良あるいは施工上の配慮が必要となってくるであろう。また、実地盤でこのような地層特性をもつ場所での地震動を観測して、理論解析による結果との比較、検討を行なうことも是非とも必要とされる。

第5章では第4章と関連して振動性状急変部における管状構造物の動的挙動を検討する目的で3種類の室内模型実験を実施した。2つの実験は、地盤の剛性あるいは層厚が急変している弾性地盤模型をセラチンで作成し、合成ゴムで作った管状構造物の模型を埋め込んで定常加振実験および衝撃波に

よる振動実験を実施して構造物に生じるひずみを測定したものである。他の1つの実験はアクリルアマイド系のグラウト剤で作った地盤中に、地上への開口部を有する地中トンネル模型を埋め込んで同様の振動実験を実施し、開口部付近の構造物の動きを計測したものである。これらの実験の結果によっても、管状構造物の固有振動特性が引き起こされることはなく、埋設地点の地盤の動きにほとんど支配されていることが知られた。また、地盤の硬さが急変する部位での管状構造物の軸ひずみ、曲げひずみ量は他の箇所と比較して大きな値となるが、層厚急変部においてはそれほど大きなひずみ振幅にならないことが知られた。したがって、硬さが急変する地点に構造物を施工する場合には、とくに耐震的な配慮をすることが必要であるように思われる。

また、第3の実験を実施することによって、管状構造物の長手方向部と地上への開口部とは異なった振動性状をすることが知られ、開口部ではその固有振動数で大きな応答値を示すと思われる現象がみられた。この結果より、長手方向部と開口部とは、それぞれ独自の耐震設計に関する考え方で議論する必要があると思われる。すなわち、長手方向部に関しては、基本的には地盤と同様の変形を行なうものと見なして軸力、曲げ力を算定し、開口部およびその近傍の構造部分に関しては、むしろ、地中にあるケーソン基礎と同様な考え方で耐震設計を進めるべきであると考えられる。

本章における模型振動実験においては種々の制約条件によって、地盤運動と管状構造物の運動の関連性について定量的に十分に明らかにされたことはいい難く、実験手法の改良について考察すると同時に、これらに対応する振動実験を実地盤で実施することも必要となるであろう。

第6章では、波動論による管状構造物の非定常地震応答解析を周波数伝達関数の考え方をを用いて行なうとともに、従来より用いられている地震時応答ひずみを推定する簡便法による結果との比較検討を実施した。

本章における研究結果によれば、周波数伝達関数を用いて非定常地震応答計算より求められる最大ひずみ量は加速度波形を積分して求められるひずみ量よりも10~20%程度小さくなることが知られ、定常応答解析の結果と同様に構造物の剛性による入力損失のあることが知られた。第6章のところでも少し述べたように、地中にある管状構造物の耐震性を検討する基本的な考え方は、地震時における構造物埋設地点の最大加速度 A 、最大速度 V を推定し、 $\epsilon_A = V/v_l$ 、 $\epsilon_B = a \cdot A/v_l$ より軸ひずみ ϵ_A 、曲げひずみ ϵ_B を計算し、その値に剛性による入力損失係数を乗じて応答値とし、それより諸断面力を検討するということである。その際に必要となる、地盤の運動加速度、速度、変位、周期、地盤条件の相互の関連性については、本章6.3節で多くの強震波形について検討した結果は有用な資料になるものと思われる。得られた値にばらつきがあってもかなり粗い近似ではあるが、最大加速度 A (gal)、最大速度 V (cm/sec)、最大変位 D (cm)の間には、おおむね $V \cong 0.1 \times A$ 、 $D \cong$

0.4 × V なる関係が成立していることも知られた。なお、本章における波動論を用いての非定常応答計算は比較的短時間で容易に行なうことができるので、入力地震動の特性、構造物の規模、埋設地点の地盤条件の種別に最大応答ひずみスペクトルを作成していくことも重要であると考えられる。

本論文の概要および管状構造物の耐震性の議論にとって有用と思われる研究成果の記述は以上のとおりであるが、地中に埋設された管状構造物の合理的な耐震設計法を確立するためには、上述したように多くの解決されねばならない事項が残されており、今後の研究に待つところが大きいといわねばならない。なお、本論文は著者がここ数年来行なってきた研究結果を取りまとめたものであり、このような分野の研究推進の一助となり、ひいては社会の調和的な進歩に貢献できるならば、何よりの喜びとするところである。

本研究中の数値計算は京都大学大型計算センターFACOM230-75によったものであることを付記する。

最後に、本研究を遂行するにあたり終始ご指導ご鞭撻賜わった京都大学教授 後藤尚男先生、本論文を取りまとめるに際して種々ご支援ご鞭撻頂いた京都大学教授 柴田 徹先生に甚深な謝意を表する次第である。また、本論文の研究内容すべての細部にわたってご指導、ご討議頂いた京都大学助教授 土岐憲三先生にも心からの感謝の意を表するものである。さらに、第5章および付録の実験を実施するに際してお世話になった当時の京都大学大学院学生の角南 進、吉田 明の両君にも謝意を表する次第である。

本研究の実験に際しては文部省科学研究費（特定研究，奨励研究）の補助を受けたことを記し、関係各位に感謝するものである。

参 考 文 献

第 1 章

- 1) 岡本舜三：耐震工学，オーム社，昭46，pp. 417～446.
- 2) 土木学会編：昭和39年新潟地震震害調査報告，昭41.
- 3) 福岡正己：サンフェルナンド地震の調査報告，土と基礎，Vol.19, No.6，昭47.6，pp. 37～43.
- 4) 浜田政則：沈埋トンネル耐震設計計算法に対する一試案，Proc. of the 3rd JEES-1970，1970.11，pp. 739～746.
- 5) 後藤尚男・高田至郎：地中埋設物の振動特性について，土木学会第26回年次学術講演会講演集第Ⅰ部，昭46.10，pp. 311～314.
- 6) 武藤 清・内田一成・津川恒久：沈埋函の地震応答解析，Proc. of the 3rd JEES-1970，1970.11，pp. 437～444.
- 7) 後藤洋三・太田 順・佐藤拓男：F.E.M.による沈埋トンネルの地震応答計算方法について，土木学会第26回年次学術講演会講演集第Ⅰ部，昭46.10，pp. 321～324.
- 8) 浜田政則・泉 博允：沈埋トンネルの地震応答計算，土木学会第26回年次学術講演会講演集第Ⅰ部，昭46.10，pp. 317～320.
- 9) A. Sakurai and T. Takahashi：Dynamic stresses of underground pipe lines during earthquakes，Proc. of the 4th WCEE，1969，pp. 81～95.
- 10) 小池 武：埋設構造物の振動特性に関する基礎的研究，京都大学卒業論文，昭44.3.
- 11) 桜井彰雄・高橋 忠・栗原千鶴子・矢島 浩：長大構造物の地震応答解析についての一考察，Proc. of the 3rd JEES-1970，1970.11，pp. 426～436.
- 12) Y. Aoki：Seismic design spectra for trench type tunnel，土木学会論文報告集，第211号，昭48.3，pp. 77～87.
- 13) 小坪清真・川入達男・村田 繁：地中構造物に働く地震力について，土木学会第26回年次学術講演会講演集第Ⅰ部，昭46.10，pp. 315～316.
- 14) 後藤尚男・土岐憲三・高田至郎：地中埋設管の振動特性に関する二，三の研究，土木学会論文報告集，第209号，昭48.1，pp. 15～25.
- 15) 後藤尚男・土岐憲三・高田至郎：表層地盤内にある埋設管の耐震性について，京都大学防災研究所年報，第15号B，昭47.4，pp. 513～526.
- 16) 後藤尚男・柴田 徹・土岐憲三・高田至郎・角南 進：地盤構成の急変部に埋設された構造物の

振動特性, 京都大学防災研究所年報, 第16号B, 昭48.4, pp. 631 ~ 655.

- 17) 田治見 宏: 深い基礎を有する構造物の地震応答について, Proc. of the 2nd J EES-1966, 1966.10, pp. 255 ~ 257.
- 18) 後藤尚男・土岐憲三・高田至郎: 地中基礎構造物の振動特性について, 京都大学防災研究所年報, 第14号A, 昭46.4, pp. 263 ~ 282.
- 19) 秋吉 卓: 地盤中基礎構造物の地震応答に関する研究, 京都大学提出博士学位論文, 昭47.9, 第3章, pp. 50 ~ 97.
- 20) 金子孝吉: 沈埋函の耐震設計について, 土木学会第28回年次学術講演概要集第1部, 昭48.10, pp. 499 ~ 500.
- 21) 建設省土木研究所編: 沈埋トンネルの耐震設計に関する調査報告, 土木研究所資料第746号, 昭47.3, pp. 92 ~ 102.
- 22) 田村重四郎・岡崎孝夫: 沈埋トンネルの模型振動実験, 土木学会第11回地震工学研究発表会講演概要, 昭46.7, pp. 29 ~ 32.
- 23) 後藤洋三・太田 順・佐藤拓男: 沈埋函トンネルの地震応答解析について, 土木学会第12回地震工学研究発表会講演概要, 昭47.7, pp. 115 ~ 118.
- 24) 岩崎敏男・若林 進・若月高晴・辻 勝成: 沈埋トンネルの地震応答, 土木学会第12回地震工学研究発表会講演概要, 昭47.7, pp. 111 ~ 114.
- 25) 青木范典・土田 肇・林 聡: 沈埋トンネル水平部の野外模型振動実験, 土木学会第11回地震工学研究発表会講演概要, 昭46.7, pp. 21 ~ 24.
- 26) 那須信治: 沈埋函の振動実験, 土と基礎, Vol.20, No.1, 昭47.1, pp. 21 ~ 30.
- 27) 田村重四郎・岡本舜三・加藤勝行: 地震時に発生する沈埋トンネルの歪について (地震観測), 土木学会第28回年次学術講演会講演概要集第1部, 昭48.10, pp. 501 ~ 502.
- 28) T. R. Kuesel: Earthquake design criteria for subways, ASCE, ST6, 1962, pp. 1213 ~ 1230.

第 2 章

- 1) 岡本舜三・加藤勝行・伯野元彦: 地中に働く地震力に関する研究, 土木学会論文集, 第92号, 昭38.4, pp. 46 ~ 51.
- 2) 寺沢寛一: 自然科学者のための数学概論, 昭29.10, pp. 449 ~ 503.
- 3) 山田善一: 松村 博: 有限要素法による基礎-地盤系の振動解析, ~~京都大学修士論文, 昭44.3, pp. 579 ~ 586.~~ JSSCマテリアル基礎研究所講演集, 昭44.5.

- 4) O.C.Zienkiewicz and Y.K.Cheung : The finite element method in structural and continuum mechanics, McGraw- Hill, 1967.
- 5) R.W. Clough and R.J. Woodward. Analysis of embankment stresses and deformations, Proc.of ASCE, SM4, 1967, pp. 529 - 549.
- 6) 柴田 徹・土岐憲三・吉野安男 : 有限要素法による地盤の振動解析におけるモデル化の一方法について, 土木学会第27回年次学術講演会講演概要集第I部, 昭47.10, pp. 501 ~ 504.
- 7) J.Lysmer and R.L. Kuhlemeyer: Finite dynamic model for infinite media, Journ. of Eng. Mech. Proc.of ASCE, EM4, 1969,8.
- 8) 土質工学会編 : 土の動的性質とその応用, 昭40.1.
- 9) 吉原 進 : ケーソン基礎の振動特性と地震応答に関する研究, 京都大学提出博士学位論文, 昭48.9.
- 10) M.L. Baron and A.T. Mathews: Diffraction of a pressure wave by a cylindrical cavity in an elastic medium, Journ. of Applied Mechanics, 1961, pp. 347 ~ 353.
- 11) L.J. Mente and F.W. French: Response of elastic cylinders to shear wave, Proc. of ASCE, EM5, 1964. pp. 103 ~ 117.
- 12) C.C.Mow and W.L. McCabe: Dynamic stress in an elastic cylinder, Proc.of ASCE, EM3, 1963, pp. 21 ~ 41.

第 3 章

- 1) V.R. Thiruvankatachar and K.Viswanathan: Dynamic response of an elastic half space with cylindrical cavity to time dependent surface traction over the boundary of the cavity, Journ.of Mathematics and Mechanics, Vol.14, № 4, 1965, pp. 541 ~ 571.
- 2) 西村源六郎 : 振動工学, 誠文堂新光社, 昭44.5, pp. 379 ~ 442.
- 3) S. Timoshenko and J.N. Goodier: Theory of elasticity, McGraw- Hill, 1951.
- 4) 宮本 博 : 3次元弾性論, 裳華房, 昭42.4, pp. 117 ~ 147.
- 5) 本多弘吉 : 地震波動, 岩波書店, 昭17.1, pp. 1 ~ 37.

第 4 章

- 1) 土岐憲三 : 構造物基礎の地震応答に関する研究, 京都大学博士学位論文, 昭44.3, pp. 98 ~

120.

- 2) L.E. Alsop: Transmission and reflection of Love waves at a vertical discontinuity, *Jorn of Geophysical Research* Vol.71, No 16, 1966, pp. 3969 ~ 3984.
- 3) A.K. Mal and L. Knopoff: Transmission of Rayleigh waves at past a step change in elevation, *B.S.S.A.*, Vol.55, 1965, pp. 319 ~ 334.
- 4) I.Herrera: On a method to obtain a Green's function for a multilayered half space, *B.S.S.A.*, Vol.54, 1964, pp. 1087 ~ 1095.
- 5) M. Ewing, W. Jardetzky and F. Press: *Elastic waves in layered media*, McGraw-Hill, 1957, pp. 328 ~ 303.
- 6) A. Papoulis: *The fourier integral and its applications*, McGraw- Hill, 1962, pp. 81 ~ 168.
- 7) J.W. Cooley and T.W. Tukey: An algorithm for machine calculation of complex Fourier series, *Mathematical Computation*, Vol. No 90, 1965, pp. 297 ~ 301.

第 5 章

- 1) 前出第1章24)
- 2) 大原資生: 岸壁に作用する地震時土圧, 九大工学集報, 第29巻第2号, pp. 97 ~ 103.
- 3) 花田完五・畠山直隆・横山 実・後藤尚男・杉浦 弘: 振動公害の実態(騒音, 振動公害), 土木学会関西支部, 昭43.3, pp. 75 ~ 111.

第 6 章

- 1) D.E. Hudson: Some problems in the application of spectrum techniques to strong-motion earthquake analysis, *B.S.S.A.*, Vol.51, No 2, 1961.
- 2) G.W. Housner: Ground displacement computed from strong motion accelerograms, *B.S.S.A.*, Vol.37, No 4, 1947.
- 3) G.V. Berg and G.W. Housner: Integrated velocity and displacement of strong earthquake ground motion, *B.S.S.A.*, Vol.51, No 2, 1961.
- 4) M. Amin and A.H. Ang: A non-stationary stochastic model for strong-motion earthquake, *Civil Eng. Studies, St. Res. Series, No 306*, University of Illinois.

- 5) A. Shiff and J. L. Bogdanoff: Analysis of current methods of integrating strong motion accelerograms, B.S.S.A., Vol. 57, No. 5, 1967.
- 6) 栗原千鶴子・桜井彰雄: 地震加速度波形の積分, 電力中央研究所, 技術研究報告, No. 68077, 1968.
- 7) 前出第1章 12)
- 8) 前出第4章 7)
- 9) 伊藤哲次・山原 浩: フーリエ級数展開による構造物の地震応答解析法, 日本建築学会論文報告集, 第190号, 昭46.12, pp. 35~41.
- 10) California Institute of Technology: Strong motion earthquake accelerograms, digitized and plotted data, Vol. II — corrected accelerograms and integrated ground velocity and displacement curves, 1971. 9.
- 11) 前出第1章 21)
- 12) 柴田 徹: 地盤内横波速度と標準貫入試験のN値の関係, 第5回土質工学研究発表会昭和45年度発表講演集, 昭45.6, pp. 121~124.
- 13) S.C. Liu and L.W. Fagal: A fast fourier transform approach to earthquake soil-structure interaction problems, 5WCEE, 1973.

(付 録)

内部振動源による管状構造物の振動とその伝播

A.1 概 説

近年、地下における土木施設の建造が盛んとなり、交通機関の面においても地下鉄道が大都市における大量輸送の主要な手段となりつつある。地下高速道路建設の必要も論議される現況にある。それとともに従来は地表面上あるいは地上の構造物内にある振動源が周辺の地盤や構造物に与える影響が問題視されているのに加えて、地下振動源による周辺の地中構造物や地上構造物に与える影響も問題となってきている。例えば地下鉄道の列車振動荷重や地下高速道路における自動車振動荷重といったものがこれらに相当する。そのほかにガス管、石油管、水道管などの流体振動荷重も問題とされることがありえよう。

本付録は、沈埋トンネル、地下鉄、ガス管、石油管、水道管などを一般に管状構造物と称して、それらの構造物内に振動源がある場合の構造物の振動とそれに伴う周辺地盤への波動伝播に関して基礎的な研究考察を進めたものである。

地下に振動源がある場合の波動伝播に関する研究は、Lamb によって手がけられた。Lamb¹⁾は半無限弾性体の内部に dilatational な点または線荷重がある場合の理論解を得ている。その後、Pekeris²⁾、Sherwood³⁾らによって地中内振動源による波動伝播が種々の手法によって解析され、数値計算に適した解の形をうることに努力が払われている。また、上記の研究はすべて点または線荷重によるものであるが、地盤内の空洞内部に作用する荷重による波動伝播についての研究はごく最近のものである。半無限地盤内に円形空洞を有するモデルの波動方程式は双曲座標での Helmholtz の方程式を解くことになり、それは変数分離が不可能なことから近似的な解を得る試みが Thiruvenkatachar, Viswanathan⁴⁾らによってなされている。また、Parnes⁵⁾は無限弾性地盤中の円筒シリンダー内を移動する応力による波動伝播を取り扱っている。文献4)などは純理論的に検討されており、解析モデルも限定されて空洞は円形または円筒形であり、工学的な観点からは未だ説明されていない点が多い。また、地中構造物内の振動源による波動伝播という分野における実験的な研究も少なく、地下鉄道走行による地上の振動が実測されはじめている程度である。

本文の A-2 では、表層地盤内に埋設された矩形中空断面の構造物内部に鉛直方向の振動荷重が加わった場合の波動伝播特性を、2次元有限要素法を用いて解析を行なった。半無限領域を有限な領域に置換して解析を行なうので、そこには取り除きたい境界での波動逸散の問題が存在するが、境界での条件を検討することによって近似的な解をうることにした。

また、A-3 では振動実験を実施して、地盤内の衝撃荷重による周辺地盤への波動伝播特性を調べた。これは、波動伝達関数が衝撃の深さ、周波数成分、伝播距離などどのような関連にあるのかを知ってその伝達関数をいかにしていくべきかを検討するためのものであり、同時に、波動そのものの特性を調べた。

A-2, A-3 ではいずれも移動荷重でなく、1点で上下方向に作用する動荷重を取り扱ったが、列車、自動車などを考えるときにはその移動速度も周辺地盤の運動に大きく影響することは容易に予想されるところであり、今後の課題として取り残した。また、このことは地表面に沿って長手方向の拡がりをもつ管状構造物を長手方向直角断面内での運動として2次元的に取り扱ったこととも関連して、さらに検討を加えていく必要もあらうと考えられる。

A.2 有限要素法による振動解析

A.2.1 解析モデルの検討

有限要素法 (F.E.M.) そのもののもつ種々の問題については本論文第2章でも検討したように、大体以下のような事柄が知られてきている。1) 要素分割については細かいほど、その1次固有円振動数は連続体での計算値に近づくが均質地盤の場合には分割数が少なくても固有振動数に大差はない。2) 解析対象とする地盤の横幅Bは地盤層の厚さHに比べると水平振動に関する限りその影響が小さい。3) 水平振動についていえば、境界条件は地盤層の下端部は完全固定、側方境界では上下方向は固定、水平方向は自由が比較的半無限領域の地盤運動を近似しうるようである。

しかし、上下方向の振動に関しては詳しい検討はほとんどなされていない。そこで、側方の境界条件と固有振動数、固有モードの関係を調べるために Fig. A. 2.1 (a) のモデルを用いた。横幅は 160 m 層厚は 60 m、分割要素数は 64 である。Fig. A. 2.2 (a), (b), (c) には 3 種類の境界条件をもつモデルについてそれぞれ水平振動、上下振動、ロッキング振動の固有円振動数と固有モードを示した。3 者とも地盤層の下端部の境界条件は水平、上下とも固定し、側方境界条件は水平、上下方向の順で Fig. A.2.2 のうち(a)は固定、自由(b)は固定、固定、(c)は自由、自由となっている。地盤はすべて均質とし弾性定数 $E = 2.0 \times 10^4 \text{ ton/m}^2$ 、単位体積重量 $\gamma = 2.0 \text{ ton/m}^3$ 、ポアソン比 $\nu = 0.40$ の値を用いている。

弾性波動論によって一層地盤のせん断1次固有円振動数 ω_g および縦振動の1次固有円振動数 ω'_g を求めれば次式となる。

$$\omega_g = \frac{\pi v_t}{2H} \quad , \quad \omega'_g = \frac{\pi v_l}{2H} \quad \dots\dots\dots (\text{A. 2. 1})$$

ここに、 H は層厚、 v_t 、 v_l は地盤内を伝播する横波および縦波の伝播速度である。式(A 2.1)より $\omega_g = 4.98$ rad/secと計算される。Fig. A. 2.2(a), (b) (c)の計算結果より、(c)の1次モードはせん断モードに近く $\omega_1 = 4.54$ rad/secと ω_g に近い値となる。(a), (b)の ω_1 は ω_g とはかなり異なった値となっている。次に、2次の上下振動については(a), (b)の場合がそれぞれ $\omega_1 = 10.09$ 、 10.24 rad/secであり ω_g の値に近い。(c)の場合は固有円振動数、モードともに他の2つの条件の場合とはかなりの差がある。また、第3次のロッキング振動についてはい

これらの条件の場合にも固有振動数は異なっておりモードにもかなりの違いがみられる。

これらの結果より、地中に埋設された構造物内に交通荷重などのように上下方向の振動荷重が作用する系では上下振動が水平振動よりも卓越することが推察されるので、側方の境界条件としては、地盤モデルの横幅をかなり広くとれる場合には両方向とも固定、そうでない場合には水平方向は固定、上下方向は自由が比較的確当な結果を与えるものと考えられる。以下の解析においては後者の条件を用いることにした。

次に、埋設構造物はFig. A. 2.1(c)に示すように幅10m、高さ7m、厚さは一様に1mのものを設定した。弾性定数、ポアソン比、単位体積量はそれぞれ 21×10^5 ton/m²、0.15、3.325 ton/m³とし、鉄筋コンクリート製の函状体を想定している。このような構造物が地表面からそれぞれ5、10、15、20mの深さに埋設されたモデル1～4までの場合を考え、埋設深さが種々の応答値に与える影

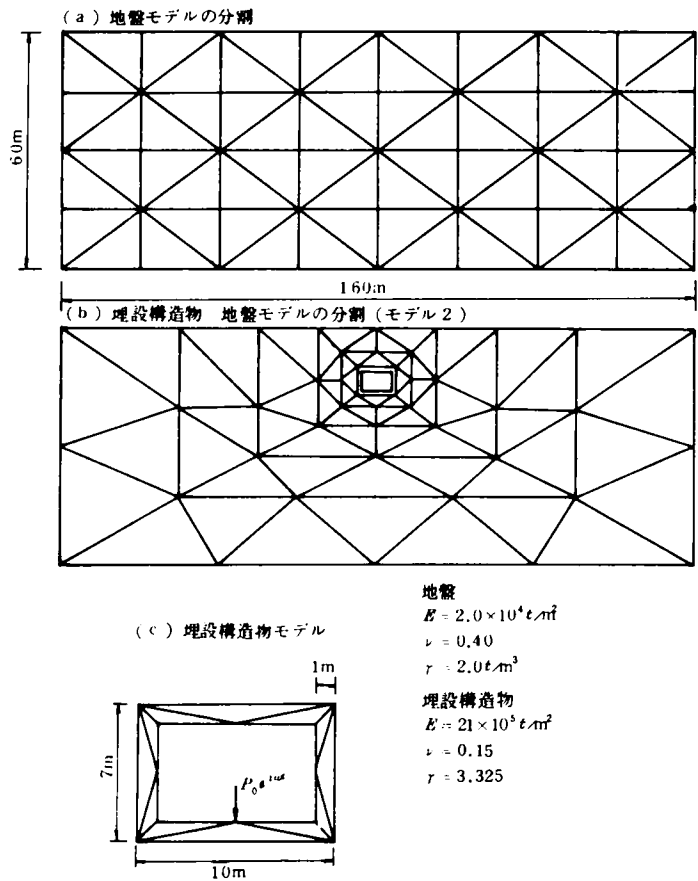


Fig. A. 2.1 解析モデル

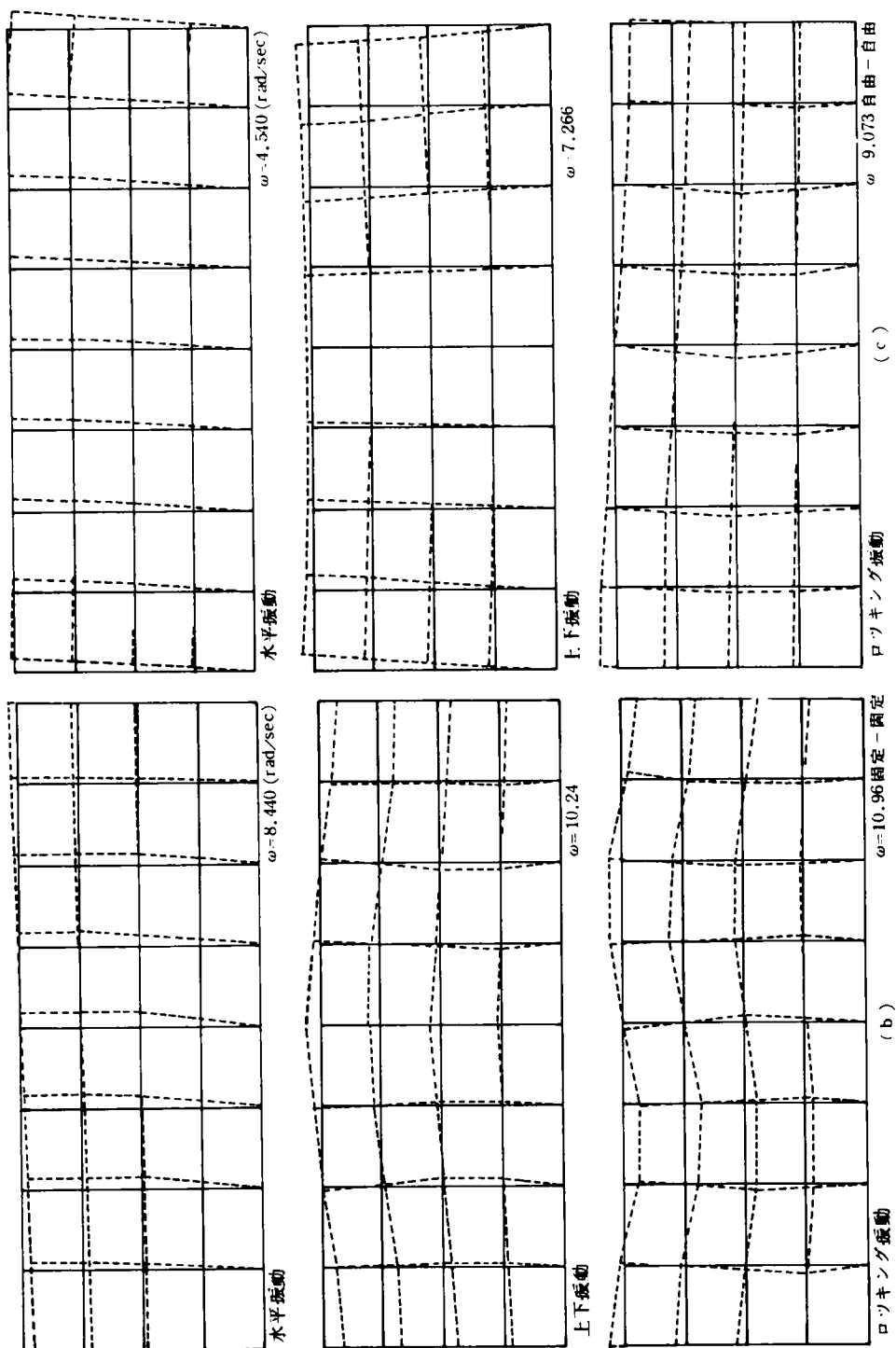


Fig. A.2.2 地盤の振動モード

響を検討した。ここで埋設深さは地表面と構造物の上面との間の距離すなわち土かぶり厚さを意味している。また、Fig. A. 2.1 (b)には埋設深さ10mの場合（モデル2）の要素分割法を示した。他のモデルについてもほぼ同様の分割の仕方となっている。

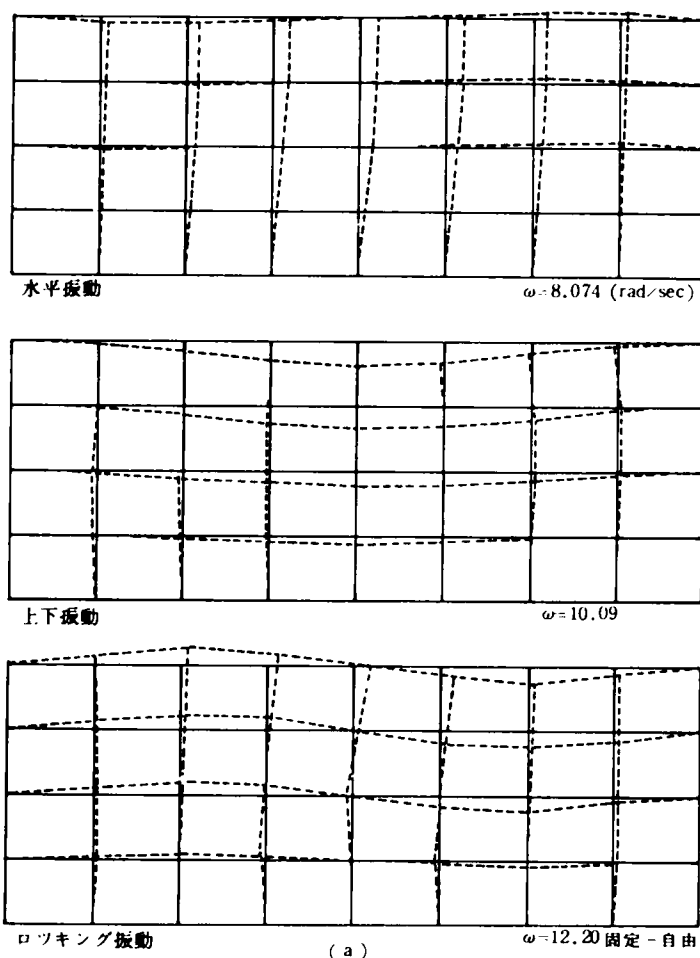


Fig. A. 2.2 地盤の振動モード

A. 2.2 振動解析と結果の考察

(1) 固有円振動数と固有モード

一般にマトリックス表示した多自由度系の振動数方程式は減衰を考慮しないときには次式となる。

$$\det [K] - \omega^2 [M] = 0 \quad \dots\dots\dots (A. 2. 2)$$

ここに $[M]$ 、 $[K]$ は質量および剛性マトリックスである。

この解析モデルでは自由度は100前後となり、高次の方程式を解かなければならない。そこで、次に述べる座標変換を行なって、数値計算に適した方法を誘導する。

$\{q\}$ を基準座標として変位ベクトル $\{\delta\}$ を次のように表わす。

$$\{\delta\} = [M]^{\frac{1}{2}} \cdot \{q\} \quad \dots\dots\dots (A. 2. 3)$$

運動方程式に代入すると減衰マトリックス $[C]$ を考えないときには、

$$-\omega^2 [M]^{-\frac{1}{2}} \{q\} + [K] [M]^{-\frac{1}{2}} \{q\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots (A. 2. 4)$$

上式の前から $[M]^{-\frac{1}{2}}$ を乗ずれば、

$$-\omega^2 \{q\} + [M]^{-\frac{1}{2}} [K] [M]^{-\frac{1}{2}} \{q\} = \{0\} \quad \dots\dots\dots (A. 2. 5)$$

$[M]$ 、 $[K]$ は実対称行列であるので上式中の $[M]^{-\frac{1}{2}} [K] [M]^{-\frac{1}{2}}$ も実対称行列となって式 (A. 2. 5) の固有値、固有ベクトルを求めるのに Jacobi の回転法を用いることができる。

この計算法によって求めた固有値、固有ベクトル(振動モード)をFig.A.2.3, Fig.A.2.4に示す。Fig.A. 2.3はモデル1 (埋設深さ5 m) の場合の水平、上下、ロッキング振動の各モードを示し、Fig. A. 2.4はモデル2, 3, 4における上下方向の各振動モードを示したものである。また、Table A. 2.1には各モデルにおける水平、上下、ロッキング振動の固有円振動数を示した。これらを検討した結果、以下のことが知られた。構造物

Table A. 2.1

各埋設構造物—地盤系の固有円振動数 (rad/sec)

の埋設深さが異なる場合でも各次振動の固有振動数と固有モードには大した差がみられない。そして、Table A. 2.1に示すように地盤のみのモデルの各固有振動数とはほとんど同様の値を示し、埋設構造物が系全体の固有振動数に与える影響は少ないものと考えら

深さ (m)	5	10	15	20	埋設管 なし
水平振動	7.914	7.924	7.914	7.895	8.074
上下振動	9.924	10.070	10.170	10.100	10.090
ロッキング 振動	12.020	12.520	12.460	12.410	12.200

れる。また、固有モードの検討の結果、75次モードまでは埋設構造物の動きは地盤の動きに全く追随していることが知られる。第76次モード (円振動数：約 600 rad/sec) 以上では逆に地盤の動きがなく構造物のみが大きな動きを示すことが知られ構造物の固有振動が現われる。しかし、これらの振動数は実際に作用する振動荷重の振動数よりもはるかに高い振動数領域であり、実際上は考慮の対象外によいものと考えられる。したがって地盤のもつ固有振動特性を明確にしておけば構造物および周辺地盤の振動性状がはば明らかになってくる。これは系を構造物—地盤の連成振動として解析する必要がなく、構造物のもつ慣性力の影響が非常に小さくなることを意味していると考えられる。

次に、強制荷重を加えたときの応答変位、応力について述べる。

外力が周期荷重であり次式で表わされるものとする。

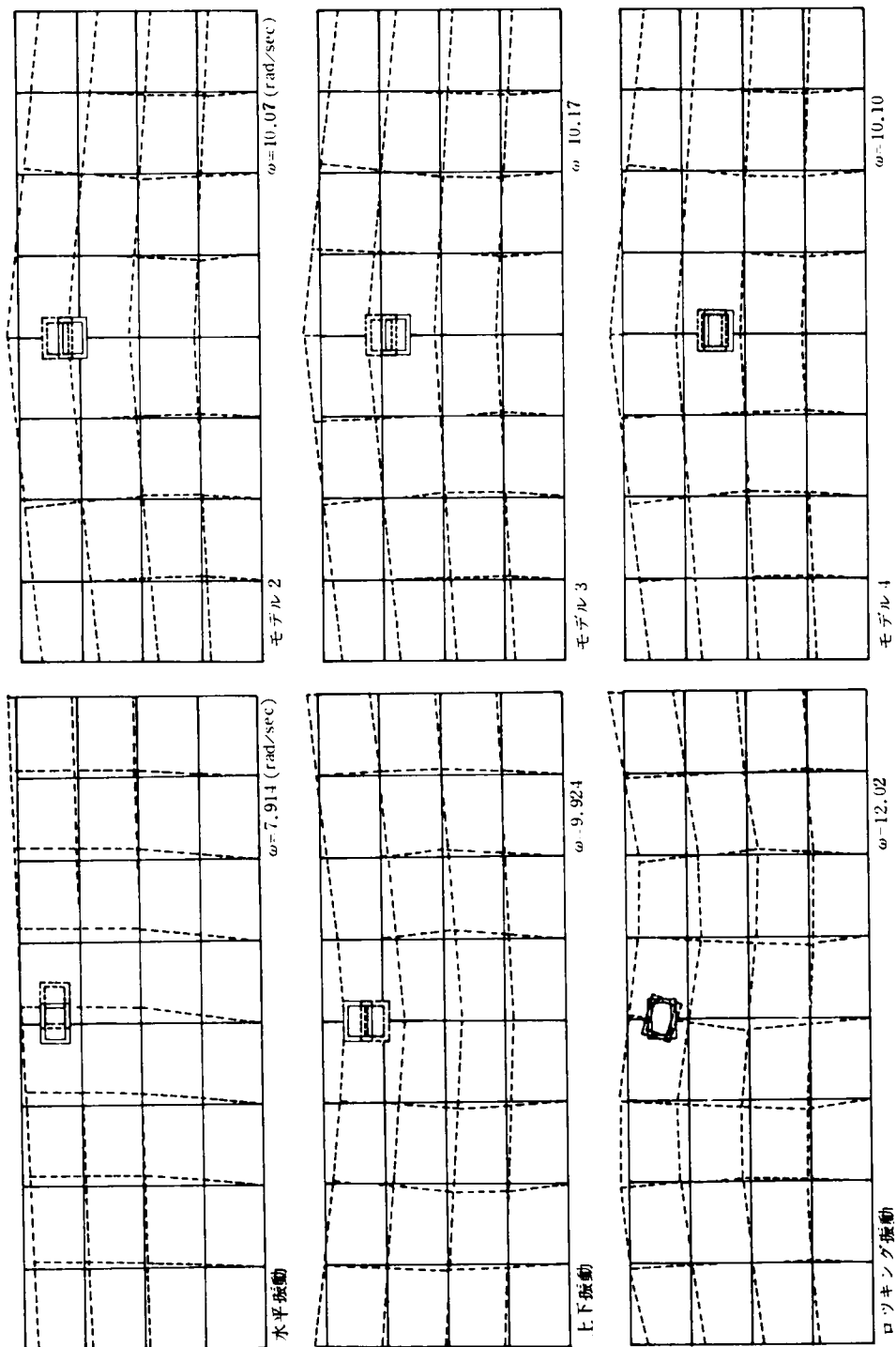


Fig. A. 2.3 埋設構造物-地盤系の振動モード

Fig. A. 2.4 各埋設構造物-地盤系の上下振動モード

$$\{P(t)\} = \{P_0\} e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (A.2.6)$$

この強制振動に対する解として次式の形が得られる。

$$\{\delta(t)\} = \{\delta_0\} e^{i\omega t} \quad \dots\dots\dots (A.2.7)$$

ここに $\{\delta_0\}$ は一般に位相遅れのために複素数となる。上式を運動方程式に代入すれば、

$$[-\omega^2\{M\} + i\omega\{C\} + \{K\}]\{\delta_0\} = \{P_0\} \quad \dots\dots\dots (A.2.8)$$

$\{\delta_0\}$, $\{P_0\}$ はともに次式のように複素値で表示できる。

$$\{\delta_0\} = \{a\} + i\{b\}, \quad \{P_0\} = \{g\} + i\{h\} \quad \dots\dots\dots (A.2.9)$$

このとき、上式を式 (A.2.8) に代入することによって次の 2 組の連立方程式が得られる。

$$\left. \begin{aligned} (\{K\} - \omega^2\{M\})\{a\} - \omega\{C\}\{b\} &= \{g\} \\ \omega\{C\}\{a\} + (\{K\} - \omega^2\{M\})\{b\} &= \{h\} \end{aligned} \right\} \dots\dots\dots (A.2.10)$$

これより $\{g\}$, $\{h\}$ が与えられれば $\{a\}$, $\{b\}$ が決定され系の応答が求まる。

また応力は $\{\delta\}$ が求まれば次式によって決められる。

$$\{\sigma\} = [D][B]\{\delta\} \quad \dots\dots\dots (A.2.11)$$

ここに、 $[D]$: 応力-ひずみ, $[B]$: 変位-ひずみの関係を与えるマトリックスである。

また、各節点変位 $\{\delta\}$ は x , y 方向の 2 成分をもち、次式のように表わせる。

$$x = c_1 \cos(\omega t - \varphi_1), \quad y = c_2 \cos(\omega t - \varphi_2) \quad \dots\dots\dots (A.2.12)$$

φ_1 , φ_2 は入力に対する位相差である。式 (A.2.12) によって各質点は 1 周期の間に軌跡運動を行なうことになる。その軌跡は次のように求められる。

式 (A.2.12) より ωt を消去すれば、

$$\frac{1}{\{c_1 c_2 \sin(\varphi_1 - \varphi_2)\}^2} \{c_1^2 y^2 - 2 c_1 c_2 x y \cos(\varphi_1 - \varphi_2) + c_2^2 x^2\} = 1 \quad \dots\dots\dots (A.2.13)$$

ここで、次の座標変換を用いる。

$$x = X \cos \gamma - Y \sin \gamma, \quad y = X \sin \gamma + Y \cos \gamma \quad \dots\dots\dots (\text{A} . 2 . 14)$$

これより X, Y の間には次の関係式が成立する。

$$\left\{ \frac{X^2}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2} - \sqrt{(c_1^2 + c_2^2)^2 - 4 c_1^2 c_2^2 \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2)}} \right\}^2 + \left\{ \frac{Y^2}{\sqrt{c_1^2 + c_2^2} + \sqrt{(c_1^2 + c_2^2)^2 - 4 c_1^2 c_2^2 \sin^2(\varphi_1 - \varphi_2)}} \right\}^2 = 1 \quad \dots\dots\dots (\text{A} . 2 . 15)$$

ここに、

$$\gamma = \frac{1}{2} \tan^{-1} \left\{ \frac{2 c_1 c_2 \cos(\varphi_1 - \varphi_2)}{c_1^2 - c_2^2} \right\} \quad \dots\dots\dots (\text{A} . 2 . 16)$$

上式は楕円を表わす方程式であり、 $\varphi_2 = \varphi_1 - \pi/2$ で両方向の動きに 90° の位相差をもつときには、式 (A.2.15) より

$$(X/c_1)^2 + (Y/c_2)^2 = 1 \quad \dots\dots\dots (\text{A} . 2 . 17)$$

が誘導され円運動をすることが知られる。

次に上の諸式によって計算した結果について考察を進める。Fig. A. 2.5～Fig. A. 2.8はモデル 1 (埋設深さ 5 m) の場合について外力の載荷点 A とその直上の地表面上の点 B およびそれより 30 m 50 m 離れた地点 C, D における上下方向変位の共振曲線を示したものである。外力 P_0 は 10 ton としている。

Table A.2.2 c^* と h の関係

それぞれの共振曲線は c^* が 500, 1,000, 1,500 t·sec/m の場合について計算しているが、 $1/\sqrt{2}$ 法によって等価減衰定数 h を求めると Table A. 2.2 のようになる。分割した三角形要素に与えた c^* の増加

c^* (t·sec/m) \ 地点	A	B	C	D
500	$h = 0.031$	0.032	0.034	0.034
1000	0.046	0.051	0.048	0.051
1500	0.068	0.066	0.059	0.071

とともに h も増加しているが必ずしも 1 次比例の関係にはない。要素数、分割方法などによって c^*

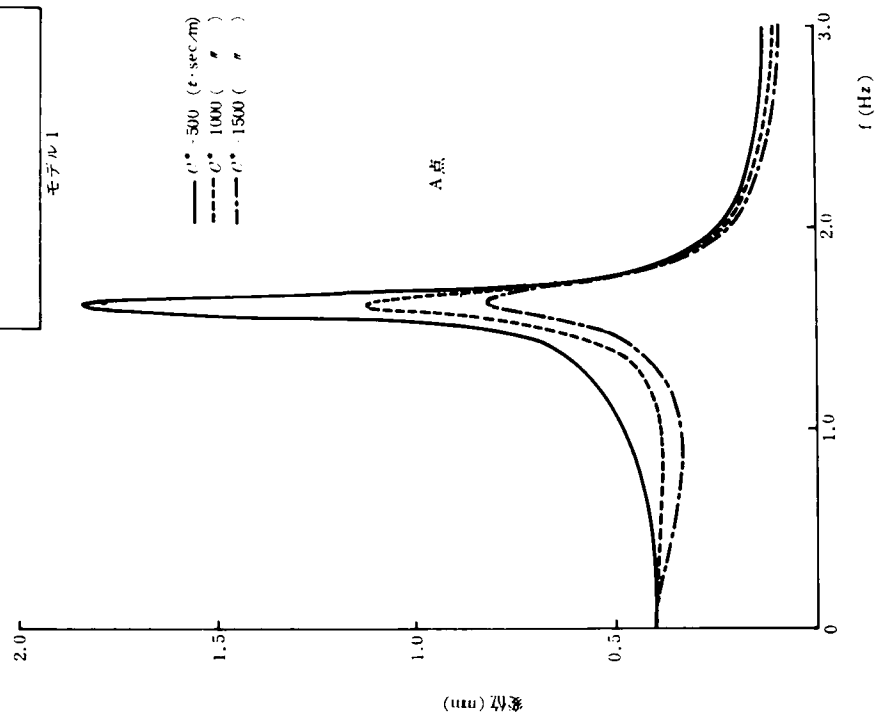
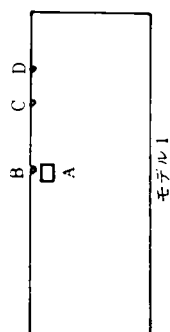


Fig. A. 2.5 変位共振曲線

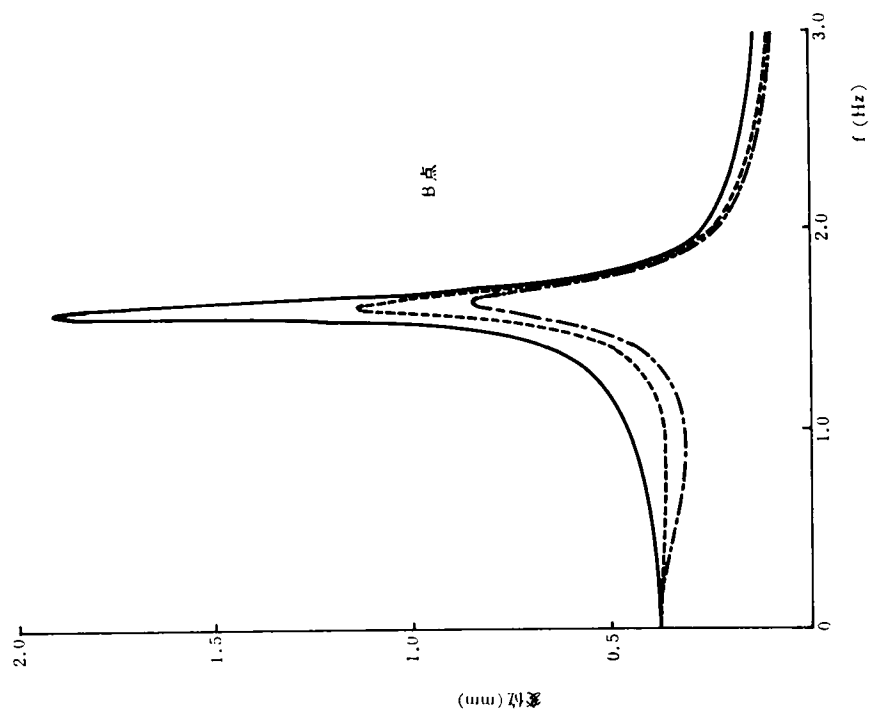


Fig. A. 2.6 変位共振曲線

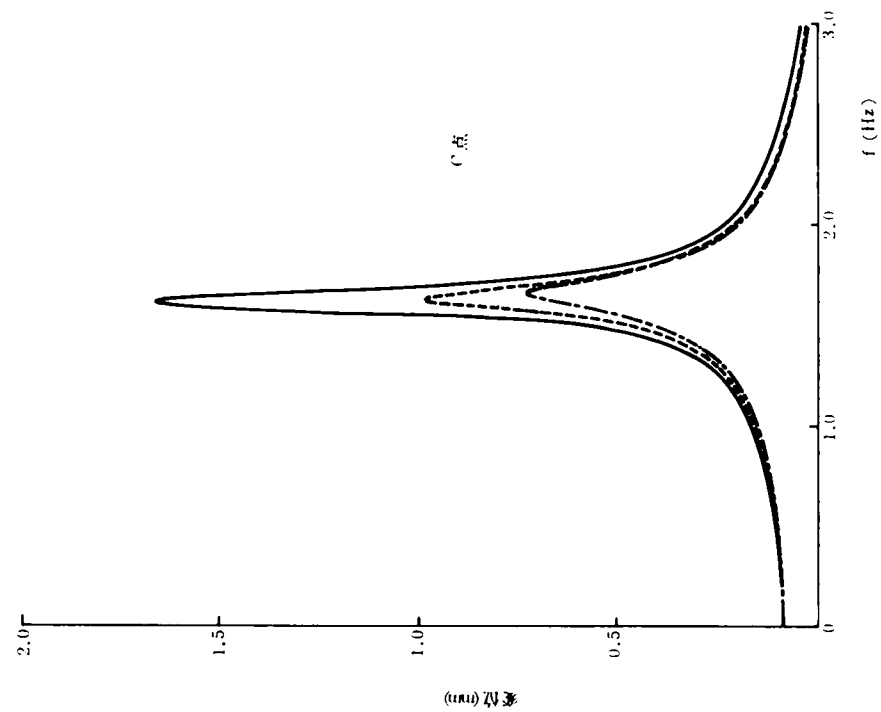


Fig. A, 2.7 变位共振曲线

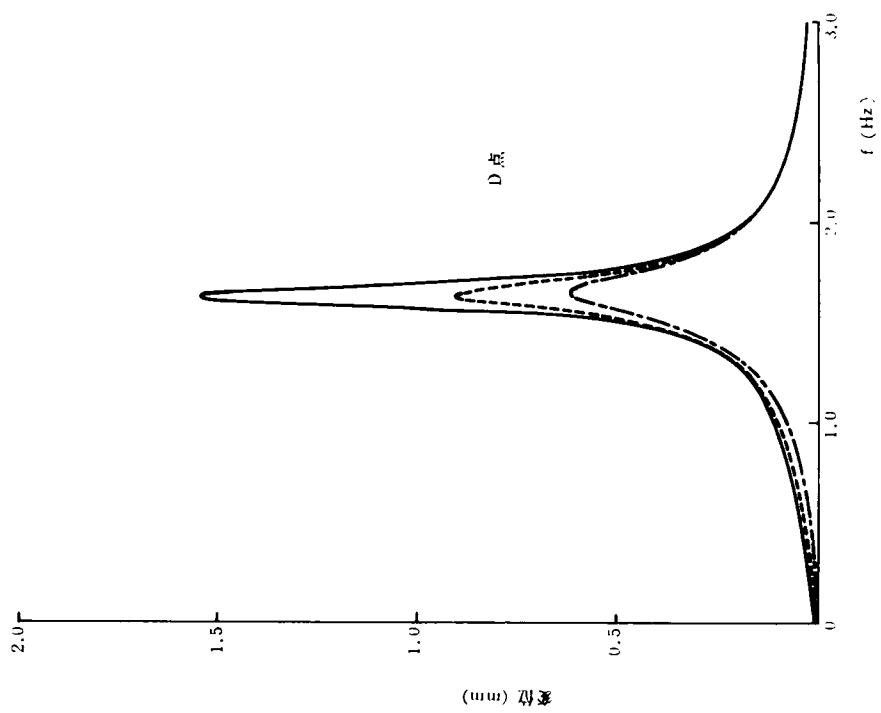


Fig. A, 2.8 变位共振曲线

と h の関係が決められるものであるが、減衰マトリックス $[C]$ が対角要素のみでないので、モード分解による h の推定が困難であり逐次計算によって適当な c^* を与えなければならない。

Fig. A. 2.5～Fig. A. 2.8 の共振曲線はいずれも $f = 1.6$ Hz 付近にピークをもっている。この振動数は同様のモデル（モデル 1）で求めた上下方向の固有振動数 $f_2 = 1.58$ Hz とよく一致している。共振曲線は 3 Hz まで計算

してあるが、水平方向、ロッキング振動の固有振動数である $f_1 = 1.36$, $f_3 = 1.91$ Hz にはとくに大きい応答値はみられない。

Fig. A. 2.9 にはモデル 1, 2, 3, 4（構造物の埋設深さはそれぞれ 5, 10, 15, 20 m）について外力の振動数をパラメーターとして地表面上各点の応答変位分布を示した。埋設深さによって地表面での地盤変位は明らかに異なっている。そこで埋設深さと地表面地盤変位の最大値を示したものが Fig. A. 2.10 である。変位が最大を示す地表面上の地点は載荷点の直上となっている。図より知られるように $f = 0, 1.0, 1.6$ Hz の場合にはほぼ直線的に減少するのに対し、 $f = 2.0, 3.0, 4.0$ Hz になれば地盤変位は埋設深さに関係せず一定かあるいは逆に若干増加する傾向がみられる。すなわち、地盤の共振振動数 1.6 Hz を境にして埋設深さと最大応答変位の関係は異なってくる。

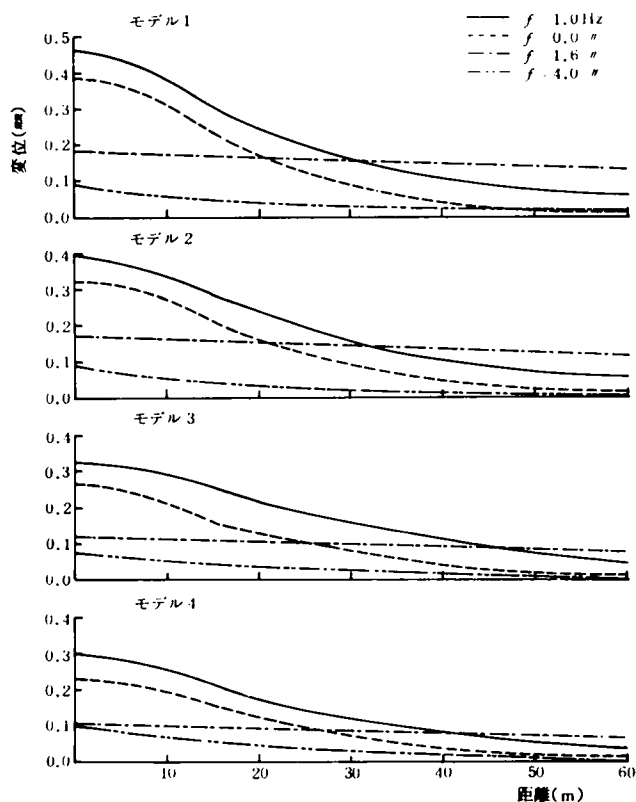


Fig. A. 2.9 地表各点の変位

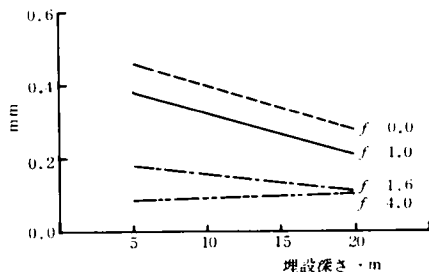


Fig. A. 2.10 埋設深さと地表最大変位の関係

このことは波動伝播方向の変位分布形状についても同様である。Fig. A. 2.11 はモデル 1（埋設深さ 5 m）のときに振動数が 1.6 Hz よりも小さい場合と大きい場合について分布形状を示した。小さい振動数の場合には距離の増加とともに変位振幅は急激に減少し、載荷点直上より 15 m 付近までは上に凸の放物線型の分布形状で、それ以上の距離の増加に対しては指数的に減少する。一方、1.6 Hz よりも大きい振動数では振幅の急激な変化はなく、ほとんど直線的に緩やかに減少する。そして入力振動数との関係についていえば、 f が 0 ~ 1.6 Hz までは徐々に振幅の減少割合は小さくなり、1.7 ~ 3.6 Hz までは逆に振動数の増加とともに振幅減少割合は大きくなっていく。

これは、共振振動数付近では地盤層全域が同じような動きをすることを

意味し、振動数がそれより離れるにしたがって載荷点近の地盤のみが振動することを表わしている。

cut off frequency の考え方をを用いれば、 $f = 1.6$ Hz よりも高い振動数領域において始めて周辺の地盤へ波動が伝播しようということになる。

次に Fig. A. 2.12 で地表面上に上下方向の振動荷重が作用したときの地表面変位分布について計算し、地盤内に荷重が作用する場合との比較を行なった。周期外力の大きさ、地盤層の厚さ、横幅、土の力学定数は前述のモデルと同様である。 $f = 2.0, 3.0$ Hz のときの値を示してある。同時にモデル 2（埋設深さ 10 m）の場合の分布形状も破線で示した。載荷点近傍では明らかに地表面載荷の方が大きい変位量を示し、分布形状も $e^{-\alpha x}$ の関数形を示している。この分布関数形はこれまでも種々研究がなされているところである。^{6) 7)} しかし、ある程度以上の距離になれば逆に埋設構造物内

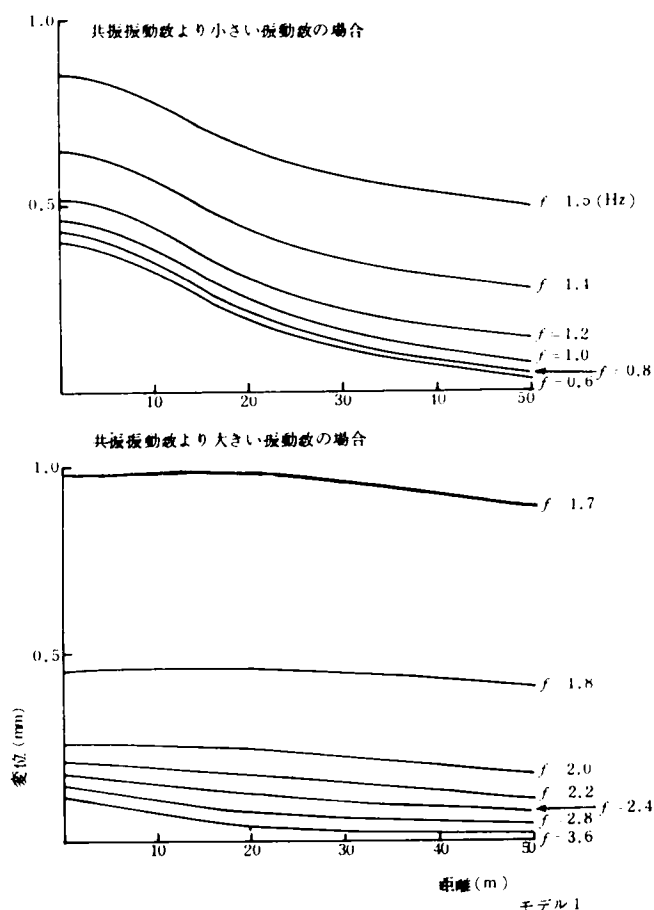


Fig. A. 2.11 地表各点の変位

に載荷した方が地表変位は大きくなっていることは興味ある結果であり、地表面載荷に比べて遠方までその影響が及ぶことが知られる。Fig. A. 2.9 の場合には分布形状が放物型から指数型へと移行する点までの距離がほぼ載荷深さと比例していることも興味ある結果である。

(モデル 1 ～ 4 のそれぞれの移行距離は 12, 17, 22, 29 m となっている。)

次に地盤内各点の等変位曲線を Fig. A. 2.13 ～ A. 2.16 に示す。この図は外力の載荷点における構造物変位を 1.0 とした場合の地盤内各点変位を示したものであり、0.2 刻みに等変位

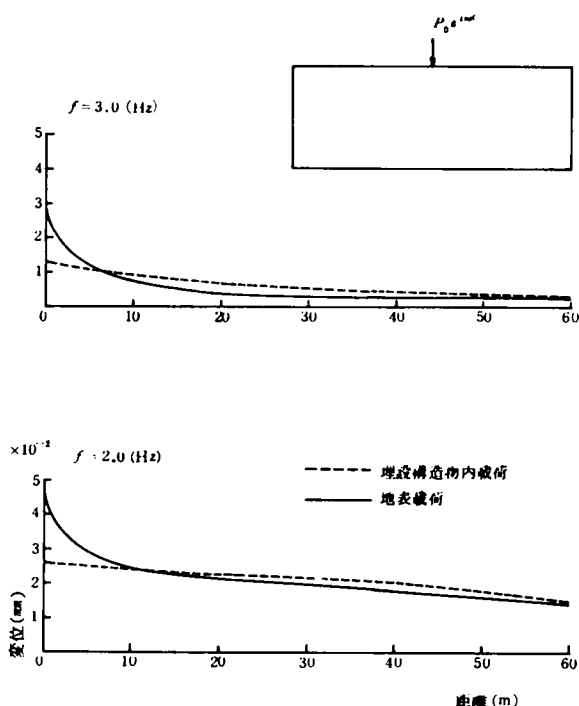


Fig. A. 2.12 地表各点の変位

線を記入してある。いずれの振動数においても、構造物の 1 点に載荷されているにもかかわらず、構造物全体が振動源となって周辺の地盤に振動を伝達させていることがわかる。埋設深さの影響についていえば、一般に深くなるほど、周辺地盤の遠方まで影響を及ぼしている。そして、共振振動数以下の振動数では構造物を中心として埋設深さと同程度離れた地点で変位量は載荷点の半分程度となっている。しかし、振動数が共振振動数よりも高くなれば等変位の曲線は構造物位置を焦点とする放物線型となり広範囲にわたって地盤変位が大きくなっていく。そして、構造物の真上での地盤変位はモデル 2, 3, 4 では外力載荷点の変位よりも大きくなることが認められる。地中に振動源がある場合に隣接地下構造物にどの程度の振動が伝播されるのかを検討するとき、Fig. A. 13 ～ Fig. A. 16 は有力な資料を与えるものと考えられる。

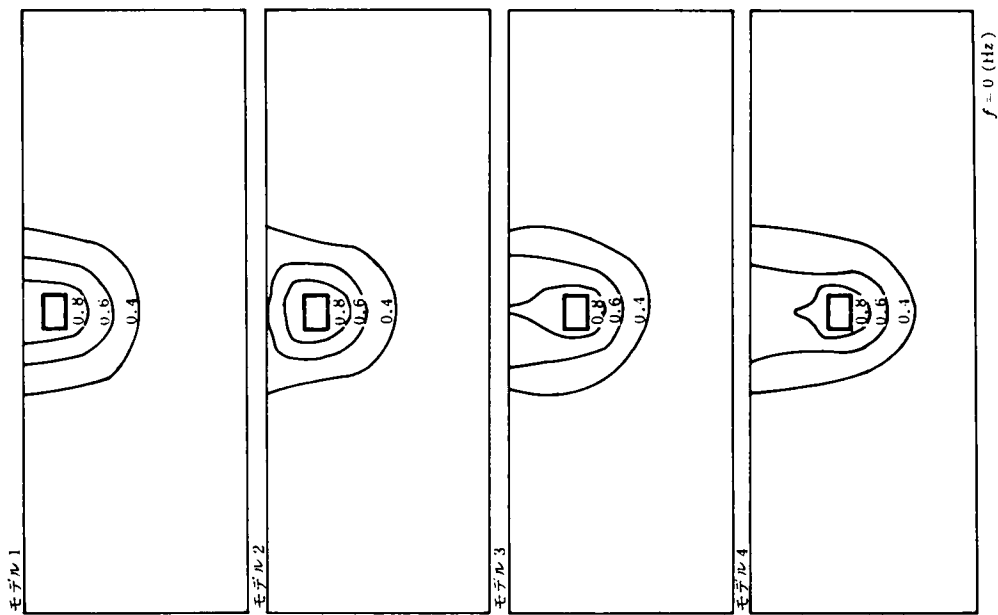


Fig. A. 2.13 地盤内等変位曲線

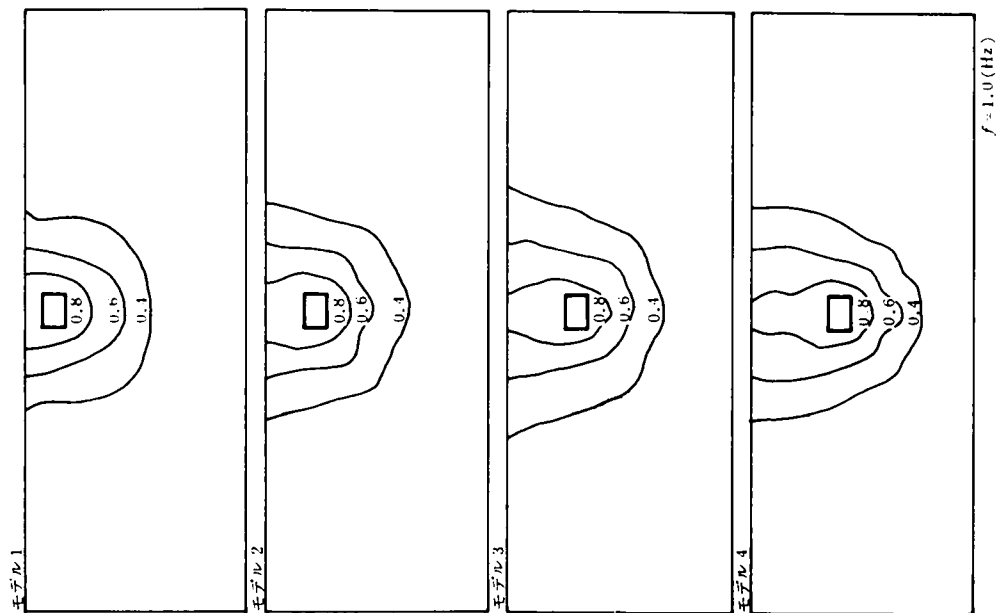


Fig. A. 2.14 地盤内等変位曲線

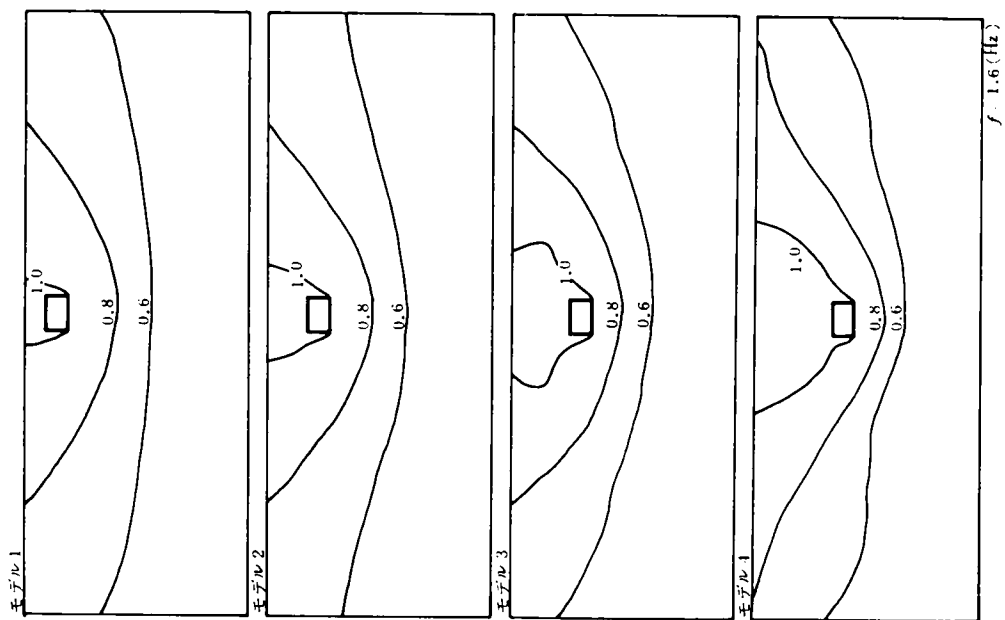


Fig. A. 2.15 地盤内等変位曲線

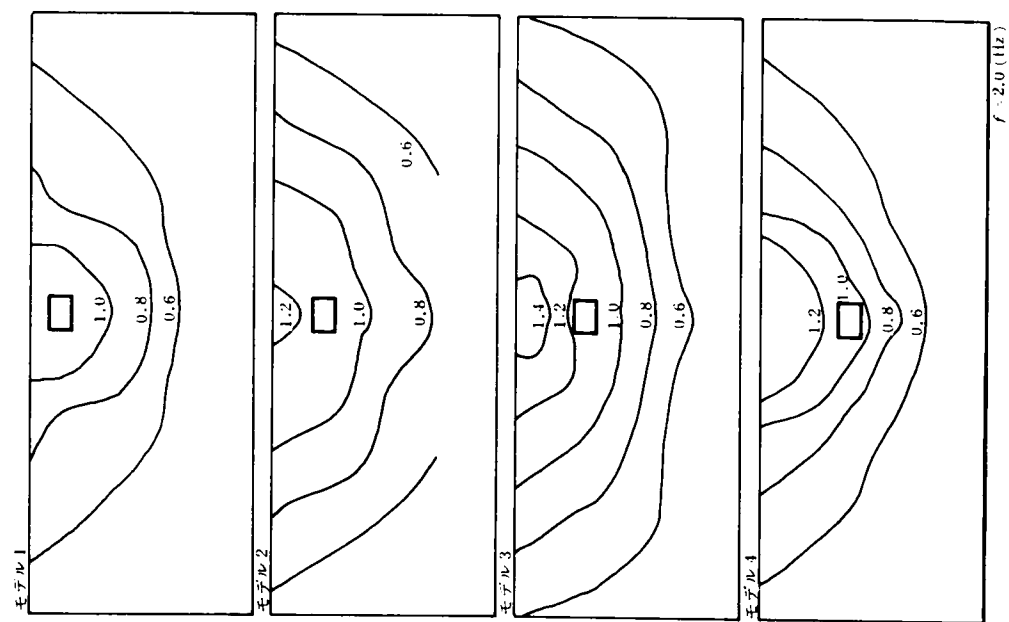


Fig. A. 2.16 地盤内等変位曲線

次に式 (A. 2.15) に
 よって地盤質点の運動軌
 跡を示したのが Fig. A.
 2.17 である。同図右上
 に示す A, B, C 3 点で
 の運動を示してある。外
 力の載荷点の真上の地表
 では動きは上下運動のみ
 であり、この地点から離
 れるにしたがって B, C

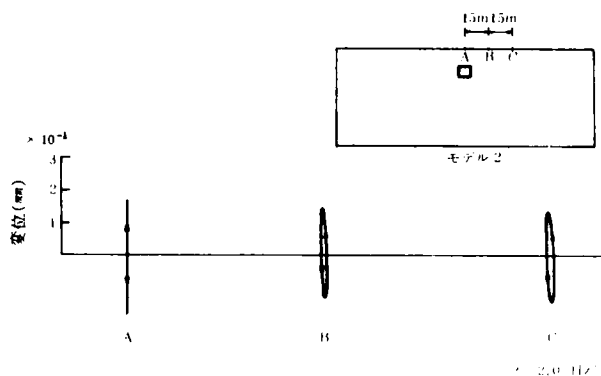


Fig. A. 2.17 地表各点の動きの軌跡

点では橢円軌跡を描き、その水平方向の振動成分も大きくなってきている。地表面上の上下方向加振源によって周辺地盤へは Rayleigh 波が伝播することが 嶋⁸⁾らの実験的研究によって確かめられている。本解析では 2 次元的な取り扱いを行なっているので検討の余地はあるが、地盤が Fig. A.2.17 のような運動を行なうのは B, C 点では Rayleigh 波が伝播しているものとみなしてもよいと思われる。

次に地盤各点の動きの位相特性について検討し、それより地盤内伝播波動の特性について考察を進める。

式 (A. 2.10) よりある節点変位の実部 δ_R と虚部 δ_I が求められたとすれば、その変位応答は次式のように表示される。

$$\delta = \sqrt{\delta_R^2 + \delta_I^2} e^{i(\omega t + \varphi)}, \quad \varphi = \tan^{-1} \left(\frac{\delta_I}{\delta_R} \right) \quad \text{..... (A. 2.18)}$$

上式中の φ は入力に対する位相差である。各点の位相遅れが振源から放射される波動の伝播に伴う時間差にのみ起因するものと考えれば、伝播距離 x を伝播速度 c で除したものが時間遅れとなり、 φ との関係は次のようになる。

$$\varphi = -\omega x / c \quad \text{..... (A. 2.19)}$$

上式より c が計算される。

Fig. A. 2.18 は $f = 2.0$ Hz の場合について式 (A. 2.18) より φ を求め、同じ φ の値を示す節点を結んだものである。0.6, 1.0, 1.5 rad についてみると、どの埋設深さの場合にも埋設構造物の側面とほぼ平行となっている。このことから地盤中を伝わる波動は載荷点からというよりもむしろ

構造物全体の動きによって引き起されると推察される。

また、同様のモデルについて $f = 1.0$ Hz (共振振動数よりも小) の場合の地盤内各点の外力に対する位相遅れを検討すると、各点ではほとんどゼロで地盤が同位相で振動していることが知られる。1点に加えられる外力による振動は地盤の共振振動数以上ではじめて波動として伝播することが知られる。

Fig. A. 2.18の位相特性より横波の伝播が予想される。その伝播速度は式 (A. 2.19) より計算すれば $c = 376.8 \text{ m/sec}$ と求められる。一方、第4章の式 (4.3.6) で検討したように ω_g を cut off frequency とすれば、その伝播速度 c と横波速度 v_t の間には次の関係が成立する。

$$c/v_t = \frac{\omega}{\omega_g} / \sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_g}\right)^2 - 1}$$

..... (A. 2.20)

上式より $\omega = 12.56$, $\omega_g = 10.05$

rad/secとして $v_t = 190.5 \text{ m/sec}$ が地盤の弾性定数 E より求められているので $c = 317.5 \text{ m/sec}$ と計算される。この値は上記の位相特性より計算した値と比較的近似しているといえよう。

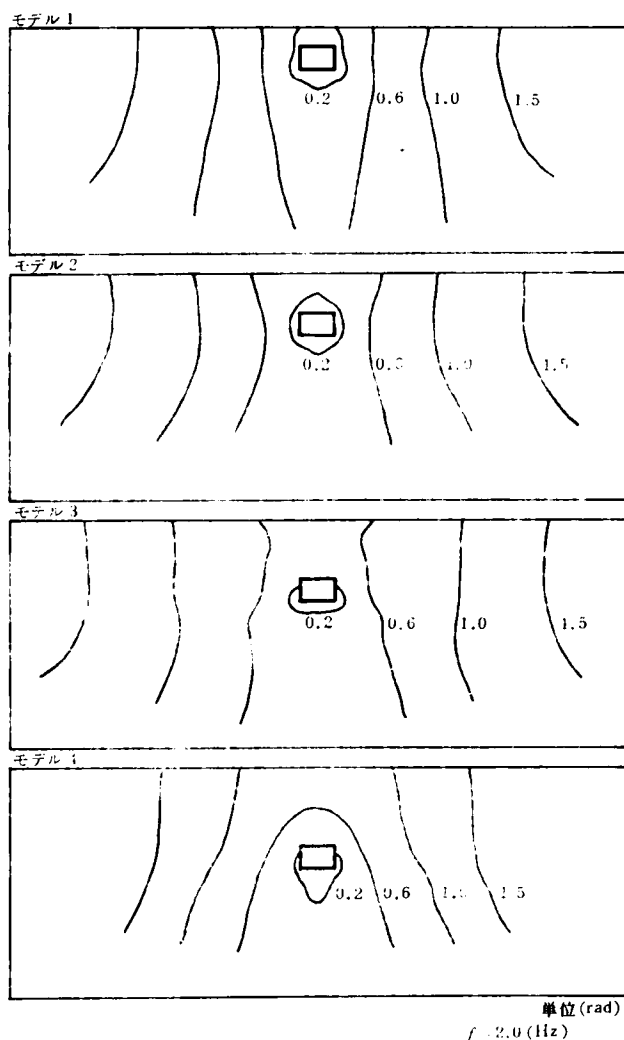


Fig. A. 2.18 地盤内各点の位相遅れ

A.3 波動伝播に関する振動実験

A.3.1 模型地盤振動実験と結果の考察

本節では地盤内部に振動衝撃が作用した際に表層地盤中を伝播する波動の特性を検討する目的で室内で模型地盤を作成し地盤振動の測定を行なった結果について述べる。

本実験における相似律については以下のような検討を行なった。Fig. A. 3.1 に示す実験モデルにおいて、関与する物理定数、変数には次のものが考えられる。

h [L] : 地表面より荷重の作用する

点までの距離

H [L] : 地盤層の厚さ

F [$F L^{-2}$] : 地盤の弾性定数

ρ [$F T^2 L^{-4}$] : 地盤の密度

ω [T^{-1}] : 荷重の円振動数

u [L] : 地盤の応答変位

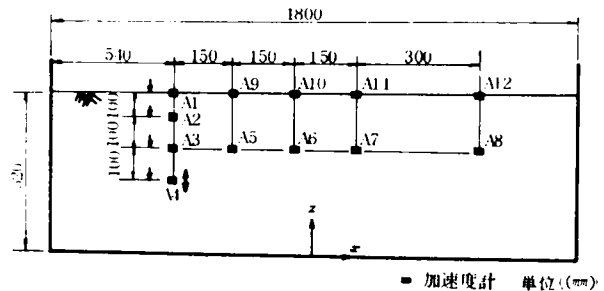


Fig. A. 3.1 実験概略図

ここに、[L], [F], [T] は重量単位系

で表示した3つの基本単位である。

以上の物理量で構成される振動現象は次式で表わされる。

$$f(h, H, E, \rho, \omega, u) = 0 \quad \dots\dots\dots (A.3.1)$$

このときπ定理を用いて、 H , ρ , E を基本量にとれば、この振動系は次のような無次元量によって表示される。

$$f' \left(\frac{h}{H}, \frac{u}{H}, \frac{H^2 \rho \omega^2}{E} \right) = 0 \quad \dots\dots\dots (A.3.2)$$

上式で表わされる無次元量を原型と模型において等しくとるならば現象の相似性が保証されることになる。

本実験においては作成する地盤層の大きさの制限ならびに地盤材料の性質から、長さ比 $L_p/L_m = 100$ 、密度比 $\rho_p/\rho_m = 2.0$ 、弾性定数比 $E_p/E_m = 5,000$ と定めた。上式中の添字 p , m はそれぞれ原型および模型を表わしている。このとき、外力の振動数についての相似律を考えれば、

$H_p^2 \rho_p \omega_p^2 / E_p = H_m^2 \rho_m \omega_m^2 / E_m$ の関係より次式が成立する。

$$\frac{\omega_p}{\omega_m} = \frac{H_m}{H_p} \sqrt{\frac{\rho_m}{\rho_p}} \cdot \frac{E_p}{E_m} \quad \dots\dots\dots (A.3.3)$$

前述の諸数値を代入すれば、 $\omega_p/\omega_m=0.5$ と求まる。すなわち、本実験モデルにおいては時間領域では半分の長さの現象として取り扱うことが必要となってくる。

Table A.3.1 には本実験の模型寸法と物理定数およびそれに対応する実地盤でのそれらを一括して示した。

次に用いた地盤材料は第5章第3節で利用したアクリルアミド系のグラウト剤（H東SS30R）と同等で15%濃度のものである。そして $E=466 \text{ gr/cm}^2$, $\rho=1.0 \text{ gr/cm}^3$, $\nu=0.480$ の物理的性質をもつものである。

次に計測装置、実験方法について述べる。Fig. A. 3.1 に示すように地盤中に合計18個の小型加速度計を埋め込んで測点 A 3, A 10, A 12 の位置では地盤振動の3成分加速度を、他の9点では鉛直方向のみの加速度を測定できるようにした。

実験方法は A 1（地表面）、A 2（地表面より10cm）、A 3（20cm）、A 4（30cm）のごく近傍位置に直径約10mmの載荷用の円形板を埋め込んで、それに上下方向に衝撃を加えて波動を発生させ、そのときの地盤内各点の加速度を測定するという方法である。その際に、衝撃の与え方は載荷用円形板と地表面との間に直径約5mmの空洞を設けて、周辺地盤に接触しないように棒で円形板をたたくようにした。

また、本実験では模型地盤周辺の境界面よりの反射波動の存在は無視することはできない。模型地盤層下端部の境界は実地盤における基盤面とみなし、表層地盤内での波動伝播特性を解析するという観点に立っているのでおきな問題とはならない。しかし、側方境界面が伝播特性にあたえる影響は小さいである。そこで、振源より直接に伝播する波動と一たん境界面で反射して後、伝播してゆく波動との分離が可能であるように、模型地盤の側方の大きさと測点間距離を決定した。

次に実験結果を示し、加速度波形とそのスペクトル、地盤質点の運動軌跡、伝播速度、振幅減衰特性、周波数伝達関数の考え方などについて考察を進める。

Fig. A. 3.2 (a), (b) は一例としてそれぞれ地表面より20cmの位置に上下方向に衝撃を加えた場合の A 5～A 8 の水平方向成分の加速度波形、および A 3, A 4 の鉛直方向加速度波形を示したものである。図より明らかなように両者は最初の波形の立上り時間間隔に大きな差異があり、A 5～A 8 の水平方向と A 3～A 4 の鉛直方向には異なった種類の波動が伝播していることがうかがわれる。

各測点間の距離を波形の最初の立上り時間差で除すれば波動の位相速度が得られる。そこで、A 3

Table A.3.1

		模型地盤	実地盤
地盤	層 厚 (m)	0.5	5.0
	弾 性 定 数 (kg/cm^2)	0.466	2.330
	単位体積重量 (t/m^3)	1.0	2.0
	ポアソン比	0.480	0.480
	横 波 速 度 (m/sec)	3.19	276

近傍を打撃したときの A 5 ,
A 6 , A 7 の各測点記録を検討することによって得られた速度は 3.91m/sec であり ,
また , A 2 の位置の打撃によって A 3 , A 4 の測点記録より得られた速度は 11.91m/sec となった。一方 , 地盤材料の弾性定数 , 密度 , ポアソン比から計算される縦波 , 横波の速度は 16.2m/sec , 3.19m/sec となる。この結果より

打撃方向には縦波が , それと直交する方向には横波の性質をもつ波動が伝播しているとみなしてもよさそうである。

次に A 4 の位置 (-30cm) に打撃を加えた際の A 3 , A 12 の位置での加速度 3 成分の同時時間記録を Fig. A. 3.

3 , Fig. A. 3.4 に示す。

図の上から順次模型地盤層の長手方向(x)それに直交する水平

方向(y)

および

深さ方

向(z)の

記録を

表わし

ている。

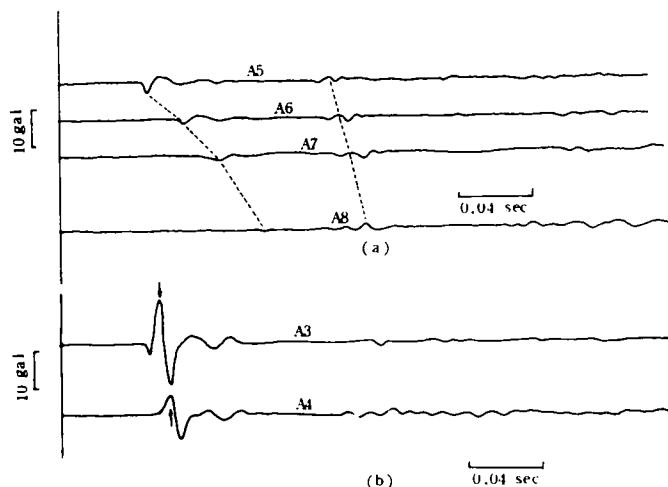


Fig. A. 3.2 加速度波形 (上下方向)

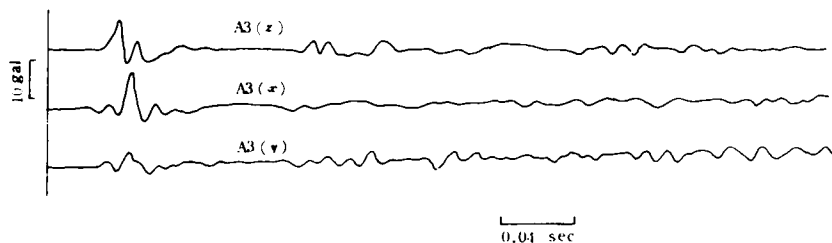


Fig. A. 3.3 測点 A 3 の加速度波形

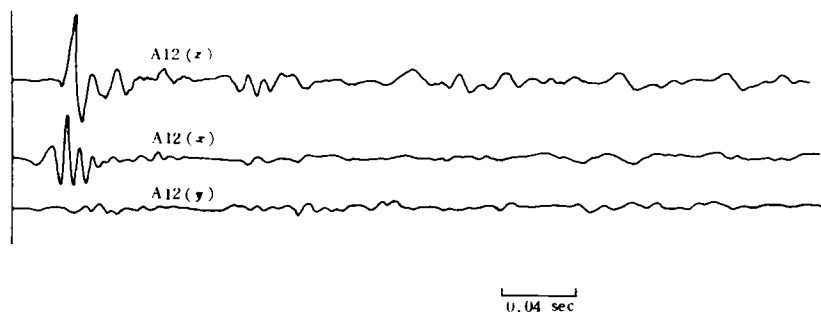


Fig. A. 3.4 測点 A 12 の加速度波形

これらの図より明らかなように A 3, A 12 の両位置ともに y 方向の運動成分は小さく, 上下(z), 長手方向(x)の運動成分が卓越している。加振点近くの A 3 では x, y 方向とも同程度の値となっている。また, A 12 点では長手直角方向成分はほとんどなく運動は $x-z$ 平面内のみとなっている。このような運動成分をもつ波動は Rayleigh 波として一般によく知られているところであり, 本実験においてもこのような波動の存在が推測される。

また, Fig. A. 3.5 には A 4 の位置 (-30cm) に打撃を加えたときの A 3, A 12 の測点での 3 成分加速度記録より計算されるそれぞれのパワースペクトルを示した。

A 3 の 3 つのスペクトルはそのパワーの大きさは若干異なるがほとんど同様なスペクトル特性をもっている。一方 Fig. A. 3.6 に示した A 12 の

スペクトルは 3 成分は互にそのスペクトル特性は著しく異なっている。パワーについていえば z, x, y 方向の加速度成分の順に小さくなり, とくに y 方向のスペクトルはその絶対値が小さく Fig. A. 3.4 の結果と対応を示している。

A 12 の位置は加振位置である A 4 からは測点間のうちでは

最も遠距離にあり, 波動が伝播してゆく過程で模型地盤の固有振動特性が反映されて, それぞれの方向のスペクトル特性が異なっているものと判断される。

次にフーリエスペクトルを利用して求めた位相速度の計算結果について述べる。すでに本論の第 5

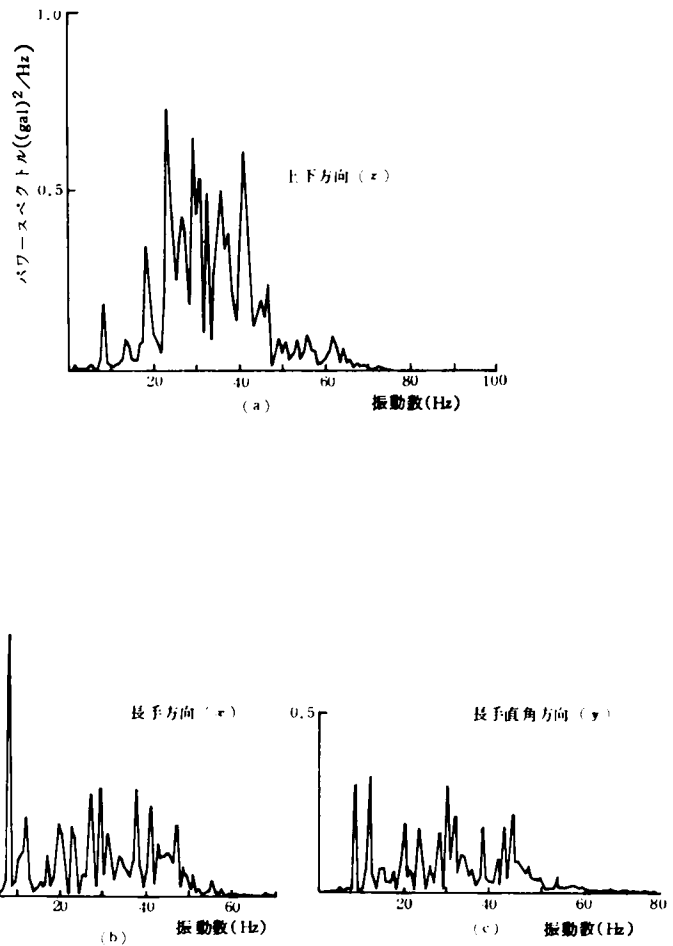


Fig. A. 3.5 測点 A 3 の加速度パワースペクトル

章第4節で述べたように、位相速度 $v(\omega)$ はフーリエ変換を利用することによって次式で求められる。

$$v(\omega) = \frac{\omega \cdot \Delta x}{\varphi(\omega, x_2) - \varphi(\omega, x_1)} \quad \dots\dots\dots (\text{A. 3. 4})$$

ここに、 x_1 、 x_2 は2つの測点の位置、 Δx は2測点間の距離、 ω は円振動数、 φ は位相を表わしている。

式 (A.3.4) を用いて、A 3～A 4 の記録から求めた位相速度を Fig. A. 3.7 に示した。また、A 5～A 6 の記録より求めたそれを Fig. A.3.8 に示した。いずれの図も横軸に振動数をとって、位相速度の計算値は黒丸印でプロットし実線で近似曲線を与えている。Fig. A. 3.7 では $v(\omega)$ は振動数 ω が 0～100 Hz の範囲では 10～20 m/sec の間に分布し、振動数が高くなるにつれて徐々に $v(\omega)$ が増加する傾向があり、少なくとも分散性のある波動であることが知られる。前述したように縦波実体波の速度が 11 m/sec 付近であることを考えれば、地盤の深さ方向には縦波的性質をもつ波動が伝播していることが知られる。

また、Fig. A. 3.8 についても Fig. A. 3.7 と同様な関係にあり、位相速度は 0～5 m/sec の範囲に分布している。この結果からも地盤層の上手方向には分散性のある横波的な波動の伝播があるものと推察される。

一方、群速度 $V(\omega)$ については本論文の第5章第3節で述べたように、両対数目盛上に振動数と位相速度の関係を図示し、その結果より得られる直線の傾き a を知れば、群速度は、

$$V(\omega) = v(\omega) / (1-a) \quad \dots\dots\dots (\text{A. 3. 5})$$

によって与えられる。

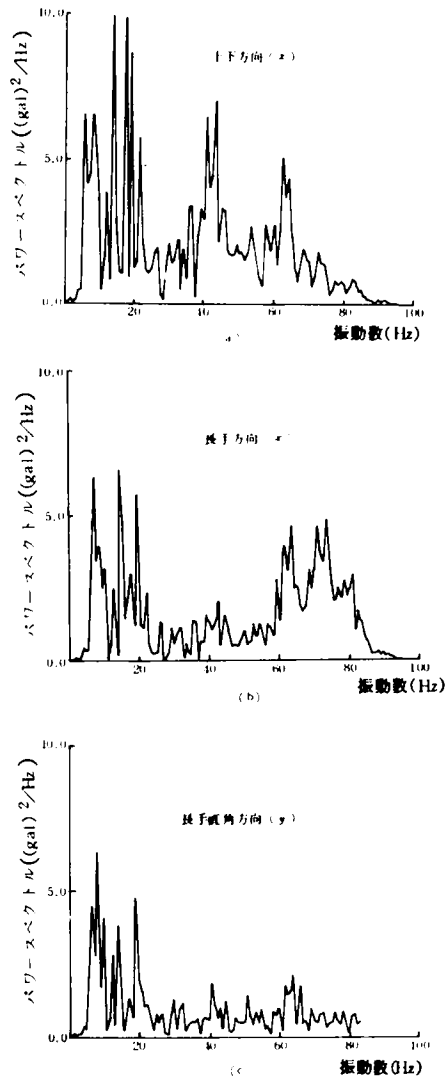


Fig. A. 3.6 測点A12の加速度パワースペクトル

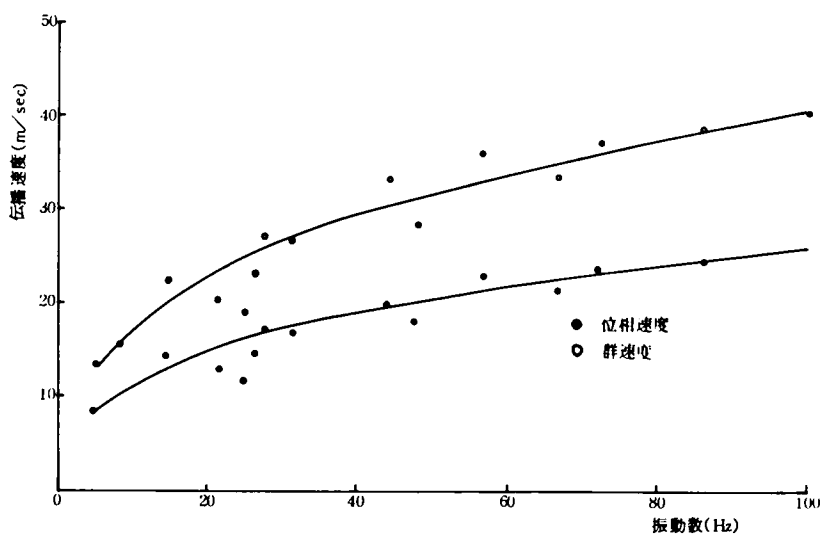


Fig. A. 3.7 縦波の伝播速度

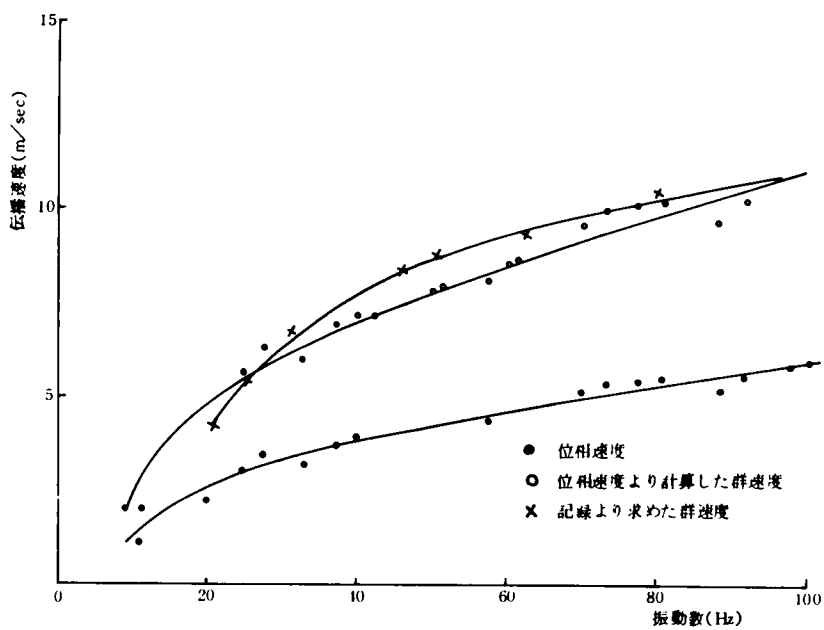


Fig. A. 3.8 横波の伝播速度

そこで、Fig. A. 3.9には両軸対数目盛紙上に $v(\omega)$ をプロットし、直線の傾きを求めた。その結果、 $a = 0.16$ と求められる。この値を用いて、式 (A.3.5) より $F(\omega)$ を求め、前出の Fig. A. 3.8 上に白丸印で群速度 $F(\omega)$ を示し、その傾向を示す近似曲線を破線で示した。一方、2 測点でのそれぞれの加速度波形記録より目視によって、波形の山と山、谷と谷の位置が移動する速度を求め、その波の周期との関係から近似的に群速度を求めたのが Fig. A. 3.8 の \times 印である。フーリエ変換を利用して求めた群速度の結果とかなりよく近似しており、この手法による位相速度、群速度の算定の妥当性を示している。

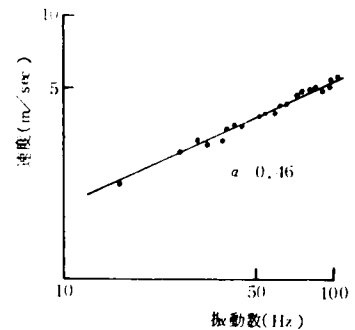


Fig. A. 3.9 横波位相速度と振動数の関係

次に加振点からの距離と波動の減衰との関係について検討する。波動減衰を評価する指標をいかに選ぶかは重要である。これまでの研究によってはほとんど伝播距離と振動振幅の関係を見い出すことに重点がおかれている。

本研究においては3つの方法によって評価を行なう。1つは模型地盤中に与えた衝撃の振幅の大きさと距離との関連をみていくものである。すなわち、ある点で衝撃を与えても、波動の伝播とともに反射、屈折、散乱等によって種々の周波数成分をふくむ波となってくる。そこで、波の最初の立ち上がり振幅の大きさを求めて加振点近傍の値で除してそれと距離との関連について調べる。この方法をここでは振幅法と名づける。次に、第2の方法は各測点で得られた波形からパワースペクトルを計算して、それを振動数に関して積分し、加振点近傍で同様にして得られた値で除して波動減衰率を求めるものである。パワースペクトルの積分値は一定、その波形に含まれる全エネルギーに対応した量となり、第1の方法が最大振幅のみを問題としたのに対し、第2の方法は波動のもつエネルギーの減衰の仕方と伝播距離との関係を求めるものであり、ここではエネルギー法と呼ぶことにする。第3の方法は後述する周波数伝達関数法である。

Fig. A.3.10 には A 1、または A 3 点の近傍の載荷板に上下方向の衝撃を加えたときに地盤内部の測点 A 5、A 6、A 7、A 8 の方向での振動減衰の様子を上述の2法（振幅法、エネルギー法）によって調べた結果を示した。A 1、A 3 の載荷位置の違いによる減少の仕方は両方法による結果とともにごくわずかであり、A 6 点以遠はほとんど同じ曲線上にのっている。A 5 ~ A 8 方向には載荷位置にかかわらず同様の波動が伝播しているものとみなしてよいと思われる。また、振幅法、エネルギー法の違いによる減衰曲線は当然ながら大きく異なっている。波動の進行とともに振幅は減少しても、その地点での振動の継続時間が長ければエネルギーは大きく評価されることになる。その結果、Fig.

A.3.10が得られているものと考えられる。本実験では、波動進行方向の境界での反射波は除いてあるが、その他、模型地盤の側方の境界での影響が入ってきているものと考えられる。波形全体を積分して用いることに多少の問題点はあるが、ある地点での振動を評価する方法として全体的なエネルギーを用いるのも一方法であり、最大振幅のみではある地点での振動の影響を過少に評価する危険もある。

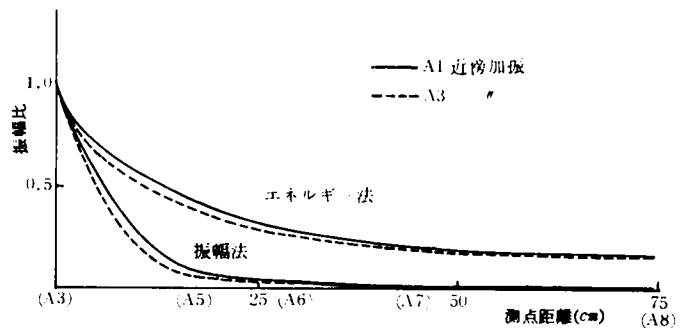


Fig. A. 3.10 加速度比の減衰特性

次に、Fig. A.3.11はA1の近傍の載荷板上上下下方向の衝撃を加えたとき、A2、A3、A4方向の載荷点直下での振動減衰の様子をみたものであり、同じくエネルギー法、振幅法による両結果を示してある。両曲線ともに前出のFig. A.3.10とは異なっており、水平方向と鉛直方向では明らかに違った現象が生じていることが推測される。すなわち、鉛直方向の減衰の仕方では、地盤層下端部での波動の反射が直接に影響してくる。振幅法による曲線をみれば水平方向の分布に比較してA2点ではとくに減衰率が小さくなっており、A3、A4点でも振幅は一般に大きくでている。A2、A3、A4では反射波動の影響によって振幅が増大せられ、その振幅増幅率が地表面に近いほど大きくなってくるので、Fig. A.3.11のような結果が得られているものと考えられる。また、エネルギー法による算定でも距離によるエネルギー減少の仕方は水平方向に比較して小さくなっている。また、この図は波動の反射による影響が直接に反映されるような振動系では、波動の減衰は進行距離とともに指数関数的に減少すると考えることはできないことを示しているといえよう。

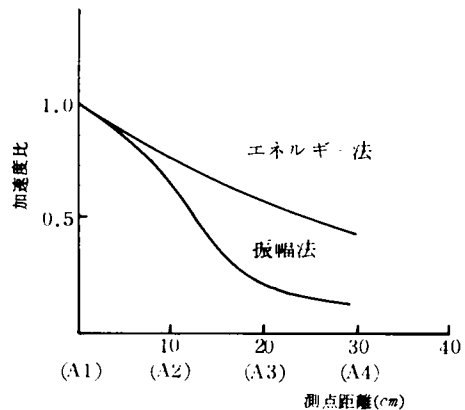


Fig. A. 3.11 加速度比の減衰特性

次に波動の伝達に関連して、各周波数成分がいかに伝達され、各測点相互にどのような関係にある

のかを検討する。すなわち、第3の周波数伝達関数法である。一般に測点 j 、 k での波形が得られており、そのフーリエ変換をそれぞれ $H_j(i\omega)$ 、 $H_k(i\omega)$ とすれば、測点 j から k へと波動が伝達される過程で、その間にある振動系によって、周波数特性が変形されたわけであるから、線形系ではそのフィルター効果 $H_{jk}(i\omega)$ は次式のように書き表わせる。

$$H_{jk}(i\omega) = H_k(i\omega) / H_j(i\omega) \quad \dots\dots\dots (A.3.6)$$

ここでは、この $H_{jk}(i\omega)$ を周波数伝達関数と呼んで、衝撃を加えた位置に近い測点 j での $H_j(i\omega)$ を基準として各測点 k での $H_{jk}(i\omega)$ を求めることにする。

Fig. A. 3.12 には一例として測点A 2の近傍の載荷板に上下方向の衝撃を加えたときに得られるA 2, A 5, A 6, A 7, A 8の加速度波形からそれぞれフーリエスペクトルを計算し、式(A.3.6)より $H_{2k}(i\omega)$ ($k=5, 6, 7, 8$)を求めた。各周波数伝達関数ともに似かよった形状を示しており、多少の変動はあるが2～3 Hzにピークをもち、それ以上の振動数の増加に対しては一様に減少していく傾向を示している。すなわち、波動の高い振動数の成分は伝達されにくいことを示している。これまでの研究によっても知られているように、高い振動数の波動ほど減衰しやすいという結果に対応するものである。⁹⁾ 2～3 Hzのピークについては、この振動系に固有のものであり、地盤層の上下方向振動の共振振動数に対応するものであると考えられる。同図(a)～(d)にみるように各伝達関

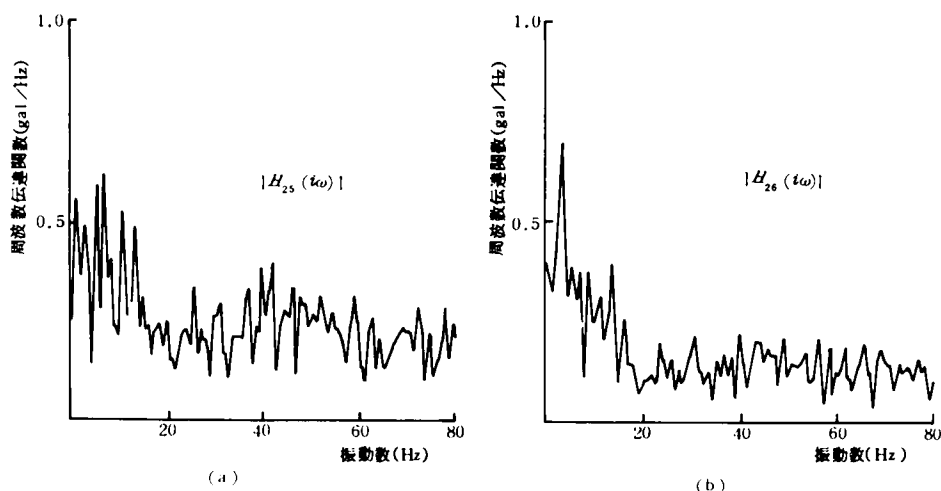


Fig. A. 3.12 周波数伝達関数

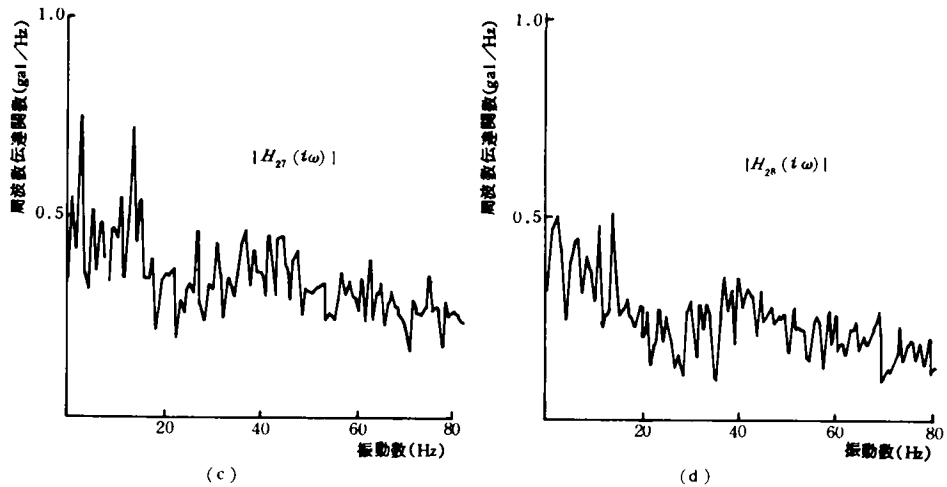


Fig. A. 3.12 周波数伝達関数

数とも同様の形状を示すので、

$$\alpha_{kl} = H_{jl}(i\omega) / H_{jk}(i\omega) \quad \dots\dots\dots (A. 3. 7)$$

と定義して、この例では $j = 2$, $k = 5$ とし、 α_{5l} ($l = 6, 7, 8$) の値を求めたのが Fig. A.3. 13(a) ~ (c) である。横軸は振動数 ω である。各図とも振動数に関係なくほぼ一定値をとってくる。すなわち、衝撃点より出た波動は A 5 ~ A 8 点にそれぞれ到達するが、その間の地盤内は波動のもつ各周波数成分に対しては同様のフィルター効果を示し、その振幅に対する減衰効果だけが異なっているといえる。それぞれ $\alpha_{56} = 0.734$, $\alpha_{57} = 0.697$, $\alpha_{58} = 0.484$ と求まる。この係数値 α_{kl} と衝撃点から α_{kl} が求められている各測点までの距離との関係を図示したものが Fig. A.3.14 である。この値の距離による減少の仕方は前出 Fig. A.3.14 の振幅法、エネルギー法による振動減少の仕方よりもゆるやかである。

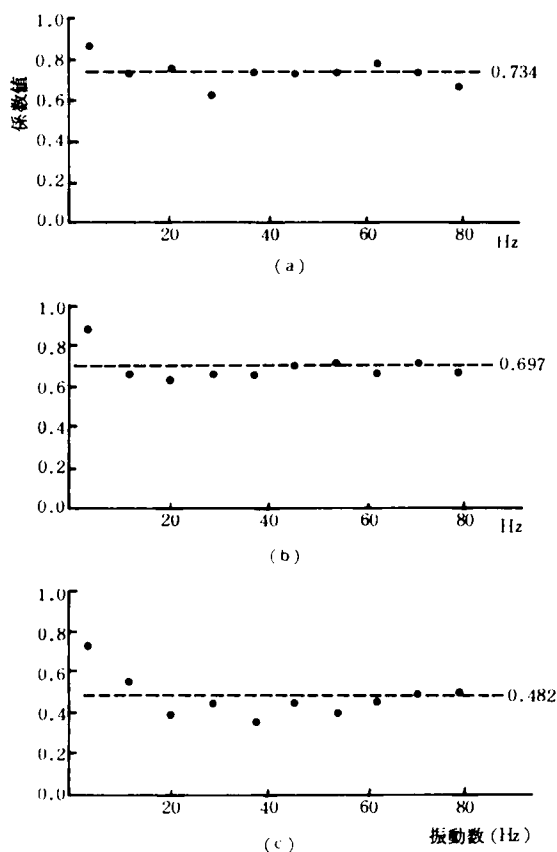


Fig. A. 3.13 係数 α_{5l} の周波数特性

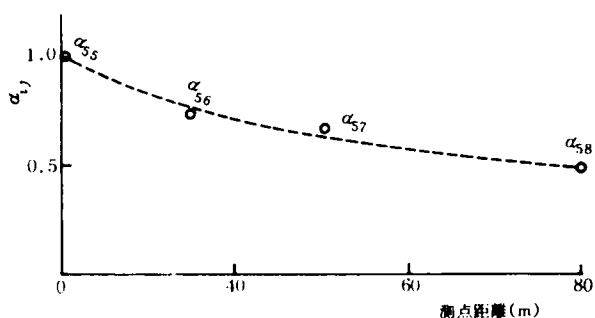


Fig. A. 3.14 α_{5l} と伝播距離の関係

同様にして A 1 の測点の近傍の載荷板に上下方向の衝撃を加えたときの $H_{1k}(\omega)$ ($k = 5, 6, 7, 8$) を求めたのが Fig. A.3.15 である。周波数に関しては $H_{1k}(\omega)$ は前出の $H_{2k}(\omega)$ とはほぼ同様の傾向を示し、また、 α_{5l} ($l = 6, 7, 8$) もほぼ一定値をとっていることが知られる。

地盤内波動伝播の一般的な特性を知るには、さらに衝撃位置、測点の方向、深さの変化などによって $H_{jk}(\omega)$ と α_{kl} の変動を的確に把握していく必要がある。本実験では計測器の不備等もあって十分な資料を得られなかったので、上記の 3 つの方法（振幅法、エネルギー法、周波数伝達関数法）による振動伝播の評価法について定性的に述べるにとどまった。各方法ともに対象とするものによっては有力な手段となるが、少なくとも周波数域での問題も含めた波動のもつ性質を忠実に評価して、振動伝播のプロセスを解析するためには、第 3 の周波数伝達関数法によるのが適していると考えられる。

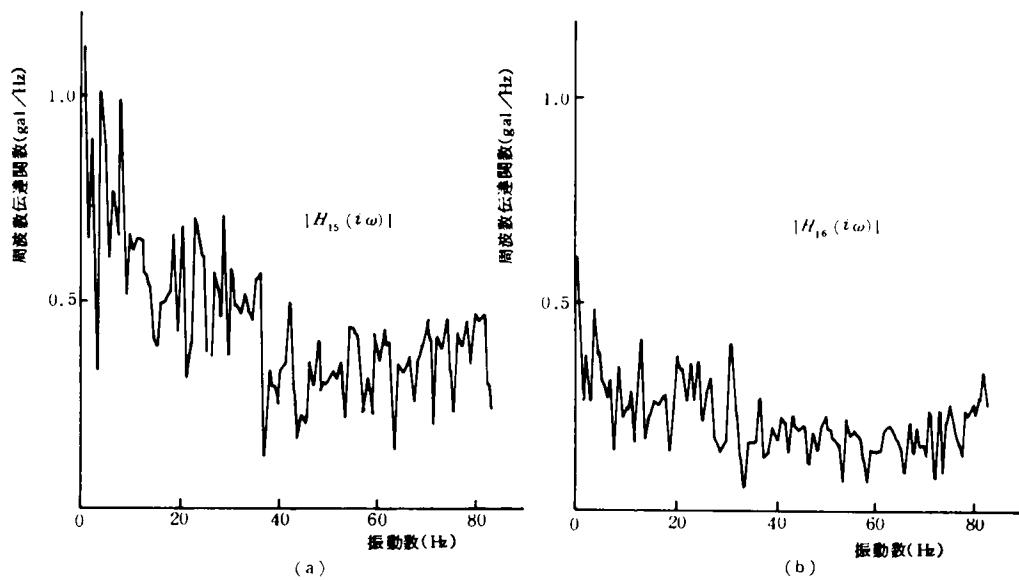


Fig. A. 3.15 周波数伝達関数

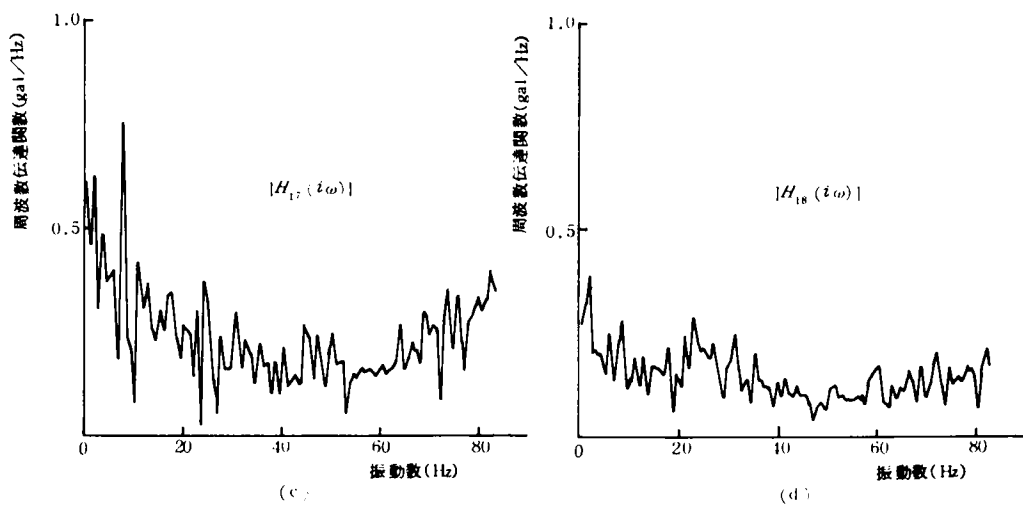


Fig. A. 3.15 周波数伝達関数

A.3.2 実地盤振動実験と結果の考察

本実験を実施した地盤は京都大学防災研究所宇治川水理実験所構内である。標準貫入試験、プレシオメーターによる横方向 K 値の測定などによる土質試験結果は Fig. A.3.16¹⁰⁾ に示すとおりである。同図によれば、 $GL - 0.9$ mまでは表土層で、 $GL - 0.9 \sim -4.0$ mは軟弱な沖積粘土層となっている。 $GL - 6.5$ m以深では、薄い砂層とシルト層が現われ、以下 $GL - 15.0$ mまでは砂層が続いている。この砂礫層では N 値は20以上であり、 $GL - 13.0$ m付近から N 値は50を越えるようになる。

このような地盤において実施した実験の概要は以下のようである。

最初に地盤中を伝播する波動の伝播速度を求めるために板たたき法および P 法による弾性波探査を行った。板たたき法は SH 波の伝播速度を求めるためのもので、 $300 \times 50 \times 5$ cmの板に荷重を加え、板の一端を長手方向に打撃して、打撃方向と直角方向に地表面上3 m間隔で10箇所にした速度型換振器で地盤の3成分の動きをキャッチした。また、 P 法は地表面を直接に打撃して縦波を発生させるものであらゆる方向に伝播する縦波を板たたき法と同じ方法でキャッチし、板たたき法の測線と同一方向、それから 30° 、 60° 、 90° の方向に測線を設けて、各測線上に振動源から3, 9, 18 mの距離に測点を設置した。

次に起振機による振動実験を実施した。これは地表面上および $GL - 2$ mの位置に起振機を設置して、上下方向に定常加振し、地表面上の測線に沿って5 m間隔に5箇所(1 $V \sim 5V$)に置かれた速度型換振器によって、地盤の上下方向の運動成分を計測した。この際に、起振機はいずれの場合も $60 \times 60 \times 15$ cmの鉄筋コンクリート製の矩形型載荷板に固定して加振し、振動が一様に地盤中に伝播されるように工夫した。また、 $GL - 2$ mの位置に起振機を設置するに際しては、直径約150 cm井筒ケーソンを沈下させ、内部の土を取り除くようにした。なお、この地盤の地下水位は実験時には $GL - 2$ mより若干深い場所に位置していたものと思われる。

第3の実験は雷管による振動実験である。 $GL - 3.5$ mの位置に埋め込んだ6号瞬発雷管を炸裂さ

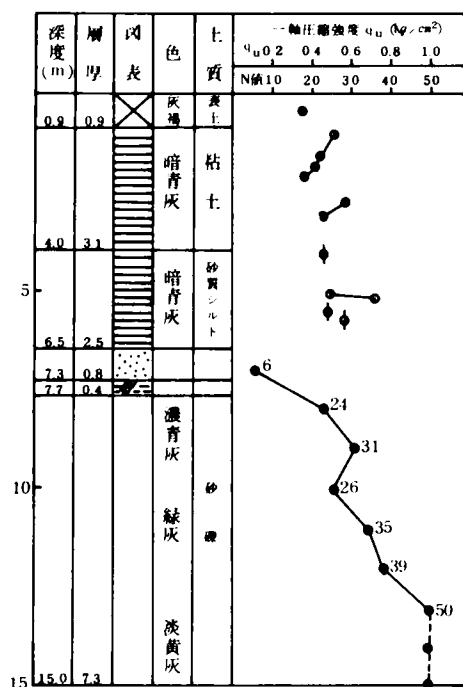


Fig. A.3.16 実験地盤の土質柱状図¹⁰⁾

せて、そのときの地表面に設けた測線上の5地点での上下方向の運動速度を計測した。

以上、3種類の実験を実施することによって、地盤の動特性を示す縦波、横波の位相速度を明らかにするとともに、地表面および地中に振動源がある場合、その振動がどのように伝播されていくのかを明らかにすることに努めた。以下に実験の結果を示し、振動の伝播プロセスに関して考察を加える。

Fig. A.3.17には板たたき法によるSH波の走時曲線を示した。また、Fig. A. 3.18にはP法によって得られた各測線方向での走時曲線を示した。

両図ともに振動源からの距離と時間遅れの関係は1次比例となっている。Fig. A. 3.16の柱状図を参照すれば、波動速度が大となる砂礫層はGL-8m以下に存在する。本実験では走時曲線における直線の屈折はなく、測線長30mでは波動速度の大きい地盤層を通過してきた波動は計測されずに、表層土を直接に伝播するSH波が観測されているものと考えられる。¹⁰⁾

走時曲線より求めたSH波の速度は180 m/secであり、P波の伝播速度は490 m/secとなっている。一方、直接波が伝播する表土層のN値(=18)より柴田¹¹⁾の式を用いてS波の速度を求めると約134 m/secとなる。上述実験式は相当の幅を有するものであるので、本実験より得られた180 m/secはほぼ妥当なものであると考えられる。¹⁰⁾

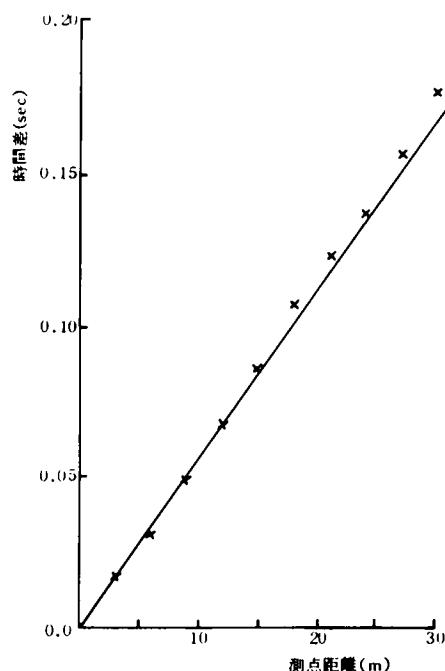


Fig. A. 3.17 走時曲線 (板たたき法)¹⁰⁾

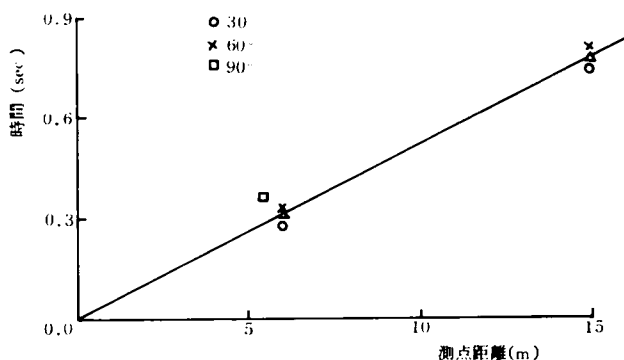


Fig. A. 3.18 走時曲線 (P法)¹⁰⁾

次に起振機実験の結果について述べる。

Fig. A.3.19 は地表面上および $GL - 2\text{ m}$ の位置に起振機を設置して上下方向にある一定の振動数で加振し、そのとき、同図中に示した地表

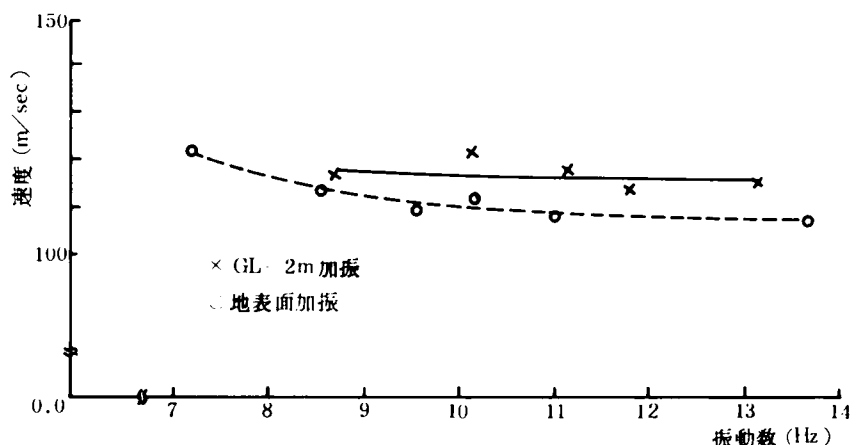


Fig. A. 3.19 横波の位相速度

面上の測点 1 $V \sim 5\text{ }V$ で得られた地盤の上下方向振動成分の定常波記録より位相差 Δt を読みとって次式で位相速度 $v(\omega)$ を求めて、各振動数について図示したものである。

$$v(\omega) = \Delta x / \Delta t \quad \dots\dots\dots (\text{A} . 3 . 8)$$

8 ～ 14 Hz の加振振動数範囲では、振動数にかかわらずほとんどが一定値 (110 ～ 120 m/sec) をとることが知られ、S 波速度に近い波速で伝播していることがわかる。 $GL - 2\text{ m}$ の位置に起振機を設置した場合には地表面載荷と比較して位相速度が 1 割程度大きく出てくる。これは式 (A.3.8) において伝播距離差 Δx を地表面に沿って測定しており、過大に評価している結果であると考えられる。

次に起振機実験によって得られた地表面上の上下方向振動成分と伝播距離との関連について考察を進める。

Fig. A.3.20 は、地表面および $GL - 2\text{ m}$ で加振したときの 1 $V \sim 5\text{ }V$ の最大速度を図示したものである。実線は地表面載荷、破線は $GL - 2\text{ m}$ で載荷した場合である。いずれの場合も加振振幅を一定とし振動数を変化させて地盤の応答を測定したものである。測点 1 V は起振機より約 1.3 m の位置にあり、地表面載荷では加振点での地盤の動きをほぼ近似しているものとみなして、各測点の応答値を 1 V の値で除して整理し直すと Fig. A.3.21 の実線のようになる。

速度値で 1 V の値が 0.03 kine ($f = 15\text{ Hz}$) であるものは約 20 m 振源より離れれば 0.006 kine 程度に減衰していることが知られる。

Fig. A.3.20 を参照すれば $GL - 2\text{ m}$ で加振した場合にはより遠方まで振動が伝播することが知ら

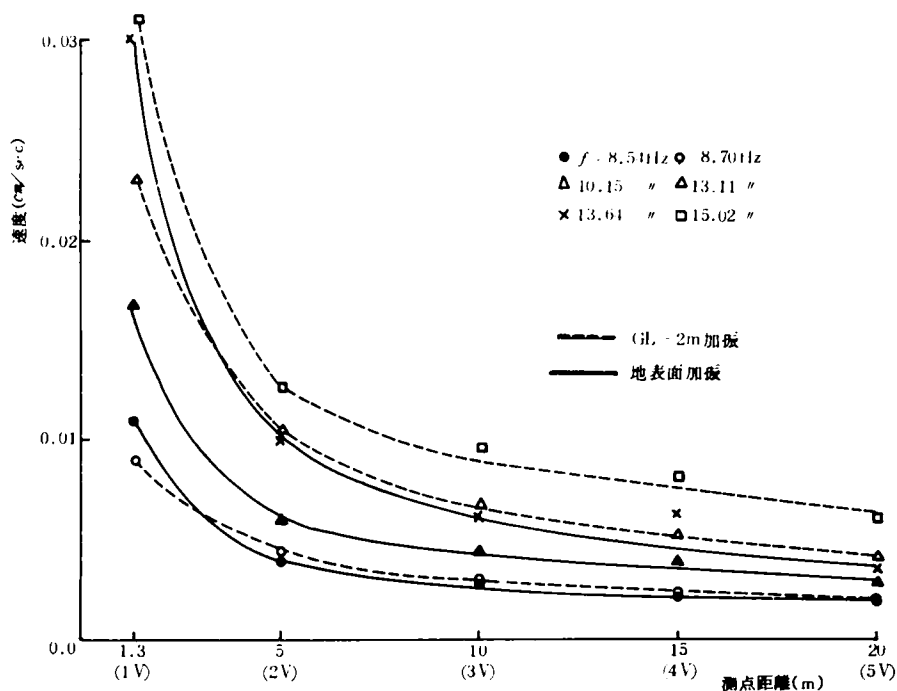


Fig. A. 3.20 地表面速度の減衰特性

れ、この結果は F.E.M., および前節の模型地盤による振動解析結果と同様である。また、この実地盤による振幅減衰特性を前節の模型地盤における結果と比較することは、種々の条件の違いがあり必ずしも正当ではないが、前節の相似律 $L_p/L_m = 100$ 等を考慮して換算減衰特性を示したのが Fig. A.3.21 の破線で示した曲線である。実地盤においては模型地盤におけるよりもはるかに減衰率が大きいといえそうである。模型

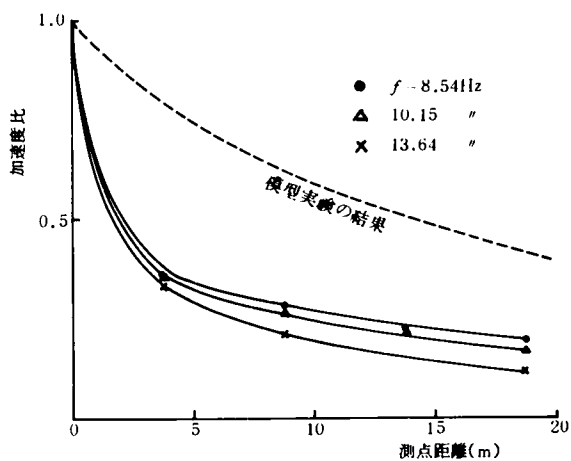


Fig. A. 3.21 速度比の減衰特性

地盤の材料に用いたアクリルアミド系のグラウト剤はその減衰定数がほぼ 0.05 程度であり、実地

盤に比較して非常に小さな値であること、模型実験では地盤層の境界の存在によって波動の逸散効果が入っていないことなどの影響が両者の違いとなって出てきているものと考えられる。

次に前節と同様の考

え方によって、周波数伝達関数 $\tilde{H}_{jk}(\omega)$ を求める。この場合には種々の加振振動数に対する各測点での定常応答値が得られており、これより各測点での共振曲線が得られる。一例として 1V, 3V, 5V の共振曲線を Fig. A. 3.22 に示した。同図よりこの振動数範囲 5 ~ 15 Hz では共振振動数と思われるものは見当らない。仮に, GL

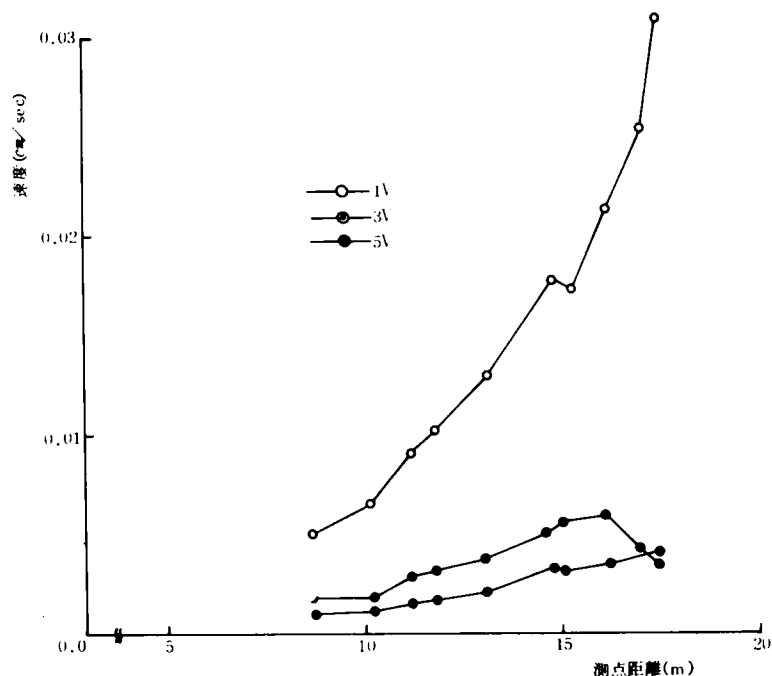


Fig. A. 3.22 地表面速度の共振曲線

— 6 m 以上の表層での

上下振動の固有振動数で共振が起るものとして、その共振振動数 f_r を求めれば、

$$f_r = v_l / 4H \quad \dots\dots\dots (\text{A} . 3 . 9)$$

$GL - 6 \text{ m}$ までは N 値が平均 20 程度であるので、 v_l として P 法で求めた縦波速度 490 m/sec を使い、 $H : 6.0 \text{ m}$ とすれば $f_r : 20 \text{ Hz}$ となる。恐らく、上下方向振動の共振振動数は $20 \sim 30 \text{ Hz}$ 付近にあるものと考えられる。

このようにして、各測点 j で得られた周波数応答関数 $\tilde{H}_j(\omega)$ を、地表面加振点に近い測点 1 の周波数応答関数 $\tilde{H}_1(\omega)$ で除したものを、式 (A.3.6) と同じ意味で周波数伝達関数 $\tilde{H}_{j1}(\omega)$ と呼んで次のように表示する。

$$\tilde{H}_{j1}(\omega) = \tilde{H}_j(\omega) / \tilde{H}_1(\omega) \quad \dots\dots\dots (\text{A} . 3 . 10)$$

Fig. A.3.23, Fig. A.

3.24 には地表面加振の場合と、 $GL-2\text{ m}$ 加振の場合について上述の $\widetilde{H}_{ji}(\omega)$ を図示した。両図ともほとんど同様の傾向を示しており、地表面と $GL-2\text{ m}$ の加振では周波数成分の伝達にはほとんど差がないことが知られる。この結果は、 $GL-2\text{ m}$ の加振においても基準となる測点の位置を1Fに選んで、その測点における周波数応答関数で各測点の応答関数を除しているもので、 $GL-2\text{ m}$ より地表面まで波動が伝達される際の、地盤のフィルター効果を除去していることによるものと考えられる。

また、両図より振動数が高くなるとともに伝達率は減少しており、高い振動数成分の波動ほど減衰しやすいことが知られる。模型地盤の実験においても同様の結果が得られている。両者の実験の種々の

条件の違いを無視して、振動数の増加と周波数伝達関数の減少率の関係を調べれば、前節の相似律の検討から $\omega_p/\omega_m=0.5$ と求まっているので、 $0<\omega_p<15\text{ Hz}$ は $0<\omega_m<30\text{ Hz}$ に相当する。そこで、前節の $H_{25}(i\omega)$ と本節における $GL-2\text{ m}$ 加振の $\widetilde{H}_{15}(\omega)$ を同一のスケールに換算して書き直せばFig. A.3.25となる。 $H_{25}(i\omega)$ 、 $\widetilde{H}_{15}(\omega)$ はいずれも振動源から20m程度離れた測点の伝達関

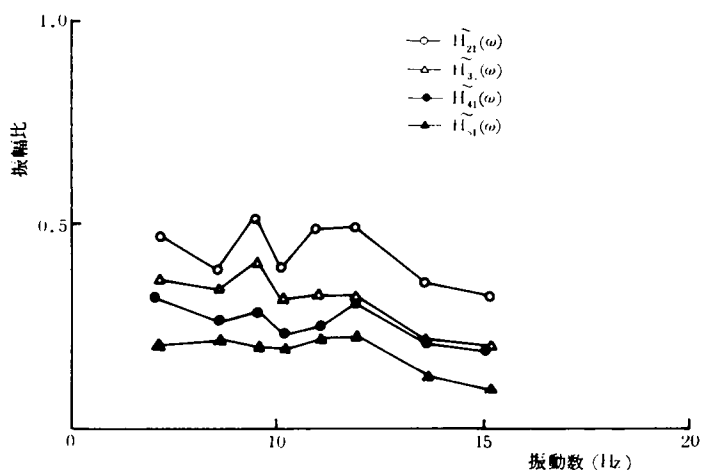


Fig. A. 3.23 周波数伝達関数（地表面加振）

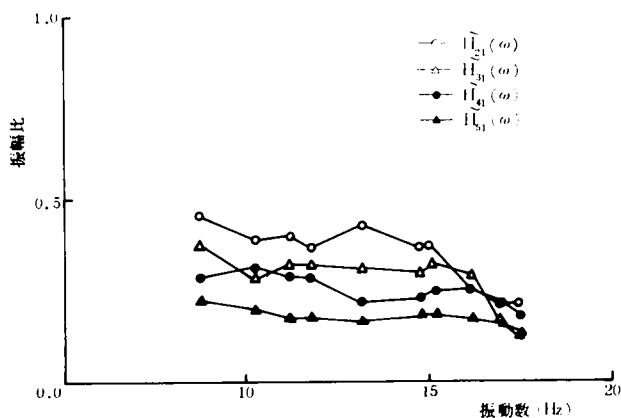


Fig. A. 3.24 周波数伝達関数（ $GL-2\text{ m}$ 加振）

数に相当している。図より、この範囲の周波数においては、両者とも伝達関数はほとんど直線的に減少していることがうかがわれる。そしてその減少率は模型地盤での実験におけるものほど若干大きくなっているが、伝達関数の値そのものは前述したような理由によって実地盤での実験値の方が大きい。

また、Fig. A.3.23, Fig. A.3.24 の伝達関数 $\tilde{H}_{1j}(\omega)$ は測点 j によってその形状が若干ながら変化しており、前節の伝達係数 α_{ji} のような一定値が得られないことは明らかである。

次に雷管による振動実験の結果について述べる。 $GL - 3.5\text{ m}$ の位置で雷管を炸裂させたときの前述した $1\text{ V} \sim 5\text{ V}$ の測点での地盤速度の上下方向成分の波形記録が Fig. A.3.26 である。また、この波形記録より パワー スペクトルを計算したものは Fig. A.3.27 に示してある。 1 V における波形は $2\text{ V} \sim 5\text{ V}$ になるにしたがって高周波成分が cut されている様子が知られる。パワー スペクトルは 1 V では 30 Hz 、 3 V では 27 Hz 、 5 V では 22 Hz 付近にその最大のピークを有しており、その最大値をもつ振動数は測点位置によって異なっている。このピークをもつ $20 \sim 30\text{ Hz}$ は前述したように表層 6 m の上下方向の共振振動数であると考えられ、波動の伝播に伴って、地盤層のフィルター効果によってスペクトル形状が異なってくるものである。前節と同様の考え方によって、周波数伝達関数 $H_{jk}(\omega)$ を求めたものが Fig. A.3.28 である。いずれの $H_{1k}(\omega)$ ($k = 2, 3, 4, 5$) も $15 \sim 20\text{ Hz}$ 付近にピークを有し、他の振動数範囲では振動数の増加とともに伝達関数は減少している。高振動数成分の波が減衰しやすいことは前節までの結果と同様で

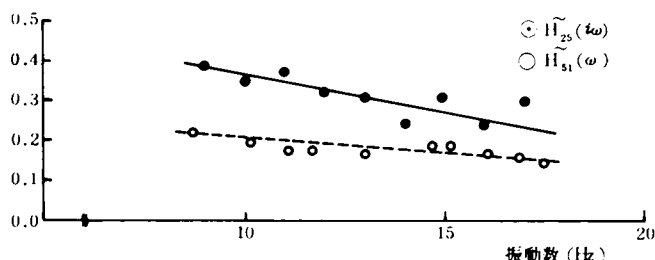


Fig. A. 3.25 周波数伝達関数の比較

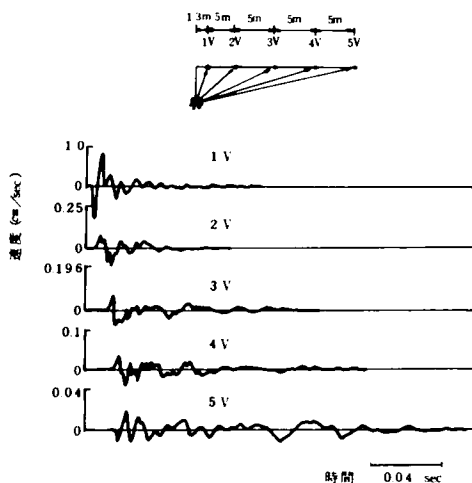


Fig. A. 3.26 地表面速度波形

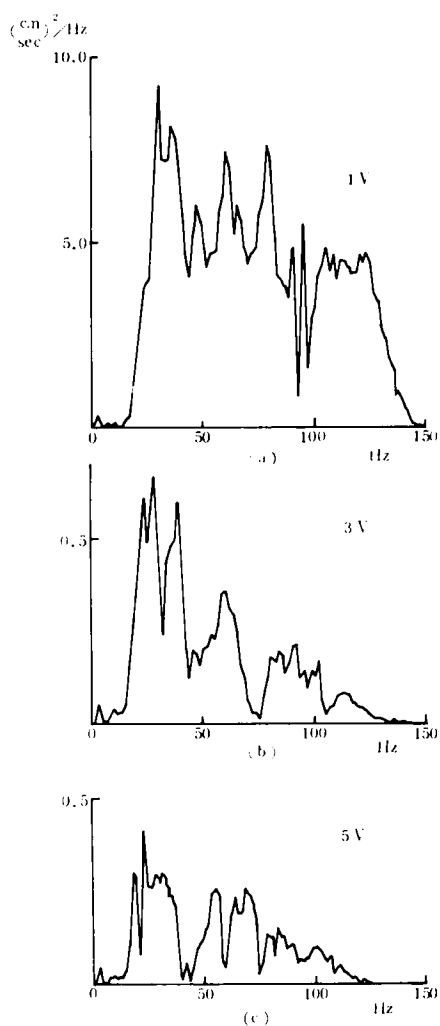


Fig. A. 3.27 地表面速度のパワースペクトル

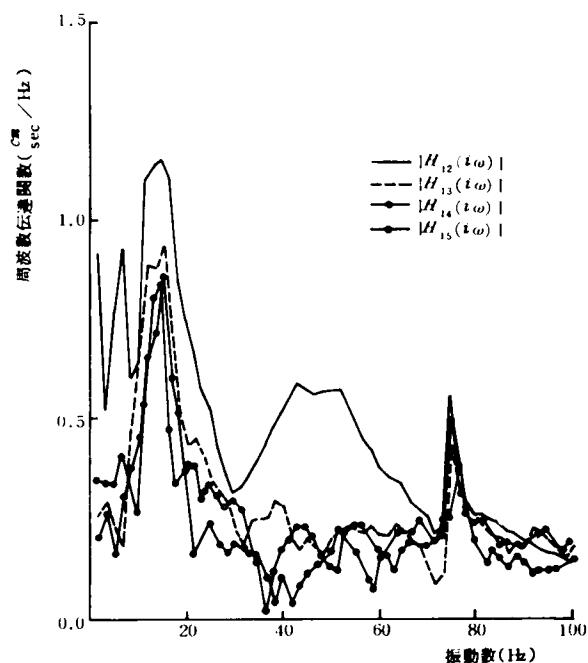


Fig. A. 3.28 周波数伝達関数

である。15～20 Hz に伝達関数がピークを有しているのは、この振動数成分の波動がとくに伝播されやすいことを意味しており、同図より伝達率が各測点ともほとんど1.0に近い値となっていることから、各測点では同じような動きをしていることが推測される。F.E.M.でも検討したように、波動

の進行方向に地盤の動きの振幅比が1.0に近くなるのは、その振動系の共振振動数に相当している場合である。したがって、Fig. A.3.28の15

～20 Hzは表層地盤の共振振動数と思われる20～30 Hzとは若干ずれているが、地盤の固有振動特性と関連して出てきているものと考えられる。一般に、波動の周波数伝達関数は振動数の増大とともに減少する傾向にあるがその振動系の固有振動数付近でピークを有するような形状であるといえそうである。

雷管実験の結果より振幅法およびエネルギー法で、それぞれ振動の減少と伝播距離との関係を求めたものがFig. A.3.29である。振幅法の結果については起振機実験の結果よりも減少率が著しくなっている。雷管の場合に

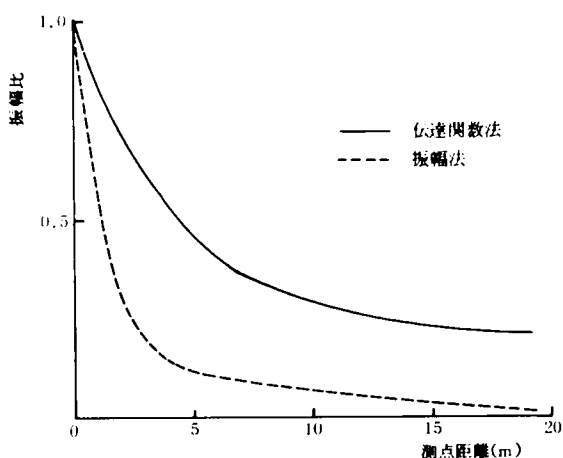


Fig. A. 3.29 地表面速度比の減衰特性

は $GL = 3.5$ mの位置で炸裂させており、エネルギーがあらゆる方向に伝達され、なおかつ地表面上の各測点までの伝播距離の差が大きくなっているためと考えられる。エネルギー法による結果は雷管の場合においても、伝播距離による振動の減少は振幅法よりも小さくなっていることが知られる。

A. 4 結 語

本章は地盤内部に振動源がある場合の波動伝播の過程を明らかにすることを目的として研究を実施した。A 1では地中に埋設された管状構造物の内部に鉛直方向の振動源がある場合について、F.E.M.を用いて振動解析を行ない、2次元断面内での周辺地盤の動きと波動の伝播特性を明らかにした。また、A 2では、模型地盤および実地盤において振動実験を行ない、地中に振動源がある場合の波動伝播特性について検討を行なった。

本章において得られたと思われる研究成果を簡単に列挙すれば以下のとおりである。

1) 地中に埋設された管状構造物は、その内部にある上下方向振動源によっても、構造物自体の固有振動は現われず、周辺地盤の挙動と同様の挙動を示す。

2) 地中構造物の内部に振動源がある場合、その埋設深さと地表面最大変位の関係は振動系の共振振動数を境として変化し、それより小さい振動数範囲では深さとともに最大変位は一様に減少し、それより大きいところでは一定か、または若干増加する傾向にある。

3) 地中振動源による地表面変位の分布は、系の共振振動数付近以外では、載荷点の直上付近で伝播距離とともに上に凸の2次放物線型で減少し、ある値以上の距離では指数的に減少する。また、地表面上で載荷した場合には最初から伝播距離とともに指数的に減少する。そして、地中振動源の場合には地表面振動源の場合よりも、より遠方までその影響が及ぶ。

4) 地中の構造物内の1点に加振した場合、地盤中を伝わる波動は載荷点からというよりはむしろ構造物全体の動きによって引き起されるような伝播の仕方となる。そして、その位相特性を検討した結果、地盤の上下方向振動成分は構造物側壁から引き起される横波によるものであらうと考えられる。

5) 地中の1点に加振した場合、振動源近傍の地盤では加振方向(上下方向)の成分が卓越し、振動源からの距離が増加するにしたがって、上下方向および波動進行方向の成分が顕著となり、それらに直交する運動成分は著しく小さくなる。

6) 振幅法ではエネルギー法と比較して距離による減衰の仕方が著しい。また、エネルギー法による評価は各点での振動の継続時間をも考慮していることになり、地盤振動の入力を全体的なエネルギーとして考える振動系の解析に便宜となる。

7) 伝達関数法は波動の各周波数成分が系の固有振動特性と関連していかに伝達されていくかを表わすものであり、系の固有振動特性が波動の伝播特性に顕著に現われてくるような場合には、この手法による伝播プロセスの解析がぜひとも必要となってくる。

8) 一般に波動のもつ高周波成分は減衰されやすく、周波数伝達関数は振動数の増大とともに指数関数的に減少する。また、系の固有振動数付近でその最大値1.0に近い値をもつ。

9) 本文中に示した伝達係数 $\alpha_{kl} = H_{jl}(i\omega)/H_{jk}(i\omega)$ をさらに多くの実験データの集積によって知れば波動伝播プロセスの解析に伝達関数法は有用な手法となると考えられる。

本章における今後の課題について以下に列举する。

1) 3次元F.E.M.の開発、地盤の非線形性の導入、境界条件の工夫等によって、さらに振動解析の有力な手段となるように有限要素法を発展させていく必要がある。

2) 模型地盤、実地盤のそれぞれの振動実験における相似律を合わせることによって、現象の同一性が保たれるように工夫していく必要がある。

3) さらに多くの実験資料を得ることによって、周波数伝達関数法の係数 α_{jl} と波動の伝播距離との関係などを数式表示し、伝達関数そのものを各要素(伝播距離、振源の深さ、系の固有周期、など)の関数として表わすことが望まれる。

(付録) 参 考 文 献

- 1) H. Lamb: On the propagation of tremors over the surface on an elastic solid, Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.(A) 203, 1904, pp. 1 ~ 42.
- 2) C.L. Pekeris: The seismic surface pulse, Proc. Nat. Acad. Sci. 41, 1955, pp. 469 ~ 480.
- 3) J.W.C. Sherwood: Elastic wave propagation in a semi infinite solid medium, Proc. Phys. Soc. Lond. 71, 1958, pp. 207 ~ 219.
- 4) 前出第3章 1)
- 5) R. Parnes: Response of an infinite elastic medium to traveling loads in a cylindrical bore, Jarn. of Applied Mechanics, 1969, pp. 51 ~ 58.
- 6) 鳥海 勲: 振動の影響と許容値, (騒音, 振動公害), 土木学会関西支部, 昭43.3.
- 7) 土木学会関西支部騒音・振動委員会: 建設工事に伴う騒音, 振動の調査報告書, 昭44.3.
- 8) 嶋 悦三: 弾性波試験, 土と基礎, Vol. 20, No. 1, 昭47.1, pp. 61 ~ 69.
- 9) G.F. Miller and H. Pursey: On the partition of energy between elastic waves in a semi-infinite solid, Proc. of the Roy. Soc. Lond.(A), 233, 1955, pp. 55 ~ 69.
- 10) 防災研究協会: 基礎体-地盤系の振動, 地震応答, 耐震設計に関する研究, 本州四国連絡橋公団委託研究昭和46年度報告書(代表者 後藤尚男), 昭47.3.
- 11) 前出第6章 12)